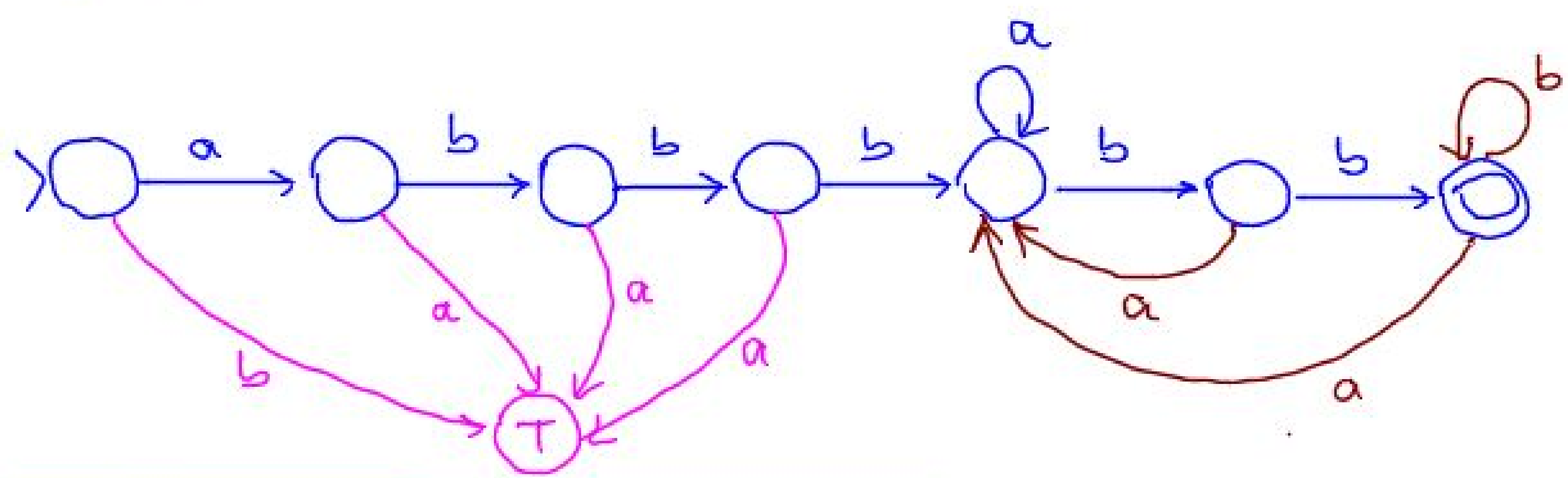
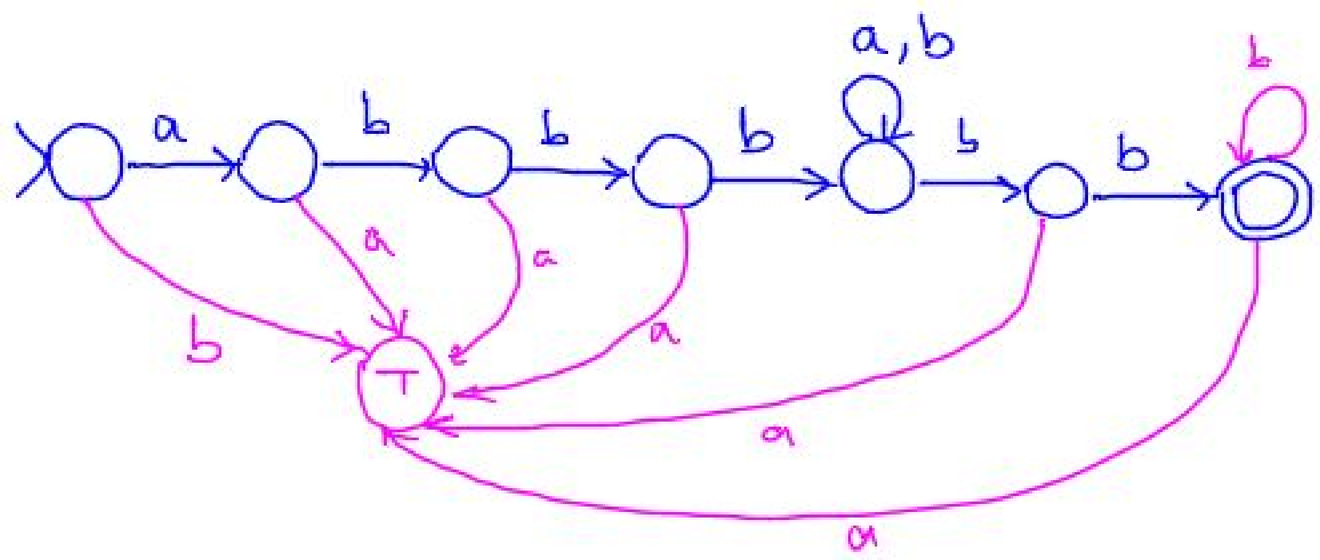
Chapter 2

1) $L = \{ab^3wb^2 : w \in \{a,b\}^*\}$ is a regular language

M_1 DFA $\quad L(M_1) = L$

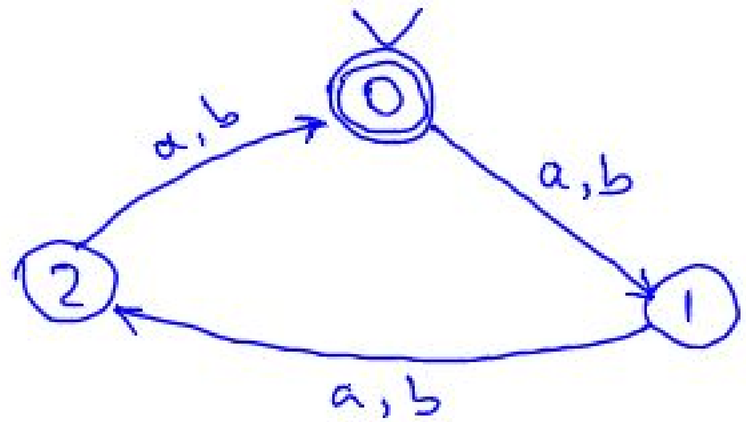


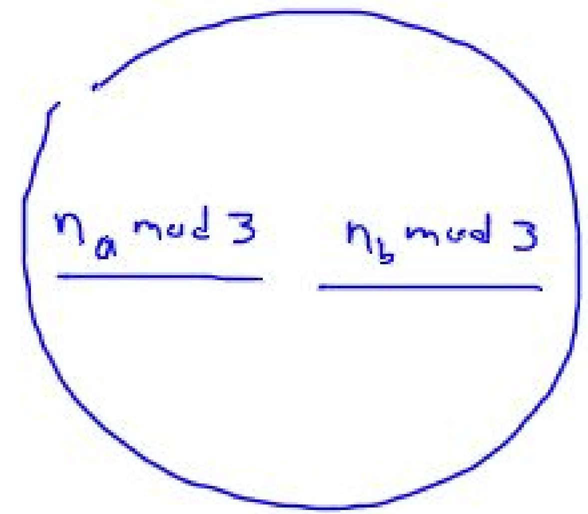
M_2 NFA $\quad L(M_1) = L$



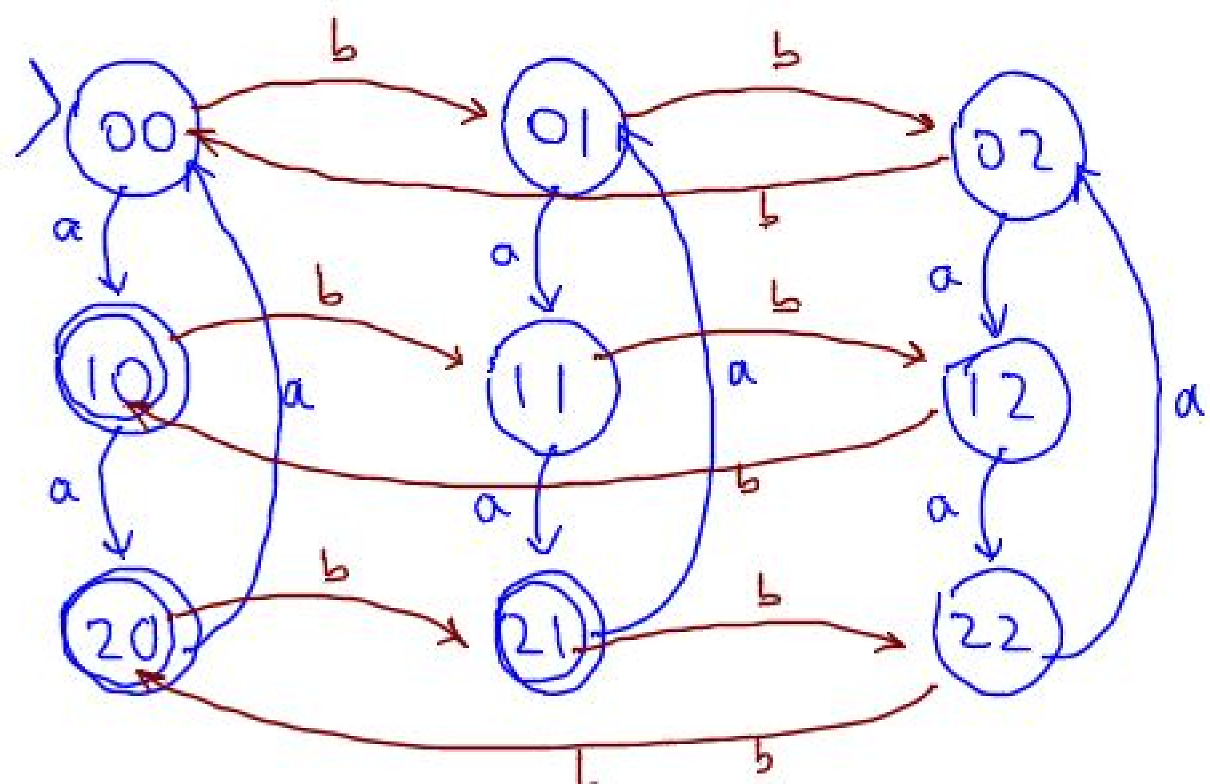
۲) DFA over $\Sigma = \{a, b\}$

آ) $L = \{ w : |w| \bmod 3 = 0 \}$





ب) $L = \{ w : n_a(w) \bmod 3 > n_b(w) \bmod 3 \}$



۳) $\text{truncate}(aa\cancel{b}) = aa$

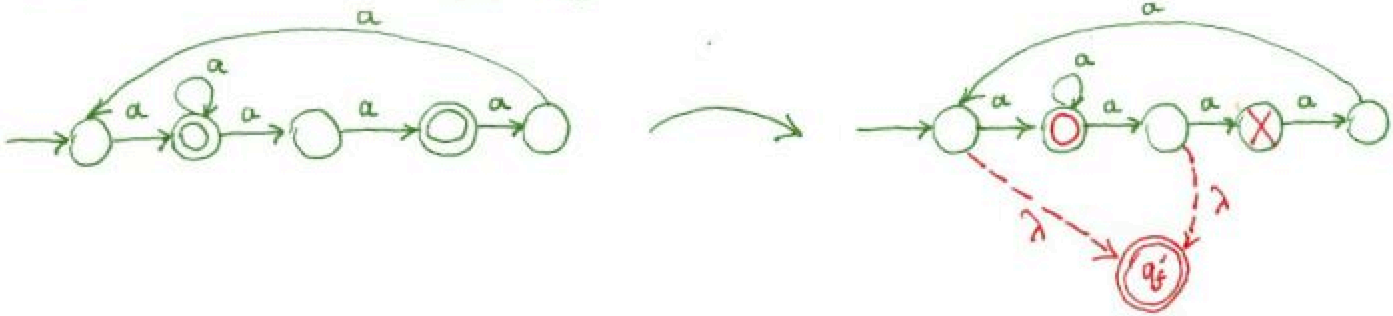
$$\begin{cases} \text{truncate}(wa) = w \\ \text{truncate}(a) = \lambda \end{cases} \quad \begin{cases} a \in \Sigma \\ w \in \Sigma^* \end{cases}$$

$\text{truncate}(L) = \{\text{truncate}(w) : w \in L\}$

L is a regular language , $\lambda \notin L$

truncate(L) is also regular

از روی DFA ی مربوط به L ، یک NDFA برای زبان truncate(L) ارائه می‌دهیم . با ایجاد یک کپی از DFA ی L ،
کافی است روی حالات نهایی کار کنیم .
حالت q را به گونه‌ای می‌یابیم که $\delta(q, a) = q_f$ که در آن $a \in \Sigma$ است .
به ازای NFA مربوط به truncate(L) ، یک حالت نهایی جدید q'_f اضافه می‌کنیم و گذرهای $\delta(q, \lambda) = \{q'_f\}$ را به آن می‌افزاییم .
اگر q_f در DFA مربوط به L داخل یک خودچرخه بود (یعنی $\delta(q_f, a) = q_f$) به آن کاری نداریم و در غیر این صورت آن را از مجموعه‌ی حالات پایانی NFA خارج می‌کنیم .

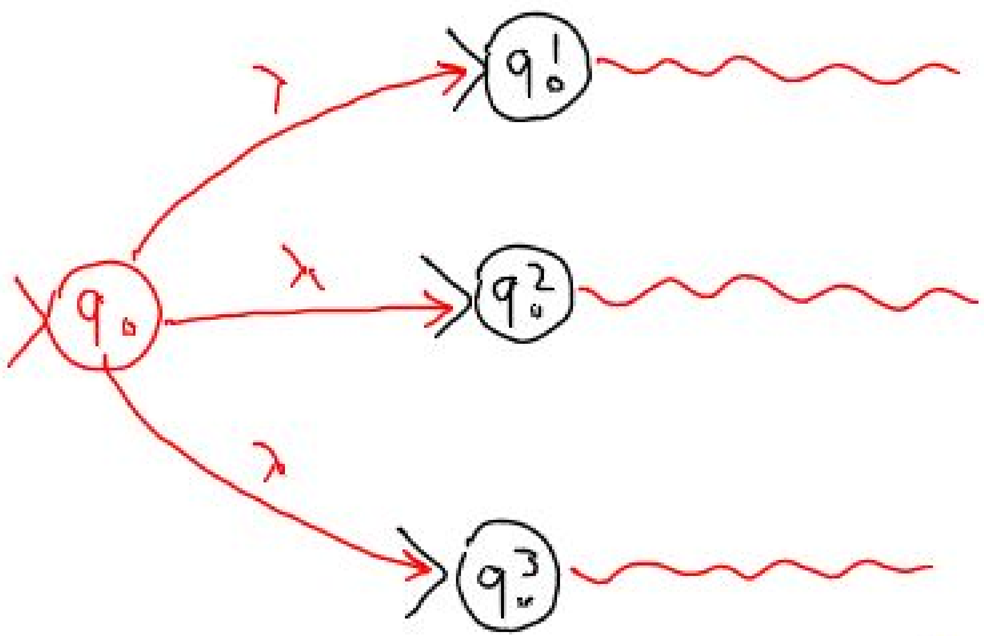


۴)

$$M = (Q, \Sigma, \delta, Q_0, F)$$

$Q_0 \subseteq Q$ Set of Initial States

$$L(M) = \{ w : q_f \in \delta^*(q_0, w),\ q_0 \in Q_0,\ q_f \in F \}$$



$\delta(q_0, \lambda) = Q_0$

می‌توان از روی NFA موجود یک λ-NFA اولیه ساخت که در آن گذرهای
به مجموعه گذرهای NFA اضافه شده است که در آن q_0 یک عنصر جدید برای حالت های λ-NFA خواهد بود.

۵) L is a regular language $\Longrightarrow$ L^R is also regular

اثبات: از آنجا که L منظم است، برای آن یک DFA / NFA وجود دارد.

در DFA / NFA مربوط به L تغییرات زیر را اعمال می‌کنیم:

۱) حالات آغازین را به حالات نهایی و برعکس تبدیل می‌کنیم

۲) جهت یال های مربوط حالت را معکوس می‌کنیم

$$\delta(q,a)=p \rightarrow \delta(p,a)=q$$

FA حاصل، L^R را می‌پذیرد.

FA

NFA DFA

λNFA

6) $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ $\quad L = L(M)$ $\quad M$ is minimal

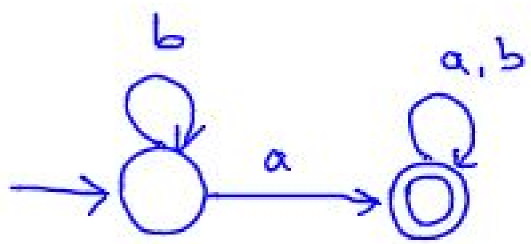
$\hat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ $\quad \bar{L} = L(\hat{M})$

حکم : $\hat{M}$ مینیمال است .

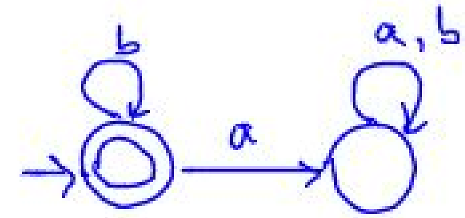
برهان :

اثبات غیر مستقیم :

از آنجا که تعداد حالات $\hat{M}$ با تعداد حالات M مساوی است ، اگر $\hat{M}$ مینیمال نباشد ، به معنای این است که M نیز مینیمال نمی باشد که این خلاف فرض است ، پس $\hat{M}$ نیز مینیمال خواهد بود .



$L = L(b^* a (a+b)^*)$



$\bar{L} = L(\hat{M})$