



## تکلیف شماره‌ی ۴

## فصل چهارم

## خصوصیات زبان‌های منظم

## PROPERTIES OF REGULAR LANGUAGES

- ۱) فرض کنید که  $L_1 = L(a^*baa^*)$  و  $L_2 = L(aba^*)$  را بیابید.  
 ۲) نشان دهید که رابطه‌ی  $L_1 = L_1L_2/L_2$  همیشه درست نیست.  
 ۳) خارج قسمت چپ (left quotient) دو زبان به صورت  $L_2 \setminus L_1 = \{y : \exists x \in L_2, xy \in L_1\}$  تعریف می‌شود. نشان دهید که اگر  $L_1$  و  $L_2$  منظم باشد،  $L_2 \setminus L_1$  هم منظم است.  
 ۴) برای رشته‌ی  $a_1a_2 \dots a_n$  عمل  $shift$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$shift(a_1a_2 \dots a_n) = a_2 \dots a_na_1$$

این عمل بر روی یک زبان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$shift(L) = \{v : v = shift(w), w \in L\}$$

نشان دهید که اگر  $L$  منظم باشد،  $shift(L)$  هم منظم است.

- ۵) عمل  $leftside$  بر روی زبان  $L$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$leftside(L) = \{v : vv^R \in L\}$$

آیا خانواده‌ی زبان‌های منظم تحت این عمل بسته است؟

- ۶) زبان  $L$  آینه‌ای (palindrome) نام دارد اگر  $L = L^R$  باشد. آیا الگوریتمی وجود دارد که تعیین کند یک زبان منظم آینه‌ای است یا خیر؟

- ۷) آیا الگوریتمی وجود دارد که تعیین کند یک زبان منظم زیرمجموعه‌ی یک زبان منظم دیگر است؟

- ۸) نشان دهید الگوریتمی وجود دارد که تعیین می‌کند آیا یک زبان منظم حاوی رشته‌ای به طول زوج است یا خیر.

- ۹) برای زبان  $L$ ،  $tail(L)$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$tail(L) = \{v : uv \in L, u, v \in \Sigma^*\}$$

آیا الگوریتمی وجود دارد که برای یک زبان منظم تعیین کند آیا  $L = tail(L)$  است یا خیر؟

- ۱۰) نشان دهید که زبان‌های زیر منظم نیستند:

$$L = \{w : n_a(w) = n_b(w)\} \text{ (الف)}$$

$$L = \{a^k : k \geq 0\} \text{ (ب)}$$

$$L = \{a^n : n \text{ is a prime}\} \text{ (ج)}$$

- ۱۱) آیا زبان زیر منظم است؟ چرا؟

$$\{w_1cw_2 : w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, w_1 \neq w_2\}$$

- ۱۲) فرض کنید  $L_1$  و  $L_2$  دو زبان منظم باشند. آیا زبان  $L = \{w : w \in L_1, w^R \in L_2\}$  لزوماً منظم است؟