دانشگاه تهران
پردیس فارابی
دانشکده‌ی مهندسی

سیگنال‌ها و سیستم‌ها
نیمسال دوم ۹۷-۱۳۹۶
http://courses.fouladi.ir/sigsys

مسائل حل‌شده شماره‌ی ۲

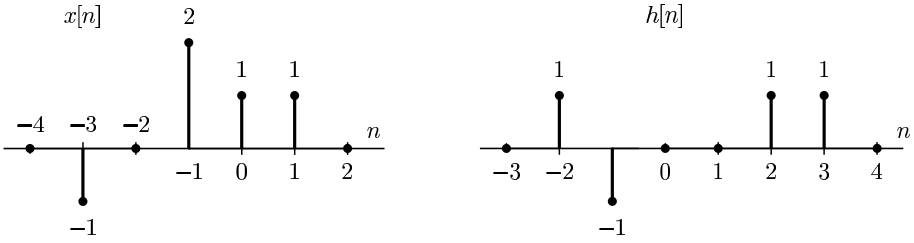
فصل دوم

سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان

LINEAR TIME-INVARIANT (LTI) SYSTEMS

۱) برای هر یک از جفت سیگنال‌های زیر، کانوولوشن $y[n] = x[n] * h[n]$ را بیابید.

(الف) $x[n]$ و $h[n]$ در شکل زیر نمایش داده شده‌اند:

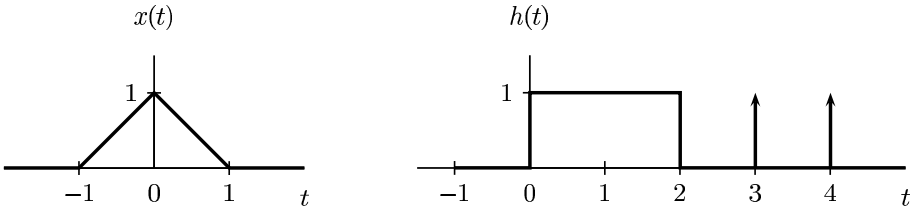


(ب) $x[n] = u[n+۴] - u[n-۱],\ h[n] = ۲^n u[۲-n]$

۲) برای هر یک از جفت سیگنال‌های زیر، کانوولوشن $y(t) = x(t) * h(t)$ را بیابید.

(الف) $x(t) = e^{-t}u(t+۱),\ h(t) = e^{۲t}u(-t)$

(ب) $x(t)$ و $h(t)$ در شکل زیر نمایش داده شده‌اند:



۳) در زیر، پاسخ ضربه‌ی زمان پیوسته یا زمان گسسته‌ی چند سیستم LTI آمده است. مشخص کنید کدام‌یک از این سیستم‌ها علی و کدام‌یک پایدار است. پاسخ خود را توضیح دهید:

(الف) $h[n] = ۲^n u[۳-n]$

(ب) $h(t) = u(۱-t) - \frac{۱}{۲}e^{-t}u(t)$

(ج) $h[n] = [۱ - (۰/۹۹)^n]u[n]$

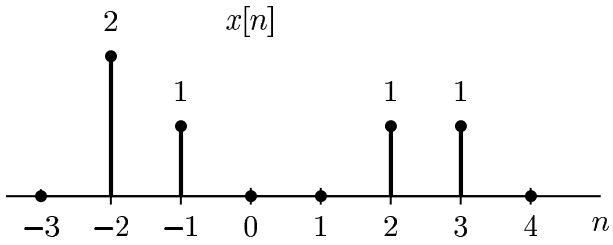
(د) $h(t) = e^{۱۵t}[u(t-۱) - u(t-۱۰۰)]$

۴) یک سیستم LTI را با شرایط سکون اولیه فرض کنید. این سیستم با معادله‌ی دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

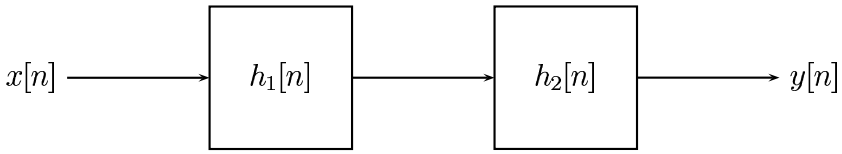
$$y[n] - \frac{۱}{۲}y[n-۱] = ۲x[n] - x[n-۲]$$

پاسخ سیستم به ورودی‌ای که در زیر نشان داده شده است، بیابید.

Prepared by Kazim Fouladi <kazim@fouladi.ir>, Spring 2018 (۱۱ بهمن ۱۳۹۶)



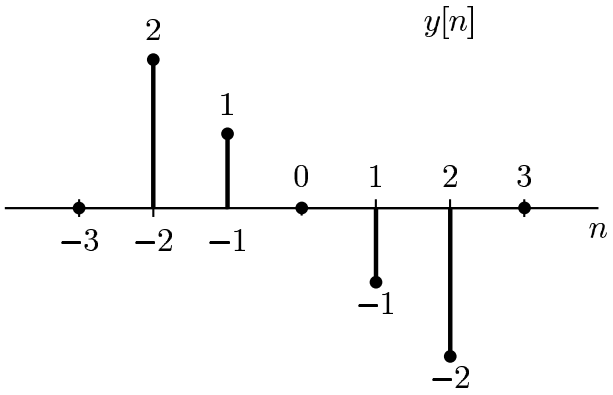
۵) به مجموعه سیستم‌های LTI که با پاسخ ضربه‌ی واحد $h_1[n]$ و $h_2[n]$ در شکل زیر مشخص شده است، توجه کنید:



فرض کنید که اطلاعات زیر را داشته باشیم:

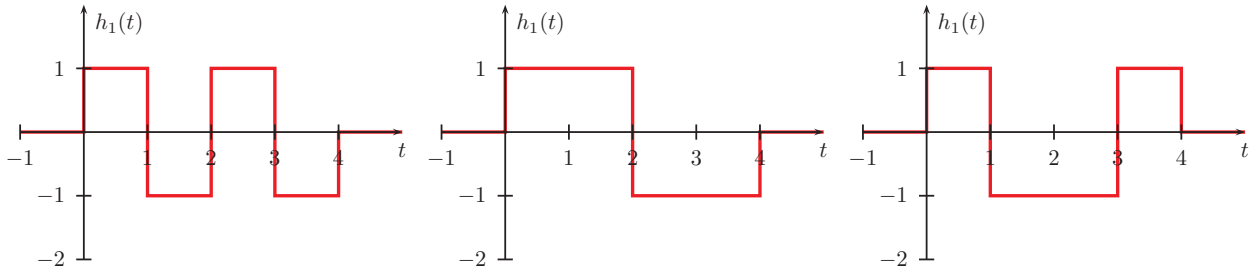
* $h_2[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$ و
* ورودی $x[n] = u[n] - u[n-2]$ باشد.

در این صورت، خروجی $y[n]$ به صورت زیر داده شده است:



با این اطلاعات، $h_1[n]$ را بیابید.

۶) $h_1(t)$، $h_2(t)$ و $h_3(t)$ در شکل زیر را پاسخ ضربه‌ی سه سیستم LTI در نظر بگیرید. اینها را **توابع والش** می‌نامند و به علت سادگی ساختشان با مدارهای منطقی و نیز چون عمل ضرب در هر یک از آنها تنها با یک تغییر علامت متناظر است و می‌توان با کلیدهای تغییر وضعیت آن را انجام داد، اهمیت زیادی دارند.



(الف) یک سیگنال پیوسته در زمان $x_1(t)$ را با مشخصات زیر انتخاب نموده و رسم کنید:

(الف)۱ـ $x_1(t)$ حقیقی باشد.

(الف)۲ـ به ازای تمام مقادیر $t < 0$ یا $t > 4$، داشته باشیم $x_1(t) = 0$.

(الف)۳ـ به ازای تمام مقادیر $t \geq 0$، داشته باشیم $|x_1(t)| \leq 1$.

Prepared by Kazim Fouladi <kazim@fouladi.ir>, Spring 2018 (۱۱ بهمن ۱۳۹۶)

(الف)۴ـ مقدار $y_1(t) = x_1(t) * h_1(t)$ در $t = 4$ تا اندازه‌ی ممکن بزرگ باشد.

(ب) قسمت (الف) را برای $x_2(t)$ و $x_3(t)$ تکرارکنید، به نحوی که $y_2(t) = x_2(t) * h_2(t)$ در $t = 4$ و $y_3(t) = x_3(t) * h_3(t)$ در $t = 4$ ماکزیمم شوند.

(ج) مقدار

$$y_{ij}(t) = x_i(t) * h_j(t), \qquad i \neq j$$

در $t = 4$ را به ازای $i, j = 1, 2, 3$ بیابید.

سیستم دارای پاسخ ضربه‌ی $h_i(t)$ را **فیلتر منطبق** سیگنال $x_i(t)$ می‌نامند، زیرا پاسخ ضربه‌ی آن برای ماکزیمم شدن خروجی سیگنال به ازای $x_i(t)$ تنظیم شده است.

۷) یک سیستم LTI را با پاسخ ضربه‌ی شکل زیر در نظر بگیرید. برای تعیین $y(0)$ دانستن $x(t)$ در چه فاصله‌ای لازم است؟