



تکلیف کامپیوتری شماره ۹

فصل نهم

تبدیل لاپلاس

THE LAPLACE TRANSFORM

تمرین‌های زیر را در MATLAB انجام بدهید و کدهای مربوطه را در قالب یک فایل m تحویل بدهید.

(۱) با استفاده از دستور laplace تبدیل لاپلاس سیگنال زیر را محاسبه کنید.

$$x(t) = 2\delta(t) + e^{-3t}$$

(۲) با استفاده از دستور ilaplace سیگنال متناظر با تبدیل لاپلاس زیر را بیابید.

$$X(s) = \frac{10s^2 + 4}{s(s+1)(s+2)^2}$$

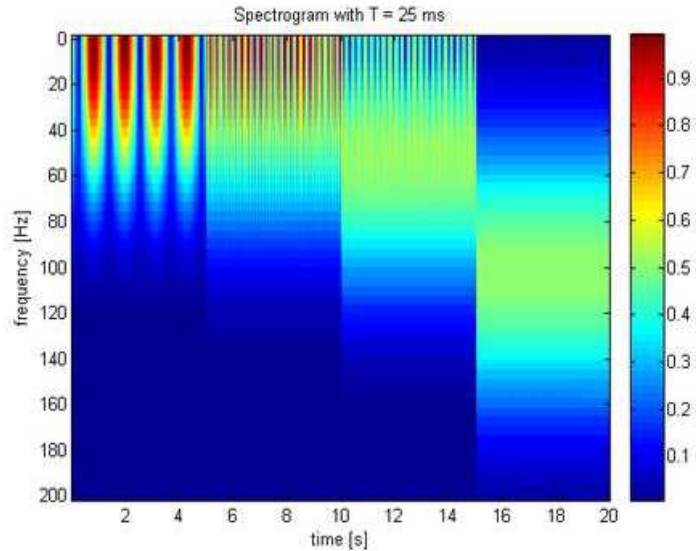
(۳) تبدیل فوریه کوتاه-زمان (Short-Time Fourier Transform). تبدیل فوریه به‌عنوان قدیمی‌ترین ابزار تحلیل سیگنال، قادر به انتقال سیگنال دریافتی از حوزه‌ی زمان به حوزه فرکانس است. این تبدیل فاقد هرگونه اطلاعاتی در مورد زمان وقوع هر بسامد (فرکانس) است. به‌عبارت دیگر، در این تبدیل اطلاعات وابسته به زمان، به‌طور کامل حذف می‌شود، درحالی‌که در برخی از کاربردها نیاز به نمایش طیف فرکانسی خاصی از سیگنال را داریم. یکی از راه‌حل‌های این مشکل، استفاده از تبدیل فوریه کوتاه-زمان (STFT) به‌جای DTFT است. در این تبدیل، سیگنال بر روی محور زمان، به بازه‌های کوچک زمانی تقسیم شده و تبدیل فوریه برای این بازه‌های کوچک زمانی محاسبه می‌گردد. در انتها، نمودار دامنه‌ی سیگنال بر اساس زمان و فرکانس رسم می‌شود. بر این اساس تبدیل فوریه کوتاه-زمان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$STFT\{x(t)\} = X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t - \tau)e^{-j\omega t} dt$$

$$STFT\{x[n]\} = X(m, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]w[n - m]e^{-j\omega n}$$

که در آن $w(t)$ یا $w[n]$ تابع پنجره (بازه‌های کوچک زمانی) می‌باشد.

نمودار اسپکتروگرام، نمایش‌دهنده‌ی دامنه تبدیل STFT بر روی نمودار زمان-فرکانس می‌باشد. این نمودار، برای تحلیل تغییرات فرکانسی سیگنال صوت در طول زمان مناسب است. در یک نمودار اسپکتروگرام، محور افقی، زمان و محور عمودی، فرکانس است. رنگ نمودار در هر نقطه نیز دامنه سیگنال در آن زمان و فرکانس به‌خصوص را مشخص می‌کند. نمودار اسپکتروگرام یک سیگنال برای نمونه در شکل زیر آمده است.



سیگنال زیر را در نظر بگیرید. این سیگنال یک beat-note است.

$$x(t) = A \cos(2\pi(f_c - f_\Delta)t) + B \cos(2\pi(f_c + f_\Delta)t)$$

(الف) سیگنال بالا را با استفاده از MATLAB رسم کرده و نمایش دهید. سپس با استفاده از دستور soundc به این سیگنال گوش کنید. (fc=2000, fdelta=32, A=B=1000)

(ب) با استفاده از دستور spectrogram نمودار اسپکتروگرام این سیگنال را رسم کنید. با استفاده از یک حلقه‌ی for، مقدار nfft (طول پنجره‌ی همینگ مورد استفاده جهت برش سیگنال) را تغییر دهید.

$$\text{nfft} = [2048, 1024, 256, 128, 64]$$

مراجع

[1] M.N.O. Sadiku, W.H. Ali, **Signals and Systems: A Primer with Matlab**, CRC Press, 2016.