سیستم‌های چندعاملی

درس ۱۱

دانایی مشترک عامل‌ها

Common Knowledge of Agents

کاظم فولادی قلعه
دانشکده مهندسی، دانشکدگان فارابی
دانشگاه تهران

http://courses.fouladi.ir/mas

تفکر تعاملی

THINKING INTERACTIVELY

یک عامل رسیونال، همیشه باید پیش از انجام یک کنش،
به آنچه **می‌داند** (و آنچه **نمی‌داند**) توجه کند.

در یک سیستم چندعاملی، یک عامل باید
به صورت **تعاملی** فکر کند:

او باید دانایی سایر عامل‌ها را نیز در تصمیم‌گیری خود در نظر بگیرد.

دانایی مشترک

COMMON KNOWLEDGE

یک مفهوم مهم، **دانایی مشترک** است، که آن را

هر عاملی می‌داند،
هر عاملی می‌داند که هر عاملی می‌داند،
هر عاملی می‌داند که هر عاملی می‌داند که هر عاملی می‌داند،
و ...

معمای کلاه‌ها

THE PUZZLE OF THE HATS

معمای کلاه‌ها

The Puzzle of the Hats

سه عامل دور یک میز نشسته‌اند و هر یک کلاهی بر سر دارند.
یک کلاه می‌تواند قرمز یا سفید باشد،
اما فرض می‌کنیم که همه‌ی عامل‌ها کلاه‌های قرمز بر سر دارند.
هر عامل می‌تواند کلاه دو عامل دیگر را ببیند،
اما رنگ کلاه خودش را نمی‌داند.

یک فرد که هر سه عامل را می‌بیند، به ترتیب از آنها می‌پرسد که
آیا رنگ کلاه خود را می‌دانید؟
هر عامل، یک پاسخ منفی را برمی‌گرداند.
سپس شخص اعلام می‌کند: «حداقل یکی از شما کلاه قرمز بر سر دارد»
و سپس دوباره به ترتیب از آنها سؤال می‌کند.

- ❋ عامل ۱ می‌گوید: خیر
- ❋ عامل ۲ نیز می‌گوید: خیر
- ❋ اما وقتی از عامل ۳ می‌پرسد، می‌گوید: **بله.**

مشاهده‌پذیری جزئی و اطلاعات

تابع اطلاعات

Partial Observability and Information

در یک دنیای مشاهده‌پذیر جزیی:
یک عامل نمی‌تواند حالت فعلی (حالت صحیح) دنیا را به طور کامل مشاهده کند.

تابع اطلاعات *Information Function*	**مجموعه‌ی اطلاعات** عامل i در حالت (صحیح) s: $P_i(s)$ **تابع اطلاعات** P_i اطلاعاتی را در مورد حالت s از طریق ادارک عامل i، فراهم می‌کند.

$$P_i : s \mapsto P_i(s)$$

تفسیر:
وقتی که حالت دنیا s است، عامل i در بهترین حالت می‌داند که s در $P_i(s)$ قرار دارد.

❋ مجموعه اطلاعات $P_i(s)$ همیشه حاوی s است.
❋ اگر دو حالت دنیا در یک سلول مشابه باشند، عامل نمی‌تواند بین آنها تمایز قائل شود.

معمای کلاه‌ها

مجموعه‌های اطلاعات

INFORMATION SETS

		World states							
		a	b	c	d	e	f	g	h
	1	R	R	R	R	W	W	W	W
Agents	2	R	R	W	W	R	R	W	W
	3	R	W	R	W	R	W	R	W

حالت‌های محیط: ۸ حالت ممکن
متناظر با رنگ‌های سه کلاه (قرمز یا سفید)

$$S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

حالت‌های صحیح

$$s = a = RRR$$

مجموعه‌های اطلاعات عامل‌ها

مجموعه اطلاعات عامل ۱

$$P_1(s) = \{a, e\} = \{RRR, WRR\}$$

مجموعه اطلاعات عامل ۲

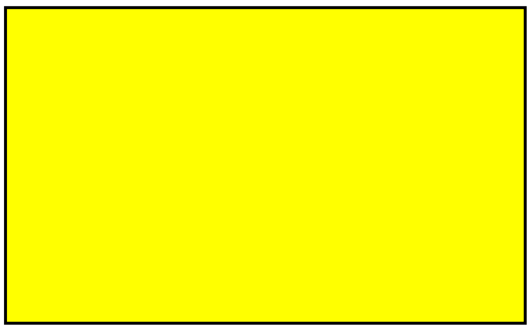
$$P_2(s) = \{a, c\} = \{RRR, RWR\}$$

مجموعه اطلاعات عامل ۳

$$P_3(s) = \{a, b\} = \{RRR, RRW\}$$

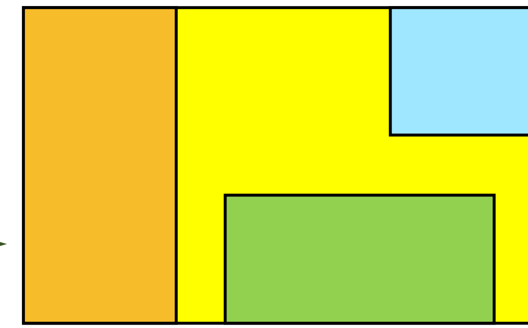
مجموعه‌های اطلاعات و افرازها

Information Sets and Partitions



S

تابع اطلاعات یک عامل، فضای حالت S را به
گردایه‌ای از زیرمجموعه‌های دوبه دو متمایز،
یا **سلول‌ها** ***(Cells)*** تقسیم می‌کند (افراز).



A Partition of S

مجموعه‌ی اطلاعات $P_i(s)$ برای عامل i
دقیقاً سلولی از $\mathcal{P}_i$ است که حاوی حالت دنیا s می‌باشد.

همه‌ی سلول‌ها در کنار هم تشکیل یک **افراز** ***(Partition)*** از $\mathcal{P}_i$ از S می‌دهند.

❋ هر عامل می‌تواند افراز خودش را داشته باشد.
❋ فرض می‌کنیم که عامل‌ها، افراز یکدیگر را می‌دانند.

مجموعه‌های اطلاعات و افرازها

مثال

Information Sets and Partitions

فرض کنید: دو عامل داریم و فضای حالت شامل اعداد صحیح ۱ تا ۸ باشد.

$$Ag = \{1, 2\} \qquad S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

به عامل ۱ گفته می‌شود که s یا زوج یا فرد است:

$$\mathcal{P}_1 = \{\{2, 4, 6, 8\}, \{1, 3, 5, 7\}\}$$

افراز عامل ۱ از فضای حالت

به عامل ۲ گفته می‌شود که $s \le 5$:

$$\mathcal{P}_2 = \{\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$$

افراز عامل ۲ از فضای حالت

اگر $s = 7$ باشد، مجموعه‌های اطلاعات دو عامل می‌شود:

$$P_1(s) = \{1, 3, 5, 7\} \qquad P_2(s) = \{6, 7, 8\}$$

مجموعه‌های اطلاعات و افرازها

مثال

INFORMATION SETS AND PARTITIONS

		World states							
		a	b	c	d	e	f	g	h
Agents	1	R	R	R	R	W	W	W	W
	2	R	R	W	W	R	R	W	W
	3	R	W	R	W	R	W	R	W

افرازهای عامل‌ها از فضای حالت

افراز عامل ۱ از فضای حالت $\mathcal{P}_1 = \{\{a, e\}, \{b, f\}, \{c, g\}, \{d, h\}\}$

افراز عامل ۲ از فضای حالت $\mathcal{P}_2 = \{\{a, c\}, \{b, d\}, \{e, g\}, \{f, h\}\}$

افراز عامل ۳ از فضای حالت $\mathcal{P}_3 = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}, \{g, h\}\}$

مدلی برای دانایی

A Model of Knowledge

پیشامد *Event*	هر زیرمجموعه E از فضای حالت S یک پیشامد نام دارد: $E \subseteq S$

می‌گوییم عامل i پیشامد E را **می‌داند**
اگر
در همه‌ی حالت‌ها s برای عامل i داشته باشیم $P_i(s) \subseteq E$

یعنی مجموعه‌ی اطلاعات همه‌ی حالت‌ها باید زیرمجموعه‌ی آن پیشامد باشد.

در **منطق معرفتی** *(epistemic logic)*: گفته می‌شود یک عامل یک واقعیت φ را می‌داند اگر φ در همه‌ی حالت‌های محیط که عامل آن را ممکن در نظر می‌گیرد، درست باشد.

مدلی برای دانایی

تابع دانایی

A MODEL OF KNOWLEDGE

تابع دانایی *Knowledge Function*	تابع دانایی عامل i: شامل همه‌ی حالت‌هایی است که در آن عامل i پیشامد E را می‌داند

$$K_i(E) = \{s \in S : P_i(s) \subseteq E\}$$

$K_i(E)$ را می‌توان به‌صورت اجتماع همه‌ی سلول‌های $\mathcal{P}_i$ نوشت که کاملاً داخل E قرار دارند.

$$K_i(E) = \bigcup_{\substack{C \in \mathcal{P}_i \\ C \subseteq E}} C$$

مدلی برای دانایی

مثال: معمای کلاه‌ها

A MODEL OF KNOWLEDGE

- وقتی $s = a = RRR$ است، هیچ عاملی، رنگ کلاه خود را نمی‌داند.
- در حالت a عامل ۱ فکر می‌کند که
  عامل ۲ ممکن است فکر کند که
  عامل ۳ می‌تواند فکر کند که حالت $h = WWW$ ممکن است!
- **ناظر بیرونی، اعلام می‌کند که حالت درست h نیست.**
  - عامل‌ها در اینجا چیزی را **یاد می‌گیرند**. **افراز**های آنها تغییر می‌کند.
- **ناظر بیرونی به ترتیب از عامل‌ها می‌پرسد که آیا رنگ کلاه خود را می‌دانید؟**
  - عامل ۱ پاسخ می‌دهد: نمی‌دانم
  - عامل ۲ پاسخ می‌دهد: نمی‌دانم
  - عامل ۳ پاسخ می‌دهد که رنگ کلاه وی **قرمز** است (چرا؟)

		World states							
		a	b	c	d	e	f	g	h
	1	R	R	R	R	W	W	W	W
Agents	2	R	R	W	W	R	R	W	W
	3	R	W	R	W	R	W	R	W

مدلی برای دانایی

مثال: معمای کلاه‌ها

A Model of Knowledge

$$\mathcal{P}_1^t = \{\{a,e\},\{b,f\},\{c,g\},\{d,h\}\}$$
$$\mathcal{P}_2^t = \{\{a,c\},\{b,d\},\{e,g\},\{f,h\}\}$$
$$\mathcal{P}_3^t = \{\{a,b\},\{c,d\},\{e,f\},\{g,h\}\}$$

در حالت شروع $s = a = RRR$ (ما می‌دانیم ولی عامل‌ها نه)
هیچ عاملی رنگ کلاه خودش را نمی‌داند.
پس هر سلول افراز هر عامل، شامل دو حالت هم‌احتمال است.
* فرض می‌کنیم افرازها دانایی مشترک عامل‌ها باشد.

↓

$$\mathcal{P}_1^{t+1} = \{\{a,e\},\{b,f\},\{c,g\},\{d\},\{h\}\}$$
$$\mathcal{P}_2^{t+1} = \{\{a,c\},\{b,d\},\{e,g\},\{f\},\{h\}\}$$
$$\mathcal{P}_3^{t+1} = \{\{a,b\},\{c,d\},\{e,f\},\{g\},\{h\}\}.$$

ناظر بیرونی اعلام می‌کند که حالت $h = WWW$ درست نیست!
این گفته افرازهای عامل‌ها را تغییر می‌دهد.
ناظر از عامل‌ها به ترتیب می‌پرسد: آیا رنگ کلاه خود را می‌دانید؟
پاسخ عامل ۱: خیر *

↓

$$\mathcal{P}_1^{t+2} = \{\{a,e\},\{b,f\},\{c,g\},\{d\},\{h\}\}$$
$$\mathcal{P}_2^{t+2} = \{\{a,c\},\{b\},\{d\},\{e,g\},\{f\},\{h\}\}$$
$$\mathcal{P}_3^{t+2} = \{\{a,b\},\{c\},\{d\},\{e,f\},\{g\},\{h\}\}.$$

پاسخ عامل ۱، حالت d را از مجموعه‌ی حالت‌های کاندیدا حذف می‌کند.
نتیجه اصلاح افراز عامل‌های ۲ و ۳ است.

↓

$$\mathcal{P}_1^{t+3} = \{\{a,e\},\{b\},\{f\},\{c,g\},\{d\},\{h\}\}$$
$$\mathcal{P}_2^{t+3} = \{\{a,c\},\{b\},\{d\},\{e,g\},\{f\},\{h\}\}$$
$$\mathcal{P}_3^{t+3} = \{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\},\{h\}\}.$$

سپس از عامل ۲ پرسیده می‌شود. بر اساس افراز فعلی آن حالت b یا f ممکن است. بر اساس حالت صحیح a پاسخ c هم ممکن است، پس
پاسخ عامل ۲: خیر. این پاسخ افراز عامل‌های ۱ و ۳ را اصلاح می‌کند.
اکنون افرازهای عامل ۳ تک‌عنصری هستند و پاسخ عامل ۳: بله

پیشامدهای خودگواه

SELF-EVIDENT EVENTS

پیشامد خودگواه *Self-evident Events*	برای عامل i یک پیشامد $E \subseteq S$ **خودگواه** نام دارد اگر E بتواند به‌صورت یک اجتماع از سلول‌های $\mathcal{P}_i$ نوشته شود.

مثال: فرض می‌کنیم $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ و حالت $s = 1$ باشد و افراز دو عامل به صورت:

$$\mathcal{P}_1 = \{\{1,2\},\{3,4,5\},\{6\},\{7,8\}\}$$
$$\mathcal{P}_2 = \{\{1,2,3\},\{4\},\{5\},\{6,7,8\}\}$$

1 فکر می‌کند که $\{1,2\}$ ممکن است.
1 فکر می‌کند که 2 ممکن است فکر کند که $\{1,2,3\}$ ممکن است.
1 فکر می‌کند که 2 ممکن است فکر کند که 1 می‌تواند فکر کند که $\{1,2\}$ یا $\{3,4,5\}$ ممکن است.
اما لازم نیست کسی به فراسوی 5 فکر کند.

در این مثال، $E = \{1,2,3,4,5\}$ برای هر دو عامل، خودگواه است.

دانایی مشترک

Common Knowledge

دانایی مشترک *Common Knowledge*

یک پیشامد $E \subseteq S$ دانایی مشترک بین عامل‌های ۱ و ۲ در حالت صحیح $s \in S$ است، هرگاه s عضوی از هر مجموعه در دنباله‌ی نامتناهی زیر باشد:

$$K_1(E),\ K_2(E),\ K_1(K_2(E)),\ K_2(K_1(E)),\ \ldots$$

دانایی مشترک *Common Knowledge*

یک پیشامد $E \subseteq S$ دانایی مشترک بین گروهی از عامل‌ها در حالت صحیح $s \in S$ است، هرگاه s عضوی از **هر** مجموعه‌ی $F \subseteq E$ باشد که برای همه‌ی عامل‌ها **خودگواه** باشد.

در **مثال قبلی**، این یک دانایی مشترک است که حالت درست در $\{1,2,3,4,5\}$ قرار دارد.

در **معمای کلاه‌ها**، در انتها $E = \{a,c,e,g\}$ دانایی مشترک است.

دانایی و کنش

ایجاد دانایی مشترک

KNOWLEDGE AND ACTION

سیاست بدون‌حافظه *Memoryless Policy*	سیاست بدون حافظه برای یک عامل: نگاشت π از اداراک‌ها به کنش‌ها است
سیاست *Policy*	سیاست یک عامل i با تابع اطلاعات P_i به صورت نگاشت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi_i : P_i(s) \mapsto a_i$$

E مجموعه حالت‌هایی که در آنها عامل i کنش خاص a_i را انجام می‌دهد:

$$E = \{s \in S : \pi_i(P_i(s)) = a_i\}$$

عامل j خواهد دانست که:
عامل i کنش a_i را در حالت s انجام می‌دهد
اگر و فقط اگر
عامل j، E را بداند.

این یک دانایی مشترک در حالت s خواهد شد که:
عامل i کنش a_i را انجام می‌دهد اگر و فقط اگر E دانایی مشترک باشد.

قضیه‌ی توافق

AN AGREEMENT THEOREM

فرض می‌کنیم که دو مجموعه اطلاعات E و F برای یک عامل i
خاصیت «سازگاری ـ اجتماع: *union-consistency*» زیر را داشته باشد:

$$\pi_i(E) = \pi_i(F) \implies \pi_i(E) = \pi_i(E \cup F)$$

یعنی اگر یک عامل در دو مجموعه اطلاعات متفاوت یک کنش واحد را انجام دهد،
در این صورت باید همان کنش را در اجتماع آنها نیز انجام دهد.

برای یک گروه از عامل‌ها با **سیاست مشابه π**
اما توابع اطلاعات متفاوت (به طور بالقوه)،
اگر در حالت جاری این یک دانایی مشترک باشد که:
«عامل‌ها چه کنش‌هایی را انجام می‌دهند»،
آن‌گاه: عامل‌ها باید **کنش‌های یکسانی** را انجام دهند.

قضیه‌ی توافق

An Agreement Theorem

دستیابی به دانایی مشترک

REACHING COMMON KNOWLEDGE

قضیه
دستیابی به دانایی مشترک
Reaching Common Knowledge Theorem

- فرض می‌کنیم که S متناهی باشد و تعداد متناهی عامل وجود داشته باشد.
- در هر گام زمانی t حداقل یک عامل کنش می‌کند
و کنش وی توسط سایر عامل‌ها دیده می‌شود.
- در یک زمان متناهی t^* این یک دانایی مشترک خواهد شد که
«در همه‌ی حالت‌های s، هرعامل می‌خواهد در آینده چه کاری را انجام دهد».

ایده‌ی اثبات:

در هر t عامل‌ها چیزهایی را یاد می‌گیرند.
بنابراین افراز آنها اصلاح می‌شود.
چون S متناهی است، سرانجام به افراز مطلوب می‌رسند.

معمای کاراگاه‌ها

نمونه‌ای از قضیه‌ی توافق

THE DETECTIVES PUZZLE

معمای کاراگاه‌ها

The Detectives Puzzle

- دو کاراگاه، در یک آکادمی پلیس یکسان آموزش دیده‌اند. آموزش آنها شامل قاعده‌ی خوش‌تعریفی است که مشخص می‌کند چگونه باید سرنخ‌هایی که کشف شده‌اند را تعقیب کنند.
- یک قتل اتفاق می‌افتد. کاراگاه‌ها در یک مدت زمان مشخص سرنخ‌های متفاوتی جمع‌آوری می‌کنند و نظرات (متفاوت) خود در مورد مظنون را طرح می‌کنند.
- سپس با هم جلسه می‌گیرند و تبادل نظر می‌کنند (اما نه در مورد سرنخ‌هایی که آنها را به این نظرات رسانده است). با شنیدن نظرات یکدیگر، هر کاراگاه ممکن است ذهن خودش را تغییر دهد و نظر دیگری را بگیرد. این می‌تواند منجر به تغییرات بیشتری در نظرات گردد.
- اگر آنها به اندازه‌ی کافی گفتگو کنند، آنگاه می‌توانیم مطمئن شویم که در نهایت به نظر واحدی می‌رسند! تصمیم نهایی آنها می‌تواند به یک مجموعه‌ی مشترک از سرنخ‌ها بیان شود، اگر چه سرنخ‌های تک تک آنها ممکن است متفاوت باشد.

دستیابی به دانایی مشترک

مثال

REACHING COMMON KNOWLEDGE

فرض می‌کنیم $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ و حالت $s = 1$ باشد و افراز دو عامل به صورت:

$$\mathcal{P}_1 = \{\{1,2,3\},\{4,5,6\},\{7,8,9\}\}$$

$$\mathcal{P}_2 = \{\{1,2,3,4\},\{5,6,7,8\},\{9\}\}$$

متغیر تصادفی x را در نظر می‌گیریم که مقادیر زیر را در هر حالت به خود می‌گیرد:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
17	−7	−7	−7	17	−7	−7	−7	17

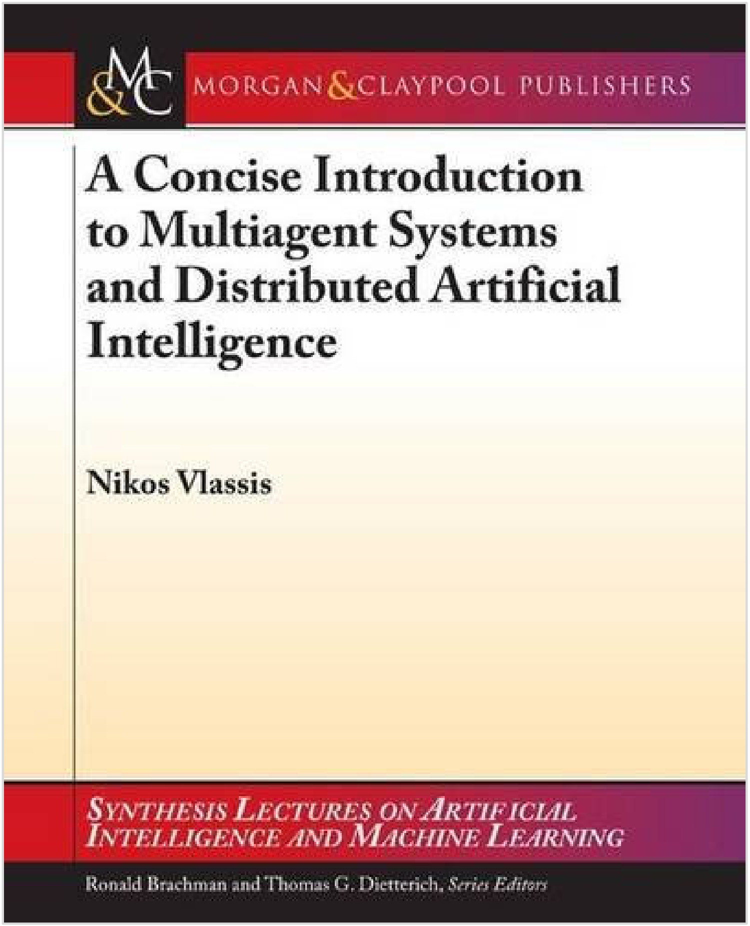
هر عامل نظر خود را در مورد مقدار مورد انتظار $E[x]$ اعلام می‌کند:

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Agent 1	1	1	1
Agent 2	−1	−1	1

دو عامل در نهایت به توافق می‌رسند:

منابع

منبع اصلی



Nikos Vlassis,
A Concise Introduction to Multiagent Systems and Distributed Artificial Intelligence,
Morgan & Claypool, 2007.
Chapter 5

35

CHAPTER 5

Partial Observability

In the previous chapters we assumed that the world state is fully observable to the agents. Here we relax this assumption and examine the case where parts of the state are hidden to the agents. In such a partially observable world an agent must always reason about his knowledge, and the knowledge of the others, prior to making decisions. We formalize the notions of knowledge and common knowledge in such domains, and describe the model of a Bayesian game for multiagent decision making under partial observability.

5.1 THINKING INTERACTIVELY

In order to act rationally, an agent must always reflect on what he knows about the current world state. As we saw in Chapter 2, if the state is fully observable, an agent can do pretty well without extensive deliberation. If the state is partially observable, however, the agent must first consider carefully what he knows and what he does not know before choosing an action.

In a multiagent system, partial observability forces a rational agent to think interactively, that is, to take into account the knowledge of the other agents in his decision making. In addition, an agent must consider what the other agents know about him, and also what they know about his knowledge. In the previous chapters we have often used the term **common knowledge** to refer to something that every agent knows, that every agent knows that every other agent knows, and so on. In this chapter we will define knowledge and common knowledge more formally, and illustrate some of their implications through examples.

Partial observability may have various consequences to the decision making of the agents. For instance, optimal planning under partial observability can be a hard problem even in the single-agent case (Papadimitriou and Tsitsiklis, 1987). In the multiagent case, optimal planning under partial observability is provably intractable (Bernstein et al., 2002). The latter is due to the fact that, as stated above, each agent must take into account the knowledge of each other agent in its decision making, which can significantly increase the complexity of the problem. Later in this chapter we will see how the model of a **Bayesian game** can be used for multiagent decision making under partial observability.