سیستم‌های چندعاملی

درس ۱۰

تشکیل ائتلاف عامل‌ها

Coalition Formation of Agents

کاظم فولادی قلعه
دانشکده مهندسی، پردیس فارابی
دانشگاه تهران

http://courses.fouladi.ir/mas

بازی‌های ائتلافی

سناریوهایی را مدل می‌کنند که در آن عامل‌ها می‌توانند از **همکاری** منفعت ببرند.

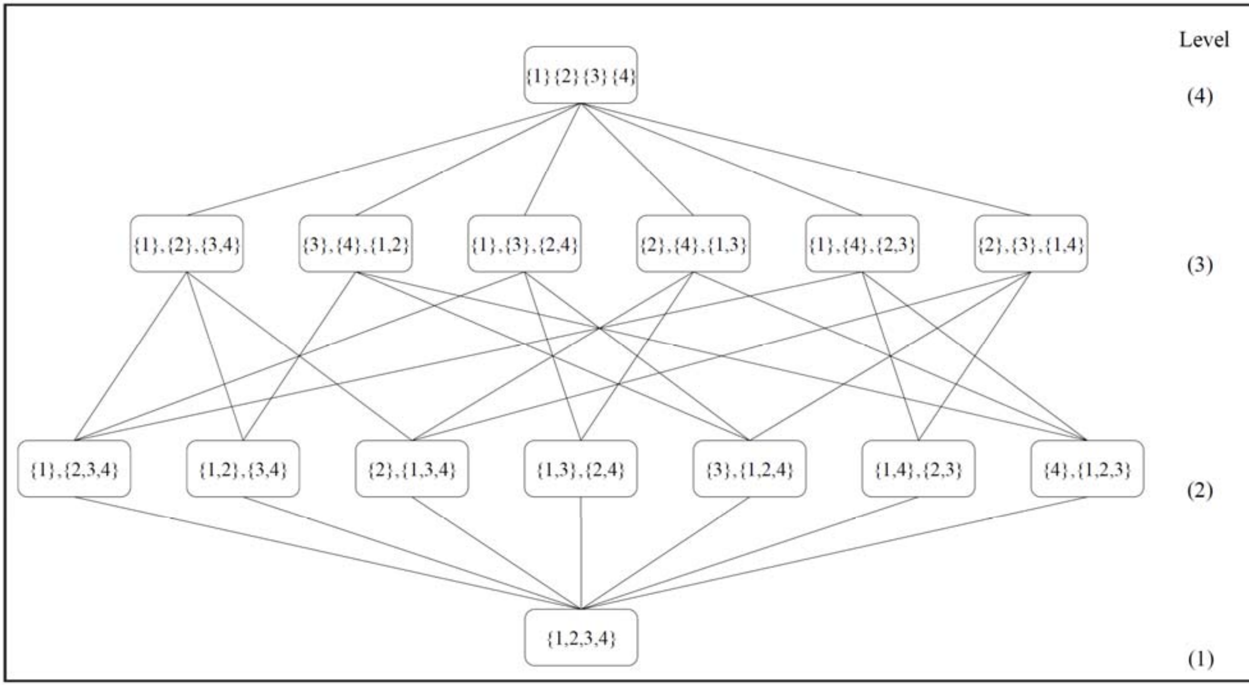
مسائل مطرح در بازی‌های ائتلافی
تولید ساختار ائتلافی
کار تیمی
تقسیم منافع همکاری

ساختار ائتلافی

گراف ساختار ائتلاف

COALITIONAL STRUCTURE

هر ساختار ائتلافی یک افراز مجموعه‌ی عامل‌هاست.



ساختار ائتلاف‌های ممکن برای یک بازی با ۴ عامل (هر گره یک ساختار ائتلافی است)

ساختار ائتلافی بهینه

Coalitional Structure

ساختار ائتلافی بهینه، آن است که ارزش آن بیشترین باشد:

$$CS^* = \arg \max_{CS \in \text{partitions of } Ag} v(CS)$$

فضای جستجو یک فضای نمایی است:

(تعداد افرازهای ممکن یک مجموعه‌ی nتایی: $n = |Ag|$)

$$\sum_{i=1}^{n} S(n,i)$$

$$S(n,k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j \binom{j}{k} (k-j)^n$$

$S(n,k)$ عدد استرلینگ نوع دوم (تعداد افرازها از مرتبه‌ی بدتر از نمایی $(\Omega(n^{\frac{n}{2}})$)

تولید ساختار ائتلافی

COALITIONAL STRUCTURE GENERATION

تصمیم‌گیری در اصل: اینکه چه کسانی با هم کار خواهند کرد.

پرسش پایه
من باید به کدام ائتلاف بپیوندم؟

حاصل:

افراز عامل‌ها به ائتلاف‌های مجزا؛

کل افراز یک **ساختار ائتلاف** است.

مسئله‌ی بهینه‌سازی هر ائتلاف

Dividing the Benefits

تصمیم‌گیری در مورد اینکه: چگونه با هم کار کنیم
و اینکه چگونه مسئله‌ی «پیوستن به ائتلاف» را حل کنیم.

لازمه:
یافتن چگونگی ماکزیمم‌سازی سودمندی خود یک ائتلاف
(که معمولاً شامل طرح‌ریزی توأم است.)

تقسیم منافع

DIVIDING THE BENEFITS

تصمیم‌گیری در مورد اینکه: هر کسی چه چیزی می‌گیرد.

اعضای یک ائتلاف نمی‌توانند ترجیحات سایرین را نادیده بگیرند؛
زیرا اعضا می‌توانند از همکاری خارج شوند.

نتیجه:
توزیع منافع باید منصفانه باشد:
به‌گونه‌ای که رضایت اعضای ائتلاف را جلب کند.

صورت‌بندی سناریوهای همکارانه

FORMALISING COOPERATIVE SCENARIOS

یک بازی ائتلافی به صورت ارائه می‌شود:

$$\langle Ag, \nu \rangle$$

$$Ag = \{1, \ldots, n\} \qquad \nu : 2^{Ag} \to \mathbb{R}$$

مجموعه‌ی عامل‌ها
*A Set of **Agents***

تابع مشخصه‌ی بازی
*The **Characteristic Function** of the Game*

تفسیر معمول: اگر $\nu(C) = k$ آن‌گاه ائتلاف C می‌تواند به‌گونه‌ای همکاری کند
که آنها سودمندی k را به‌دست آورد؛
که سپس می‌تواند بین اعضای تیم تقسیم شود.

به کدام ائتلاف باید بپیوندم؟

WHICH COALITION SHOULD I JOIN?

مهم‌ترین پرسش در بازی‌های ائتلافی

آیا یک ائتلاف پایدار است؟

به بیان دیگر:
آیا برای همه‌ی اعضای ائتلاف رسیونال است که
در ائتلاف باقی بمانند،
یا اینکه می‌توانند با خروج از ائتلاف منفعت ببرند؟

(دلیلی برای من وجود ندارد که سعی کنم به ائتلاف با شما
بپیوندم، مگر اینکه شما هم بخواهید با من ائتلاف کنید و برعکس)

پایداری یک **شرط لازم** اما **ناکافی** برای برای تشکیل ائتلاف‌هاست.

مغز یک بازی ائتلافی

The Core of a Coalitional Game

مجموعه‌ی توزیع‌های ممکن پی‌آف به اعضای یک ائتلاف که هیچ زیرائتلافی نتواند به آن اعتراض مستدل کند.	**مغز بازی ائتلافی** *Core of Coalitional Game*

برآمد یک ائتلاف C در بازی $<Ag,v>$
یک بردار از پی‌آف‌های اعضای آن ائتلاف C است، به‌صورت
$< x_1, x_2, \ldots, x_k >$
که یک **توزیع ممکن** از پی‌آف به اعضای Ag را بازنمایی می‌کند.

توزیع ممکن
Feasible Distribution

$$\nu(C) \geq \sum_{i \in C} x_i$$

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2017 | 3rd Edition
کاظم فولادی

مغز یک بازی ائتلافی

برآمدهای ممکن : مثال

THE CORE OF A COALITIONAL GAME

مغز بازی ائتلافی *Core of Coalitional Game*	مجموعه‌ی توزیع‌های **ممکن** پی‌آف به اعضای یک ائتلاف که هیچ زیرائتلافی نتواند به آن اعتراض مستدل کند.

اگر

$$v(\{1,2\}) = 20$$

آن‌گاه برآمدهای ممکن عبارتند از:

$$\langle 20,0\rangle, \langle 19,1\rangle, \langle 18,2\rangle, \ldots, \langle 1,19\rangle, \langle 0,20\rangle$$

(در واقع بی‌نهایت است ...)

$$\nu(C) \geq \sum_{i \in C} x_i$$

اعتراض ائتلاف

OBJECTIONS

یک ائتلاف C به یک برآمد اعتراض می‌کند،
اگر برآمدی برای آنها وجود داشته باشد که سود همه‌ی آنها را اکیداً بهتر کند.

ائتلاف $C \subseteq Ag$ به یک برآمد $< x_1, x_2, \ldots, x_k >$ از یک ائتلاف بزرگ اعتراض می‌کند
اگر برآمد $< x_1', x_2', \ldots, x_k' >$ برای ائتلاف C وجود داشته باشد
به‌طوری‌که:

$$\forall i \in C \quad x_i' > x_i$$

منظور این است که یک برآمد اتفاق نمی‌افتد اگر بعضی افراد به آن اعتراض کنند!

مغز یک بازی ائتلافی

تعریف معادل

THE CORE OF A COALITIONAL GAME

مغز بازی ائتلافی *Core of Coalitional Game*	مجموعه‌ی برآمدها برای یک ائتلاف بزرگ که در آن هیچ‌یک از ائتلاف‌ها اعتراضی ندارند.

اگر **مغز** ناتهی باشد، آن‌گاه ائتلاف بزرگ **پایدار** است

$\Downarrow$

هیچ‌کس از نمی‌تواند از خروج از ائتلاف سود ببرد.

پایدار بودن ائتلاف بزرگ
Stability of Grand Coalition

$\Leftrightarrow$

ناتهی بودن مغز بازی
Non-Emptiness of Core

مغز یک بازی ائتلافی

مشکلات

THE CORE OF A COALITIONAL GAME

ممکن است مغز تهی باشد

ممکن است مغز ناتهی باشد اما «منصفانه» نباشد

فرض کنید

$$Ag = \{1,2\},\ v(\{1\}) = 5,\ v(\{2\}) = 5,\ v(\{1,2\}) = 20$$

برآمد $\langle 20,0 \rangle$ (عامل ۱ همه‌ی سود را ببرد) در مغز نیست،

زیرا ائتلاف $\{2\}$ می‌تواند اعتراض کند (می‌تواند خودش تنها کار کند و سود بیشتری 5 ببرد).

اما برآمد $\langle 15,5 \rangle$ در مغز است؛

(عامل ۲ اعتراضی نمی‌کند زیرا خودش به‌تنهایی سود بیشتری نمی‌برد).

اما این برآمد منصفانه نیست، زیرا دو عامل مشابه هستند!

چگونه منفعت‌های همکاری را تسهیم کنیم؟

ارزش شپلی

How to share the Benefits of Cooperation: Shapley value

ارزش شپلی، بهترین تلاش شناخته شده برای تعریف
چگونگی تقسیم منفعت‌های همکاری به‌صورت منصفانه است:
در نظر گرفتن اینکه: **یک عامل به چه میزان نقش ایفا کرده است؟**

ارزش شپلی *Shapley Value*	ارزش شپلی یک عامل i مقدار متوسطی است که انتظار می‌رود عامل i در ائتلاف نقش ایفا کرده است.

خاصیت‌ها

تقارن *Symmetry*	عامل‌هایی که نقش‌های مشابهی ایفا می‌کنند، باید پی‌آف مشابه دریافت کنند. یعنی: میزانی که یک عامل می‌گیرد باید تنها وابسته به ایفای نقش او باشد.
بازیکن نخودی *Dummy Player*	**عامل نخودی** عاملی است که هیچ هم‌کوشی $(synergy)$ با هیچ ائتلافی ندارد و بنابراین، تنها چیزی را به‌دست می‌آورد که توسط خودش کسب شده است.
جمع‌پذیری *Additivity*	اگر دو بازی ترکیب شود، ارزش دریافت شده توسط یک عامل، باید مجموع ارزش‌های کسب شده توسط آن در بازی‌های مجزا باشد.

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2017 | 3rd Edition
کاظم فولادی

چگونه منفعت‌های همکاری را تسهیم کنیم؟

ارزش شپلی: تعریف

How to share the Benefits of Cooperation: Shapley value

ارزش شپلی
Shapley Value

فرض می‌کنیم $\delta_i(S)$ میزانی باشد که عامل i با پیوستن به $S \subseteq Ag$ اضافه می‌کند:
(یعنی: ایفای نقش حاشیه‌ای i در S)

$$\delta_i(S) = \nu(S \cup \{i\}) - \nu(S)$$

در این صورت، ارزش شپلی برای i به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_i = \frac{\sum_{r \in R} \delta_i(S_i(r))}{|Ag|!}$$

R مجموعه‌ی همه‌ی ترتیب‌های Ag
$S_i(r)$ مجموعه‌ی عامل‌های ماقبل i در ترتیب r

Shapley Value

The Shapley value for an agent is based on the marginal contribution of that agent to a coalition ... for all permutations of coalitions

The marginal contribution may be affected by the order in which agents join a coalition. This is because an agent may have a larger contribution if it is the first to join, than if it is the last!

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2017 | 3rd Edition

کاظم فولادی

چگونه منفعت‌های همکاری را تسهیم کنیم؟

ارزش شپلی: مثال

How to share the Benefits of Cooperation: Shapley value

Shapley Value

Marginal Contribution:

$$\delta_i(S) = \nu(S \cup \{i\}) - \nu(S)$$

Shapley value:

$$\varphi_i = \frac{\sum_{r \in R} \delta_i(S_i(r))}{|Ag|!}$$

فرض کنید که داریم $Ag = \{1,2\}$ با توابع مشخصه‌ی زیر:

$$\begin{aligned} \nu(\{1\}) &= 5 \\ \nu(\{2\}) &= 10 \\ \nu(\{1,2\}) &= 20 \end{aligned}$$

ایفای نقش حاشیه‌ای هر یک از عامل‌ها برای هر ائتلاف $S \subseteq Ag$:

$$\begin{array}{llll} \delta_1(\varnothing) & = \nu(\varnothing \cup \{1\}) - \nu(\varnothing) & = (5-0) & = 5 \\ \delta_1(\{2\}) & = \nu(\{2\} \cup \{1\}) - \nu(\{2\}) & = (20-10) & = 10 \\ \delta_2(\varnothing) & = \nu(\varnothing \cup \{2\}) - \nu(\varnothing) & = (10-0) & = 10 \\ \delta_2(\{1\}) & = \nu(\{1\} \cup \{2\}) - \nu(\{1\}) & = (20-5) & = 15 \end{array}$$

در نهایت، می‌توانیم ارزش شپلی هر فرد را محاسبه کنیم:

$$\varphi_1 = \frac{\delta_1(\varnothing) + \delta_1(\{2\})}{|Ag|!} = \frac{5+10}{2} = 7.5$$

$$\varphi_2 = \frac{\delta_2(\varnothing) + \delta_2(\{1\})}{|Ag|!} = \frac{10+15}{2} = 12.5$$

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

[Representing Coalitional Games]()

برای هر عامل، دانستن اینکه مغز یک ائتلاف ناتهی است یا خیر، مهم است.

اما تعیین این چه‌قدر دشوار است؟

بازنمایی خام
Naive Representation

بازنمایی زیرگراف‌های القائی
Induced Subgraph Representation

بازنمایی بازی‌های رأی‌دهی وزن‌دار
Weighted Voting Games Representation

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای
Marginal Contribution Nets Representation

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی خام

REPRESENTING COALITIONAL GAMES

بازنمایی خام
Naive Representation

```
% Naive Representation
% for Coalitional Games
% Agents
1,2,3
% Characteristic Function
1 = 5
2 = 5
3 = 5
1,2 = 10
1,3 = 10
2,3 = 10
1,2,3 = 25
```

مشکل:

بازنمایی خام یک بازی ائتلافی،

دارای اندازه‌ی **نمایی** برحسب تعداد عامل‌هاست.

بازی برای n بازیکن، باید با $2^n + 1$ خط بازنمایی شود.

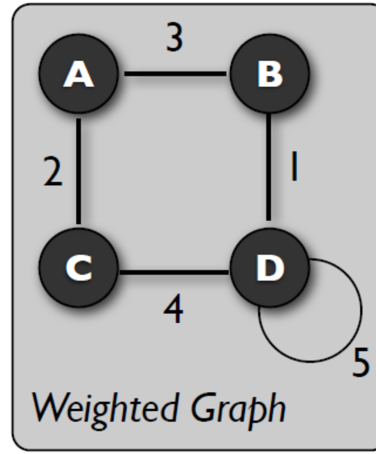
بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی زیرگراف‌های القائی برای توابع مشخصه

Representing Coalitional Games

بازنمایی زیرگراف‌های القائی
Induced Subgraph Representation

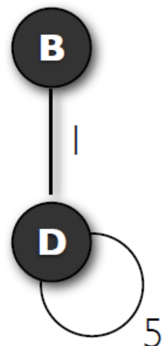
v را به‌صورت یک گراف بدون جهت بر روی Ag بازنمایی می‌کنیم، که وزن صحیح $w_{i,j}$ بین گره‌های $i,j \in Ag$ وجود دارد.



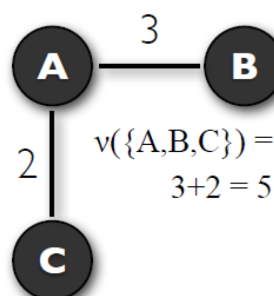
ارزش ائتلاف C برابر است با:

$$\nu(C) = \sum_{\{i,j\} \subseteq Ag} w_{i,j}$$

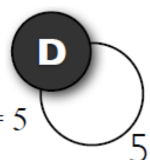
v({B,D}) = 5+1 = 6



یعنی، ارزش یک ائتلاف $C \subseteq Ag$ مجموع وزن زیرگراف القائی توسط C است.



v({A,B,C}) = 3+2 = 5



v({D}) = 5

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی زیرگراف‌های القائی برای توابع مشخصه

Representing Coalitional Games

بازنمایی زیرگراف‌های القائی
Induced Subgraph Representation

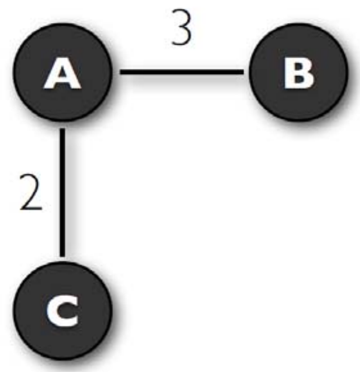
این بازنمایی **مختصر** ***(succinct)*** **اما ناکامل** است،
(توابع مشخصه‌ای هستند که نمی‌توانند با این بازنمایی ارائه شوند.)

ارزش شپلی می‌تواند در زمان چندجمله‌ای محاسبه شود:

$$\varphi_i = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \mathcal{W}_{i,j}$$

یعنی هر عامل نصف درآمد حاصل از یال‌هایی که در گراف به آن متصل است را دریافت می‌کند.

- تعیین تهی بودن مغز، **NP-complete** است.
- تعیین وجود یک توزیع خاص در مغز، **co-NP-complete** است.



$$\nu(\{A,B,C\}) = 3 + 2 = 5$$

$$\varphi_A = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \mathcal{W}_{i,j} = \frac{3+2}{2} = 2.5$$

$$\varphi_B = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \mathcal{W}_{i,j} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\varphi_C = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \mathcal{W}_{i,j} = \frac{2}{2} = 1$$

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی بازی‌های رأی‌دهی وزن‌دار برای توابع مشخصه

REPRESENTING COALITIONAL GAMES

بازنمایی بازی‌های رأی‌دهی وزن‌دار
Weighted Voting Games Representation

به هر عامل $i \in Ag$ وزن w_i را نسبت می‌دهیم و یک سهمیه q $(quota)$ را تعریف می‌کنیم.

ائتلاف C می‌بَرد، اگر مجموع وزن‌های آن از سهمیه کمتر نباشد:

$$\nu(C) = \begin{cases} 1 & \text{if} \sum_{i \in C} w_i \geq q \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

بازنمایی بازی با n عامل:

$$< q; w_1, w_2, \ldots, w_n >$$

این بازنمایی **ناکامل** است.

Core non-emptiness

Determining whether or not the core of a weighted voting game is non-empty can be done in polynomial.

The core is non-empty iff there is an agent present in every winning coalition.

To check if agent i is present in every winning coalition:

- C is a list of all agents except i
- All weights are positive

If i is present in all winning solutions, then any coalition without i must be loosing, i.e.:

Loosing:
$$\sum_{j \in C} w_j < q$$

Winning:
$$\sum_{j \in C \cup \{j\}} w_j \geq q$$

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای برای توابع مشخصه

REPRESENTING COALITIONAL GAMES

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای
Marginal Contribution Nets Representation

تابع مشخصه به صورت قواعد بازنمایی می‌شود:

$$\text{patern} \longrightarrow \text{value}$$

$pattern$: عطف عامل‌هاست.

یک قاعده قابل اعمال به گروهی از عامل‌ها C است
اگر
C یک ابرمجموعه از عامل‌های موجود در $pattern$ باشد.

ارزش یک ائتلاف مجموع ارزش‌های
همه‌ی قواعد اعمال‌شده به آن ائتلاف است.

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای برای توابع مشخصه: مثال

REPRESENTING COALITIONAL GAMES

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای
Marginal Contribution Nets Representation

Rule Set 1:

$$a \wedge b \rightarrow 5$$
$$b \rightarrow 2$$

$v_{rs1}(\{a\}) = 0,$
$v_{rs1}(\{b\}) = 2$
$v_{rs1}(\{a, b\}) = 5+2 = 7$

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای برای توابع مشخصه: مثال

REPRESENTING COALITIONAL GAMES

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای
Marginal Contribution Nets Representation

Rule Set 2:

$$a \wedge b \to 5$$
$$b \to 2$$
$$c \to 4$$
$$b \wedge \neg c \to -2$$

$v_{rs2}(\{a\}) = 0$	no rules apply
$v_{rs2}(\{b\}) = 2+ -2 = 0$	2nd and 4th rules
$v_{rs2}(\{c\}) = 4$	3rd rule
$v_{rs2}(\{a, b\}) = 5+2+-2 = 5$	1st, 2nd and 4th rules
$v_{rs2}(\{a, c\}) = 4$	3rd rule
$v_{rs2}(\{b, c\}) = 2+4 = 6$	2nd and 3rd rules
$v_{rs2}(\{a, b, c\}) = 5+2+4 = 11$	1st, 2nd and 3rd rules

می‌توانیم ارزش منفی هم در قواعد داشته باشیم (یعنی برای زمانی که یک عامل در قاعده موجود نیست.)

بازنمایی بازی‌های ائتلافی

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای برای توابع مشخصه : مثال

Representing Coalitional Games

بازنمایی شبکه‌های ایفای نقش حاشیه‌ای
Marginal Contribution Nets Representation

محاسبه‌ی ارزش شپلی
مشابه روش زیرگراف‌های القائی

Calculating the Shapley Value

$$\varphi_i = \sum_{r \in rs; i \text{ occurs in lhs of } r} \varphi_i^r$$

where

$$\varphi_i^{1 \wedge \ldots \wedge l \longrightarrow x} = \frac{x}{l}$$

$$a \wedge b \to 5$$
$$b \to 2$$
$$c \to 4$$

$$\varphi_A = \sum_{r \in rs; A \text{ occurs in lhs of } r} \varphi_A^r = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$\varphi_B = \sum_{r \in rs; B \text{ occurs in lhs of } r} \varphi_B^r = \frac{5}{2} + 2 = 4.5$$

$$\varphi_C = \sum_{r \in rs; C \text{ occurs in lhs of } r} \varphi_C^r = 4$$

الگوریتم توزیع‌شده برای تشکیل ائتلاف

الگوریتم شه‌هوری و کراس

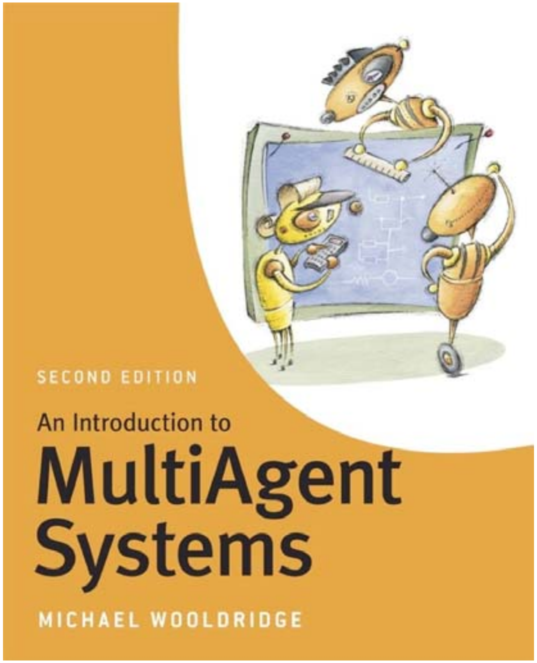
DISTRIBUTED COALITION FORMATION: SHEHORY AND KRAUS ALGORITHM

هر عامل i این الگوریتم را اجرا می‌کند و $v_i(S) = v(S)/|S|$

```
FIND-COALITION(i)
 1  L_i ← set of all coalitions that include i.
 2  S_i* ← arg max_{S∈L_i} v_i(S)
 3  Broadcast S_i* and wait for all other broadcasts, put these into S* set.
 4  S_max ← arg max_{s∈S*} v_i(s)
 5  if i ∈ S_max
 6       then join S_max
 7              return
 8  for j ∈ S_max
 9         do Delete all coalitions in L_i that contain j
10  if L_i is not empty
11       then goto 2
12  return
```

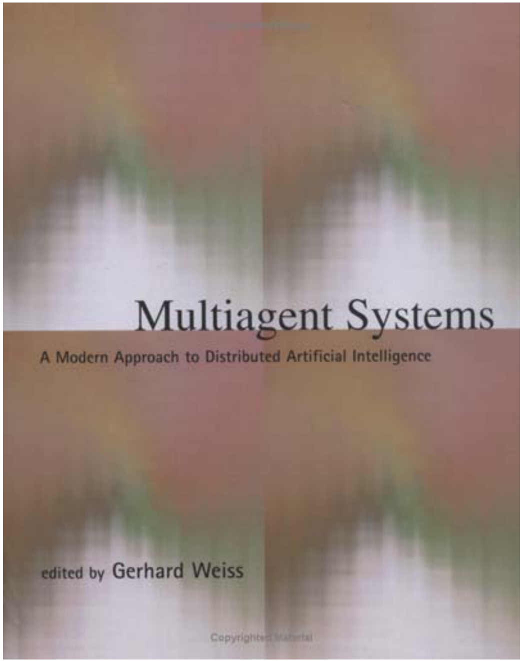
منابع

منبع اصلی



Michael Wooldridge,
An Introduction to Multiagent Systems,
Second Edition,
John Wiley & Sons, 2009.
Chapter 13

منبع دوم



Gerhard Weiss (ed.),
Multiagent Systems: A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence,
MIT Press, 1999.
Chapter 5 (5.8)

5 Distributed Rational Decision Making

Tuomas W. Sandholm

5.1 Introduction

Automated negotiation systems with self-interested agents are becoming increasingly important. One reason for this is the *technology push* of a growing standardized communication infrastructure—Internet, WWW, NII, EDI, KQML, FIPA, Concordia, Voyager, Odyssey, Telescript, Java, *etc.*—over which separately designed agents belonging to different organizations can interact in an open environment in real-time and safely carry out transactions. The second reason is strong *application pull* for computer support for negotiation at the operative decision making level. For example, we are witnessing the advent of small transaction electronic commerce on the Internet for purchasing goods, information, and communication bandwidth [31]. There is also an industrial trend toward virtual enterprises: dynamic alliances of small, agile enterprises which together can take advantage of economies of scale when available (e.g., respond to more diverse orders than individual agents can), but do not suffer from diseconomies of scale.

Multiagent technology facilitates such negotiation at the operative decision making level. This automation can save labor time of human negotiators, but in addition, other savings are possible because computational agents can be more effective at finding beneficial short-term contracts than humans are in strategically and combinatorially complex settings.

This chapter discusses multiagent negotiation in situations where agents may have different goals, and each agent is trying to maximize its own good without concern for the global good. Such self-interest naturally prevails in negotiations among independent businesses or individuals. In building computer support for negotiation in such settings, the issue of self-interest has to be dealt with. In *cooperative distributed problem solving* [12, 9], the system designer imposes an interaction *protocol*[1] and a *strategy* (a mapping from state history to action; a

1. Here a protocol does not mean a low level communication protocol, but a negotiation protocol which determines the possible actions that agents can take at different points of the interaction. The *sealed-bid first-price auction* is an example protocol where each bidder is free to submit one bid for the item, which is awarded to the highest bidder at the price of his bid.

منبع سوم

Fundamentals *of*
Multiagent Systems
with NetLogo Examples

José M Vidal

December 18, 2012

Chapter 4

Characteristic Form Games and Coalition Formation

There is another type of game studied in game theory: the **characteristic form** game or **coalition** game (Osborne and Rubinstein, 1999). In these games the agents decide how to form coalitions among themselves and each coalition receives some utility. For example, a group of people, each with different skills, all want to start new companies. The problem they face is deciding how to divide themselves into subgroups such that each subgroup has the needed set of skills to succeed in the marketplace. Similarly, a group of agents with different skills must decide how to divide itself into subgroups so as handle as many tasks as possible in the most efficient manner. Because the agents must cooperate with each other in order to form coalitions and an agent cannot unilaterally decide that it will form a coalition with a second agent, these games are known as **cooperative games**. Multiagent researchers have also extended the basic characteristic form into to the more general coalition formation, which we also present in this chapter.

CHARACTERISTIC FORM
COALITION

COOPERATIVE GAMES

It is interesting to note that most game theory textbooks focus exclusively on non-cooperative games as these have found many applications in Economics and Business and have been the focus of most of the research. However, when building multiagent systems we find that cooperative games are much more useful since they clearly and immediately model the problem of which agents should perform which tasks.

4.1 Characteristic Form Games

Formally, a game in characteristic form includes a set $A = \{1, \ldots, |A|\}$ of agents. The agents are assumed to deliberate and the final result of the deliberation is an **outcome** $\vec{u} = (u_1, \ldots, u_{|A|}) \in \Re^{|A|}$ which is just a vector of utilities, one for each agent. There is also a rule $V(\cdot)$ that maps every coalition $S \subset A$ to a utility possibility set, that is $V(S) \subset \Re^{|S|}$. Notice that $V(S)$ returns a set of utility vectors, not a single utility vector. As such, $V(\cdot)$ provides us the set of payoffs that players in S can achieve it they form a coalition. For example, for the players $\{1, 2, 3\}$ we might have that $V(\{1, 2\}) = \{(5, 4), (3, 6)\}$ meaning that if agents 1 and 2 formed a coalition they could either get 5 for agent 1 and 4 for agent 2, or they could get 3 for agent 1 and 6 for agent 2. The function V must be defined for all subsets of A.

OUTCOME

A special case of the characteristic form game—the one nearly all multiagent research focuses on—is the **transferable utility** game in characteristic form. This game assumes that the players can exchange utilities among themselves as they see fit. For example, if the utility payments are in the form of money then we only need to specify the total amount of money the coalition will receive and decide later how this money will be distributed among the agents in the coalition. More formally, we define a transferable utility game

TRANSFERABLE UTILITY

Definition 4.1 (Tranferable utility characteristic form game). *These games consist of a set of agents $A = \{1, \ldots, A\}$ and a* characteristic function *$v(S) \rightarrow \Re$ defined for every $S \subseteq A$.*

The **characteristic function** $v(S)$ is also sometimes simply referred to as the **value function** for the coalitions. Characteristic form games with transferable

CHARACTERISTIC FUNCTION
VALUE FUNCTION

51

José M Vidal,
Fundamentals of Multiagent Systems with NetLogo Examples,
Unpublished, 2012.
Chapter 4