MAS

تکلیف ۳

۱) الف) هر عامل کنش بهینه‌ی خود را با فرض ثابت بودن کنش سایر عامل‌ها می‌یابد :

$$\frac{\partial u_1}{\partial a_1} = \frac{\partial}{\partial a_1}\left(a_1(c + a_2 - a_1)\right) = (c + a_2 - a_1) - a_1$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial a_1} = 0 \Longrightarrow a_1 = \frac{c + a_2}{2}$$

$$\Longrightarrow B_1(a_2) = \frac{c + a_2}{2}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial a_2} = \frac{\partial}{\partial a_2}\left(a_2(c + a_1 - a_2)\right) = (c + a_1 - a_2) - a_2$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial a_2} = 0 \Longrightarrow a_2 = \frac{c + a_1}{2}$$

$$\Longrightarrow B_2(a_1) = \frac{c + a_1}{2}$$

ب) تعادل نش از تقاطع همزمان توابع بهترین پاسخ عامل‌ها به دست می‌آید :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{c + a_2}{2} \\ a_2 = \frac{c + a_1}{2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_1 = c \\ a_2 = c \end{cases}$$

پس (c,c) تعادل نش این بازی است .

۲) با فرض پی‌آف 1 برای تعویض باند ؛ 0 برای ماندن در همان باند ؛ 1- برای تصادف

کنش‌ها: رفتن به راست R رفتن به چپ L حرکت مستقیم S

الف) فرم نرمال بازی (ماتریسی)

A \ B	R	S	L
R	1 , 1	-1 , -1	-1 , -1
S	0 , 1	0 , 0	-1 , -1
L	1 , 1	1 , 0	1 , 1

ب) تعادل‌های نش : (R,R) , (L,R) , (L,L)

ج) استراتژی خالص غالب : - برای A : L

- برای B : R

د) استراتژی‌های بهینه‌ی پارتو : (R,R) , (L,R) , (L,L)

هـ) برآمدهای ماکزیمم رفاه اجتماعی : (R,R) , (L,R) , (L,L) (با مقدار 2)

۳) فرم نرمال معادل :

الف)

a \ b	AA	AB	BA	BB
AA	-2 , 0	2 , 2	-2 , 1	-2 , 1
AB	-2 , 0	2 , 2	-2 , 1	-2 , 1
BA	0 , 5	0 , 5	0 , 3	0 , 3
BB	0 , 5	0 , 5	0 , 3	0 , 3

ب) تعادل های نش

(AA , AB)   (AB, AB)   (BA , AA)   (BB, AA)

ج) برآمدهای بهینه‌ی پارتو (0,5) و (2,2) معادل با کنش های توأم :

(BA , AA)   (BB , AA)   (AA , AB)

(BA, AB)   (BB, AB)   (AB, AB)

د) برآمدهای ماکزیمم رفاه اجتماعی (0 , 5) معادل با کنش های توأم : (مقدار 5)

(BA, AA)   (BB, AA)   (BA, AB)   (BB, AB)

۴)

الف)

		Ag_2	
		L	R
Ag_1	U	2,2	1,0
	D	0,1	0,0

G_a

		Ag_2	
		L	R
Ag_1	U	0,0	0,1
	D	-1,0	2,2

G_b

تعادل نش : (U, L)   (D, R)

ب) تعادل نش برای mixed strategy

- فرض می‌کنیم عامل Ag_1 یکی از دو کنش را تصادفاً انتخاب کند. اگر U با احتمال p انتخاب شود، D با احتمال $1-p$ انتخاب می‌شود $(0 \le p \le 1)$

- فرض می‌کنیم عامل Ag_2 یکی از دو کنش را تصادفاً انتخاب کند. اگر L با احتمال q انتخاب شود، R با احتمال $1-q$ انتخاب می‌شود $(0 \le q \le 1)$

$$\left.\begin{array}{ll} Ag_1: & E(U) = E(D) \Rightarrow 2q + 1(1-q) = 0\times q + 0(1-q) \\ & \Rightarrow q = -1 \\ Ag_2: & E(L) = E(R) \Rightarrow 2p + 1(1-p) = 0\times p + 0(1-p) \end{array}\right\} G_a$$

$$\Rightarrow p = -1$$

منفی شدن احتمالات نشان می‌دهد این بازی تعادل نش مخلوط ندارد. [چون استراتژی غالب داریم]

(قضیه‌ی نش بیان می‌کند که اگر استراتژی مخلوط را مجاز بدانیم، هر بازی دارای یک تعادل (حداقل) خواهد شد حال این تعادل ممکن است خالص یا مخلوط باشد. در بازی G_a تعادل خالص وجود دارد).

$$\left.\begin{array}{ll} Ag_1: & E(U) = E(D) \Rightarrow 0\times q + 0\times(1-q) = -1\times q + 2\times(1-q) \\ & \Rightarrow 3q = 2 \Rightarrow q = 2/3 \\ Ag_2: & E(L) = E(R) \Rightarrow 0p + 0\times(1-p) = 1\times p + 2(1-p) \end{array}\right\} G_b$$

$$\Rightarrow 2 - p = 0 \Rightarrow p = 2$$

بازهم بزرگتر از یک شدن یکی از احتمالات به معنی عدم وجود تعادل نش مخلوط است.

پس تنها استراتژی نش همان تعادل خالص پیدا شده در (الف) است.

ج) در این حالت عامل‌ها میان (U, L) و (D, R) که استراتژی های خالص رسیونال در دو بازی هستند، نامطمئن می باشند.

پی آف مورد انتظار برای بازی (U, L) برای هر یک از عامل‌ها عبارت است از:

$Ag_1: \ 2 \times 0.7 + 0 \times 0.3 = 1.4$

$Ag_2: \ 2 \times 0.7 + 0 \times 0.3 = 1.4$

که برای هر دو عامل مساوی است.

پی آف مورد انتظار برای بازی (D, R) برای هر یک از عامل‌ها عبارت است از:

$Ag_1: \ 0 \times 0.7 + 2 \times 0.3 = 0.6$

$Ag_2: \ 0 \times 0.7 + 2 \times 0.3 = 0.6$

که باز هم برای هر دو عامل مساوی شد.

بنابراین، استراتژی های خالص رسیونال که عامل ها باید با آن ها بازی کنند (U, L) است.