



تکلیف شماره‌ی ۶

پخش ششم

رای‌دهی

VOTING

◇ مسئله‌های تحلیلی = تشریحی

(۱) یک سیستم رای‌دهی S (voting system) سازگار (consistent) است هرگاه:

- مجموعه‌ی عامل‌های رای‌دهنده Ag به‌طور دلخواه به دو زیرمجموعه‌ی مجزا تقسیم شود، و
- انتخابات‌های جداگانه انجام شده توسط S در هر زیرمجموعه، منجر به برنده‌ی یکسانی شود،

آن‌گاه انتخاب انجام شده توسط S روی کل Ag نیز برنده‌ی یکسانی را انتخاب کند.

(الف) آیا پروتکل اکثریت (plurality) سازگار است؟

(ب) آیا پروتکل بوردا (Borda) سازگار است؟

پاسخ خود را توجیه کنید.

(۲) سیستم رای‌دهی نانسون (Nanson) را در نظر بگیرید که شکل تغییر یافته‌ای از پروتکل شمارش بوردا است. روش نانسون تکراری (iterative) است و در هر گام کاندیدای با کمترین امتیاز بوردا حذف می‌شود. سپس امتیازهای بوردا برای کاندیداهای باقیمانده مجدد محاسبه می‌شوند؛ و این کار تا باقی ماندن یک کاندیدا تکرار می‌شود.

(الف) سیستم رای‌دهی نانسون را در موقعیتی که ۹ عامل و ۳ کاندیدا a, b, c با ترجیحات زیر وجود دارد، به‌کار ببرید:

• ۳ عامل با ترجیحات $a \succ b \succ c$

• ۲ عامل با ترجیحات $a \succ c \succ b$

• ۴ عامل با ترجیحات $b \succ c \succ a$

برنده کیست؟

(ب) آیا سیستم رای‌دهی نانسون، برنده‌ی کاندورست (condorcet winner) را در مثال فوق انتخاب می‌کند؟ چرا؟

(۳) یک مکانیسم رای‌دهی، مجموعه‌ی برآمدها Ω (کاندیداهای)، مجموعه‌ای از روابط ترجیح \succ_i (هر یک برای یک عامل i)، داده شده است. فرض می‌کنیم مکانیسم رای‌دهی برآمد $\omega \in \Omega$ را به‌عنوان برنده برمی‌گرداند.

حال یک مجموعه رابطه‌ی ترجیح جدید را \succ'_i را در نظر می‌گیریم که برای هر عامل i و برای هر $\omega' \in \Omega$ داریم $\omega' \succ'_i \omega$ اگر $\omega \succ_i \omega'$ و اگر مکانیسم رای‌دهی همان برآمد ω را هم توسط \succ_i و هم \succ'_i به‌عنوان برنده برگرداند، آن‌گاه گفته می‌شود که مکانیسم یکنوا (monotonic) است. آیا مکانیسم رای‌دهی اکثریت (plurality) یکنوا است؟ اگر پاسخ مثبت است، برای آن اثبات ارائه بدهید، در غیر این صورت یک مثال نقض بزنید.