



تکلیف شماره‌ی ۳

بخش سوم

نظریه‌ی بازی: بازی‌های استراتژیک

GAME THEORY: STRATEGIC GAMES

◇ مسئله‌های تحلیلی = تشریحی

۱) بازی زیر در فرم نرمال را در نظر بگیرید: دو عامل ۱ و ۲ وجود دارند. مجموعه‌ی کنش‌های عامل i مجموعه‌ی اعداد حقیقی نامنفی است. با داشتن یک زوج از کنش‌های دو عامل (a_1, a_2) تابع سودمندی عامل‌های ۱ و ۲ به ترتیب عبارت است از

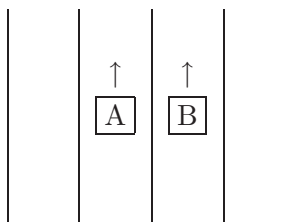
$$u_1(a_1, a_2) = a_1(c + a_2 - a_1), \quad u_2(a_1, a_2) = a_2(c + a_1 - a_2)$$

که در آن $c > 0$ یک ثابت است.

(الف) توابع بهترین پاسخ را برای عامل‌های ۱ و ۲ بیابید.

(ب) با استفاده از توابع بهترین پاسخ، تعادل نش را برای این بازی تعیین کنید.

۲) دو خودروی خودمختار A و B را در یک بزرگراه ۴ بانده در جهت نشان داده شده با فلش‌ها در حال حرکت در نظر بگیرید:



هر یک از دو خودرو می‌توانند سه کنش انجام بدهند: رفتن به باند راست خود، رفتن به باند چپ خود، ماندن در باند فعلی. هر دو خودرو ترجیح می‌دهند باند خود را تغییر بدهند تا اینکه در باند فعلی بمانند و واضح است که هر دو خودرو نمی‌خواهند درگیر تصادف شوند. یک تصادف زمانی اتفاق می‌افتد که دو خودرو در یک باند باشند یا وقتی که باند خود را تغییر می‌دهند (به عبارتی: باند مشابهی از بزرگراه را قطع کنند).

(الف) موقعیت فوق را به صورت یک بازی استراتژیک در فرم نرمال (normal form strategic game) (جدول) بین این دو خودرو بازنمایی کنید.

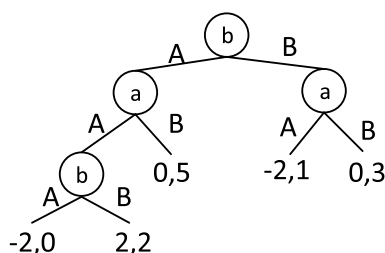
(ب) تعادل‌های نش برای استراتژی خالص این بازی را محاسبه کنید.

(ج) استراتژی‌های خالص غالب را برای این بازی محاسبه کنید.

(د) برآمدهای بهینه‌ی پارتوی این بازی را محاسبه کنید.

(ه) برآمدهای ماکزیمم رفاه اجتماعی را برای این بازی محاسبه کنید.

۳) بازی استراتژیک در فرم گسترش‌یافته (extensive form strategic game) (درختی) زیر را بین دو عامل a و b در نظر بگیرید (برآمدها، به ترتیب میزان پی‌آف عامل a و عامل b را نشان می‌دهند و A و B کنش‌های ممکن برای هر دو عامل است):



(الف) بازی فوق را به بازی استراتژیک در فرم نرمال متناظر تبدیل کنید. سپس بازی استراتژیک در فرم نرمال را در نظر بگیرید و:

(ب) تعادل‌های نش استراتژی خالص این بازی را بیابید.

(ج) برآمدهای بهینه‌ی پارتوی این بازی را محاسبه کنید.

(د) برآمدهای ماکزیم رفاه اجتماعی را برای این بازی محاسبه کنید.

(۴) دو بازی استراتژیک در فرم نرمال زیر (G_b و G_a) بین دو عامل، ۱ (عامل سطری)، و ۲ (عامل ستونی) را در نظر بگیرید:

	L	R
U	۲, ۲	۱, ۰
D	۰, ۱	۰, ۰

G_a

	L	R
U	۰, ۰	۰, ۱
D	-۱, ۰	۲, ۲

G_b

(الف) تعادل‌های نش استراتژی خالص هر بازی را بیابید.

(ب) تعادل‌های نش استراتژی مخلوط هر بازی را بیابید.

(ج) حال فرض کنید که عامل ۱ می‌داند که کدام یک از دو بازی را انجام می‌دهد ولی عامل ۲ نمی‌داند؛ همچنین فرض کنید که

این واقعیت، یک دانایی مشترک بین عامل‌هاست. با این وجود، این نیز یک دانایی مشترک بین دو عامل است که: بازی G_a

با احتمال $7/10$ و بازی G_b با احتمال $3/10$ انجام می‌شود. استراتژی‌های خالص رسیونال که عامل‌ها باید در این مورد بازی

کنند، چیست؟ پاسخ خود را توجیه کنید.