بینایی کامپیوتری

درس ۸

پردازش تصویر مورفولوژیکال

Morphological Image Processing

کاظم فولادی
دانشکده مهندسی، پردیس فارابی
دانشگاه تهران

http://courses.fouladi.ir/vision

پردازش تصویر مورفولوژیکال

مورفولوژی ریاضی

MORPHOLOGICAL IMAGE PROCESSING

موروفولوژی (ریخت‌شناسی)، نام شاخه‌ای از زیست‌شناسی است که با شکل و ساختار حیوانات و گیاهان سرو کار دارد.
همین مفهوم را در مورد شکل و ساختار تصویر استفاده می‌کنیم.

مورفولوژی ریاضی (ریخت‌شناسی ریاضی):

⁕ ابزاری برای استخراج مؤلفه‌های تصویر
به‌منظور بازنمایی و توصیف نواحی شکل
مانند: مرزها، اسکلت‌ها و پوسته‌ی محدب

+

⁕ تکنیک‌های مورفولوژیکی برای پیش‌پردازش و پس‌پردازش
مانند: فیلتر کردن مورفولوژیکی، نازک‌سازی، هرس کردن

زبان مورفولوژی ریاضی: **نظریه‌ی مجموعه‌ها**

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition
کاظم فولادی

بینایی کامپیوتری

پردازش تصویر مورفولوژیکال

۱

مقدمات

بازنمایی/توصیف مورفولوژیکی تصویرهای دودویی

Morphological Representation/Description of Binary Images

مجموعه‌ها بیانگر اشیای موجود در تصویر هستند.

توصیف مورفولوژیکی تصویر دودویی:
مجموعه‌ی همه‌ی پیکسل‌های سفید (1) در یک تصویر

$$\text{(A Binary Image)} \subseteq \mathbb{Z}^2$$

مختصات نقاط سفید در تصویر را در مجموعه قرار می‌دهیم.

$$I = \{(x, y) : f(x, y) = 1\} \subseteq \mathbb{Z}^2$$

بازنمایی/توصیف مورفولوژیکی تصویرهای سطح خاکستری

MORPHOLOGICAL REPRESENTATION/DESCRIPTION OF GRAYSCALE IMAGES

مجموعه‌ها بیانگر اشیای موجود در تصویر هستند.

توصیف مورفولوژیکی تصویر سطح خاکستری:
مجموعه‌ی همه‌ی پیکسل‌های غیر صفر در یک تصویر به‌همراه شدت روشنایی هر پیکسل

$$\text{(A Grayscale Image)} \subseteq \mathbb{Z}^3$$

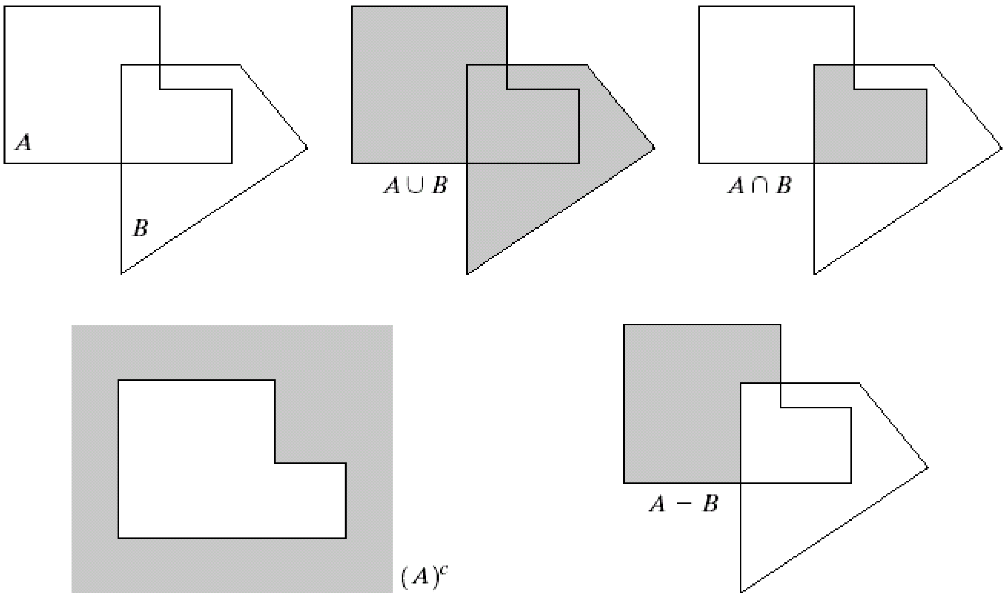
مختصات هر نقطه‌ی غیر سیاه در تصویر را به‌همراه سطح خاکستری (گسسته) آن
در قالب یک سه‌تایی مرتب در مجموعه قرار می‌دهیم:

$$I = \{(x, y, g) : f(x, y) = g\} \subseteq \mathbb{Z}^3$$

برخی مفاهیم پایه از نظریه‌ی مجموعه‌ها

عملگرهای مجموعه ای

Some Basic Concepts from Set Theory

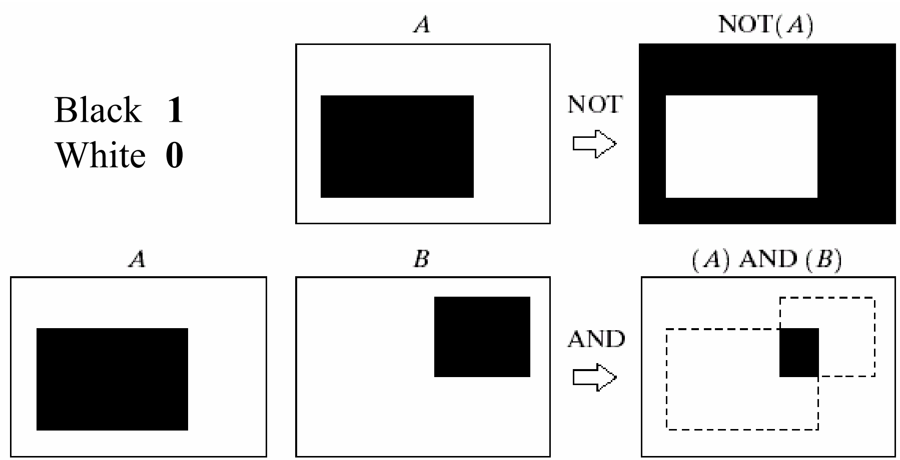


عملیات منطقی شامل تصاویر دودویی

(۱ از ۲)

Logic Operations Involving Binary Images

p	q	p AND q (also $p \cdot q$)	p OR q (also $p + q$)	NOT (p) (also $\bar{p}$)
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

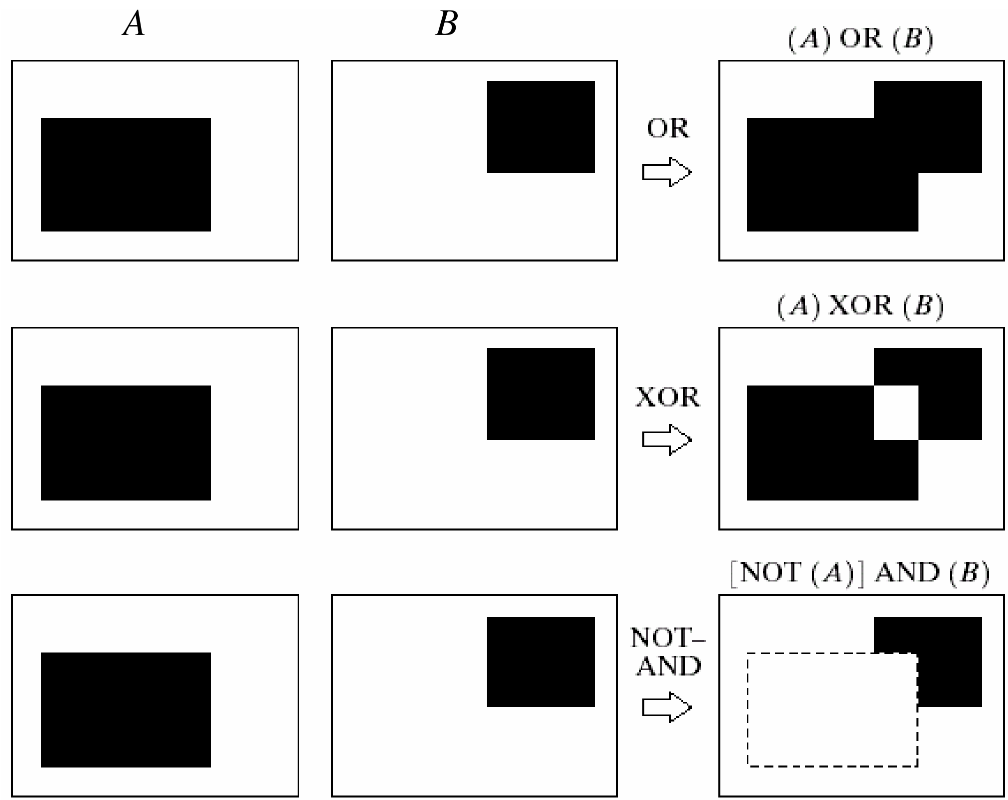


Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition
کاظم فولادی

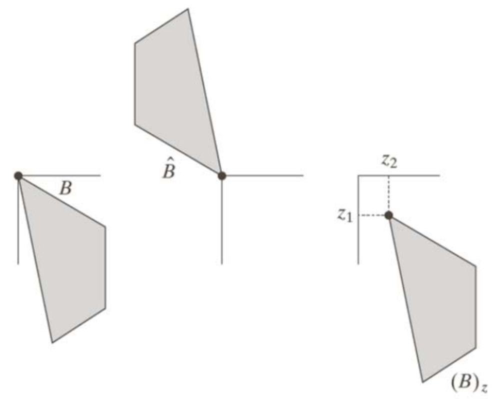
عملیات منطقی شامل تصاویر دودویی

(۲ از ۲)

LOGIC OPERATIONS INVOLVING BINARY IMAGES



Chapter 9
Morphological Image Processing



a b c

FIGURE 9.1 (a) A set, (b) its reflection, and (c) its translation by z.

بازتاب و جابجایی مجموعه‌ای

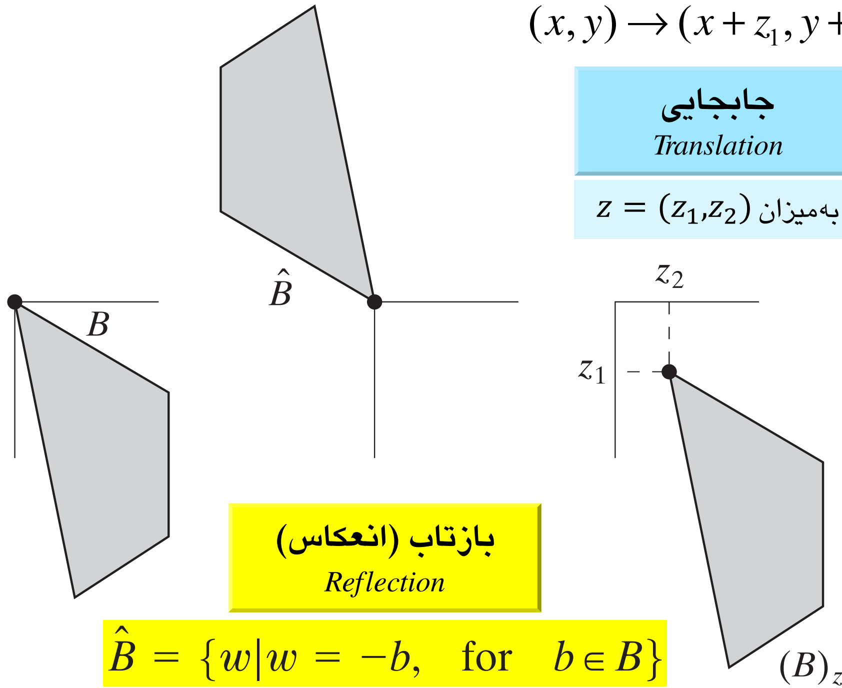
Set Reflection and Translation

$$(B)_z = \{c \mid c = b + z, \quad \text{for} \quad b \in B\}$$

$$(x, y) \rightarrow (x + z_1, y + z_2)$$

جابجایی
Translation

به‌میزان $z = (z_1, z_2)$



بازتاب (انعکاس)
Reflection

$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \quad \text{for} \quad b \in B\}$$

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

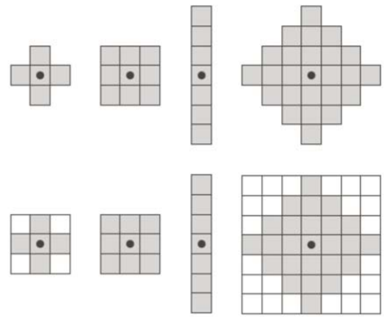


FIGURE 9.2 First row: Examples of structuring elements. Second row: Structuring elements converted to rectangular arrays. The dots denote the centers of the SEs.

المان‌های ساختاری

STRUCTURE ELEMENTS (SEs)

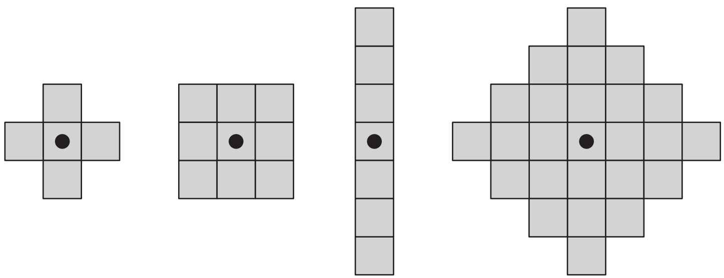
المان ساختاری (عنصر ساختاری)
Structure Element (SE)

مجموعه / زیرتصویر کوچکی که برای کاوش تصویر تحت بررسی به‌منظور یافتن ویژگی‌های مورد نظر استفاده می‌شود.

نمونه‌هایی از المان‌های ساختاری:

هر مربع هاشور خورده، عضوی از SE است.

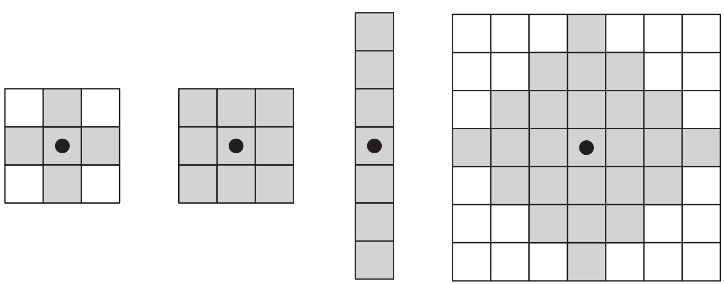
(اگر عضویت یک نقطه در مجموعه‌ی SE مهم نباشد، با × (به‌معنی don't care) نشان داده می‌شود.)



بازنمایی المان‌های ساختاری فوق در قالب آرایه‌های مستطیلی

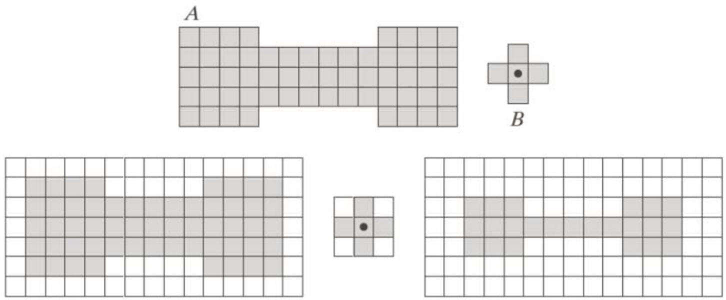
(نقطه‌ی سیاه توپر ●: مرکز SE)

❋ اگر SE متقارن باشد، فرض: مرکز = مرکز تقارن



Chapter 9

Morphological Image Processing



a b
c d e

FIGURE 9.3 (a) A set (each shaded square is a member of the set). (b) A structuring element. (c) The set padded with background elements to form a rectangular array and provide a background border. (d) Structuring element as a rectangular array. (e) Set processed by the structuring element.

المان‌های ساختاری

روش به‌کارگیری المان‌های ساختاری

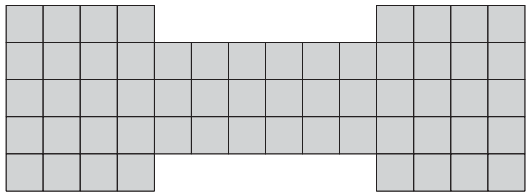
STRUCTURE ELEMENTS (SEs)

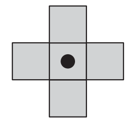
الف) با اعمال B روی A: به‌نحوی که مرکز B از همه‌ی عناصر A عبور کند $\Leftarrow$ یک مجموعه‌ی جدید ساخته می‌شود.

۱) یک مجموعه
(عناصر هاشوردار عضو مجموعه هستند)

ب) در هر مکان مرکز B اگر B به‌طور کامل در A قرار گرفت، آن مکان به‌عنوان عضوی از مجموعه‌ی جدید خواهد بود (هاشور می‌خورد).

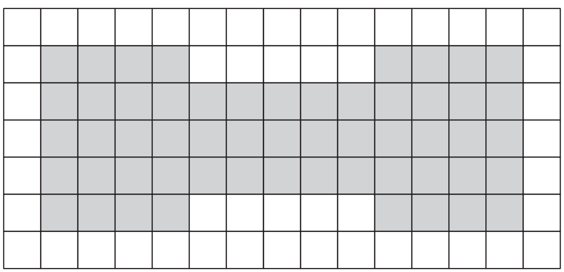
A



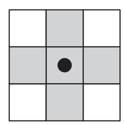


B

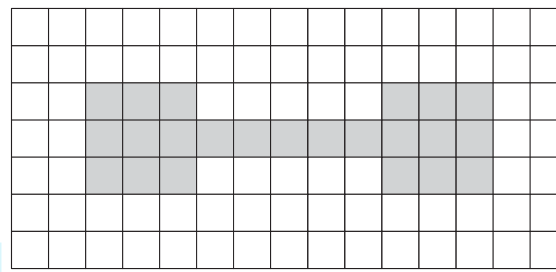
۲) یک المان ساختاری



۳) مجموعه‌ی پد شده با المان‌های پس‌زمینه برای ایجاد آرایه‌ی مستطیلی و تشکیل مرز پس‌زمینه



۴) المان ساختاری به‌شکل یک آرایه‌ی مستطیلی



۵) مجموعه‌ی پردازش‌شده با المان ساختاری
نتیجه: وقتی مرکز B روی مرز A قرار دارد، همپوشانی کامل نیست، پس مرز A فرسایش می‌یابد.

بینایی کامپیوتری

پردازش تصویر مورفولوژیکال

۲

فرسایش
و
گسترش

فرسایش

کاهش ضخامت

EROSION

فرسایش A توسط B

The Erosion of A by B

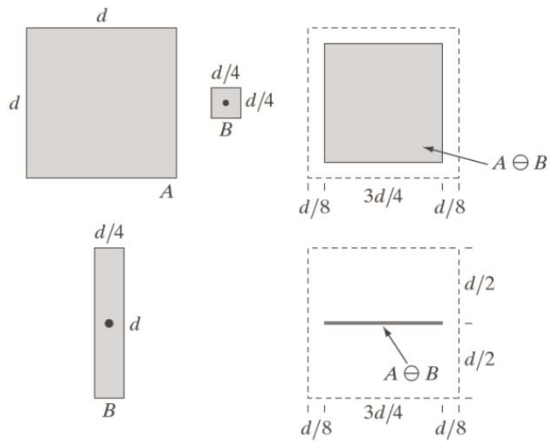
$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

تعریف معادل:

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \varnothing\}$$

$$A, B \subseteq \mathbb{Z}^2$$

مجموعه‌ی همه‌ی جابجایی‌ها z که B با هیچ پس‌زمینه‌ای از A همپوشانی نداشته باشد.



a	b	c
d		e

FIGURE 9.4 (a) Set A. (b) Square structuring element, B. (c) Erosion of A by B, shown shaded. (d) Elongated structuring element. (e) Erosion of A by B using this element. The dotted border in (c) and (e) is the boundary of set A, shown only for reference.

فرسایش

مثال

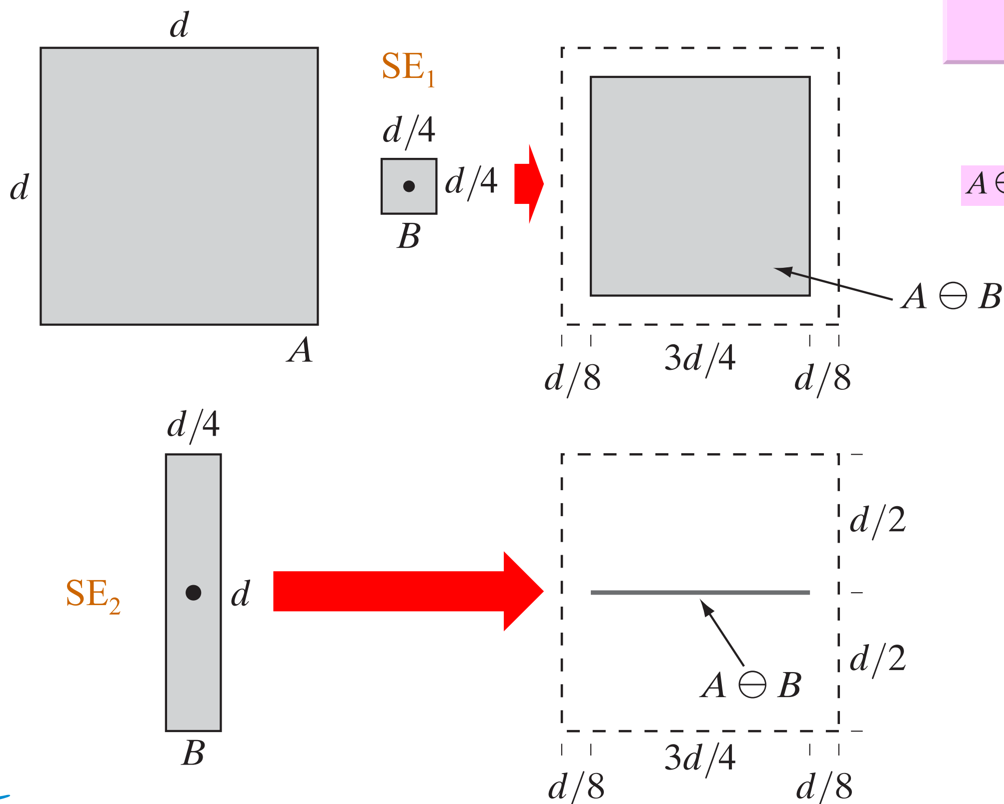
EROSION

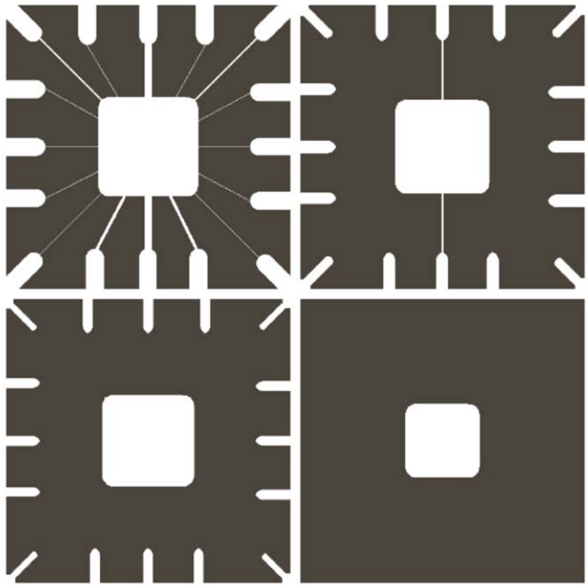
فرسایش *A* توسط *B*

The Erosion of A by B

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \varnothing\}$$





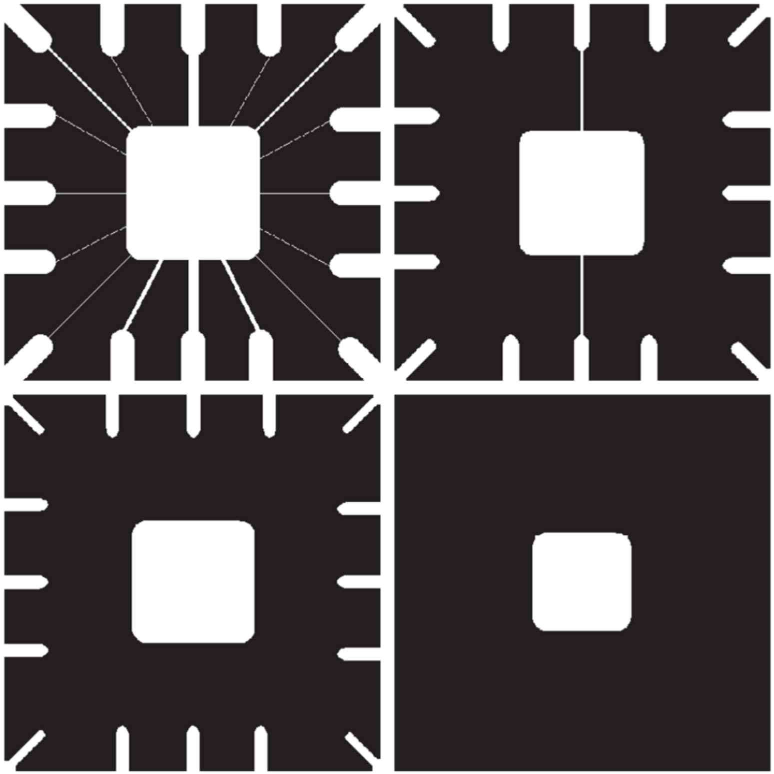
a b
c d

FIGURE 9.5 Using erosion to remove image components. (a) A 486 × 486 binary image of a wire-bond mask. (b)–(d) Image eroded using square structuring elements of sizes 11 × 11, 15 × 15, and 45 × 45, respectively. The elements of the SEs were all 1s.

فرسایش

مثال: کاربرد در حذف اجزای تصویر

EROSION



۱) یک تصویر دودویی ۴۸۶ در ۴۸۶ پیکسل

۲) تصویر فرسایش‌یافته با استفاده از المان ساختاری با اندازه‌ی ۱۱ در ۱۱

۳) تصویر فرسایش‌یافته با استفاده از المان ساختاری با اندازه‌ی ۱۵ در ۱۵

۴) تصویر فرسایش‌یافته با استفاده از المان ساختاری با اندازه‌ی ۴۵ در ۴۵

گسترش (اتساع)

افزایش ضخامت

DILATION

گسترش A توسط B

The Dilation of A by B

$$A \oplus B = \left\{ z \middle| (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing \right\}$$

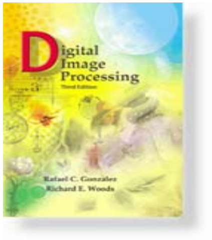
تعریف معادل:

$$A \oplus B = \left\{ z \middle| [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A \right\}$$

$$A, B \subseteq \mathbb{Z}^2$$

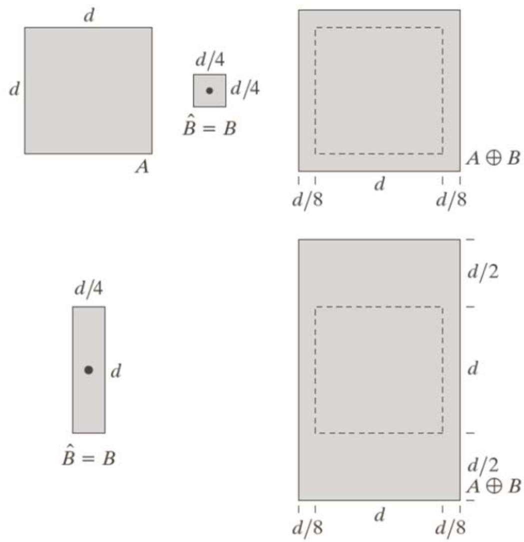
بازتاب دادن B حول مرکز آن و انتقال این بازتاب با z:

مجموعه‌ی همه‌ی جابجایی‌ها z که $\hat{B}$ و A حداقل در یک عنصر اشتراک داشته باشند.



Chapter 9

Morphological Image Processing



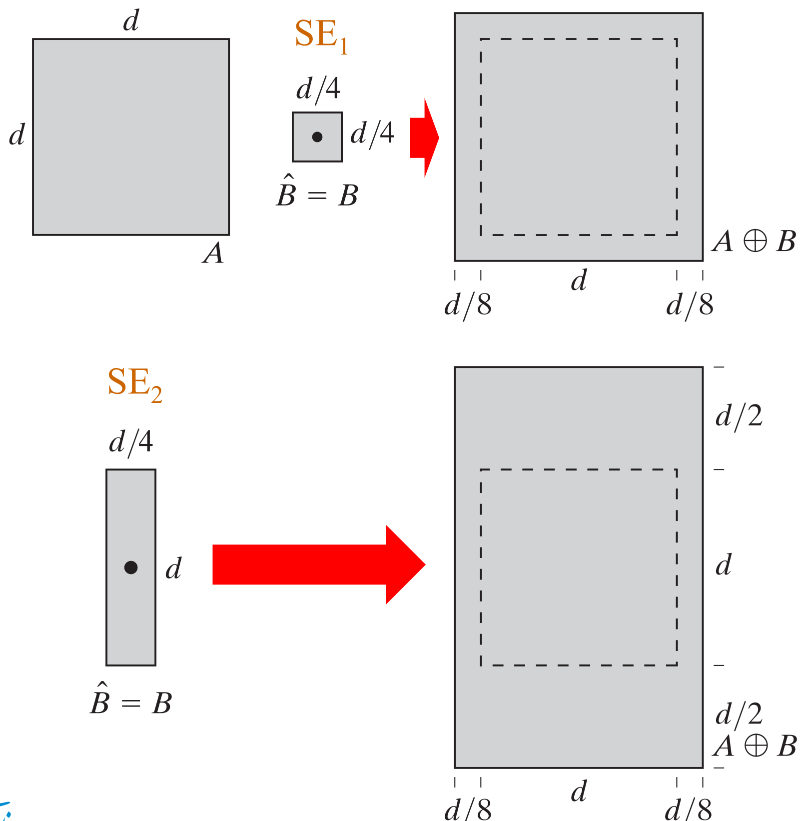
a b c
d e

FIGURE 9.6 (a) Set A. (b) Square structuring element (the dot denotes the origin). (c) Dilation of A by B, shown shaded. (d) Elongated structuring element. (e) Dilation of A using this element. The dotted border in (c) and (e) is the boundary of set A, shown only for reference

گسترش

مثال

<u>DILATION</u>



گسترش A توسط B

The Dilation of A by B

$$A \oplus B = \{ z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing \}$$

$$A \oplus B = \{ z \mid [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A \}$$

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition

گسترش (اتساع)

خواص

DILATION

شرکت‌پذیری

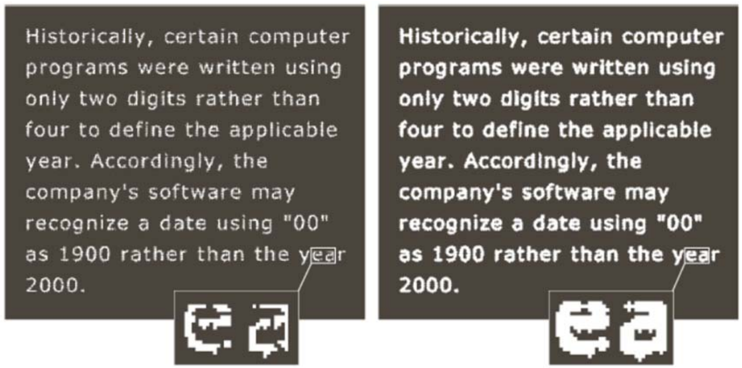
$$A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$$

جابجاپذیری

$$A \oplus B = B \oplus A$$

Chapter 9

Morphological Image Processing



0	1	0
1	1	1
0	1	0

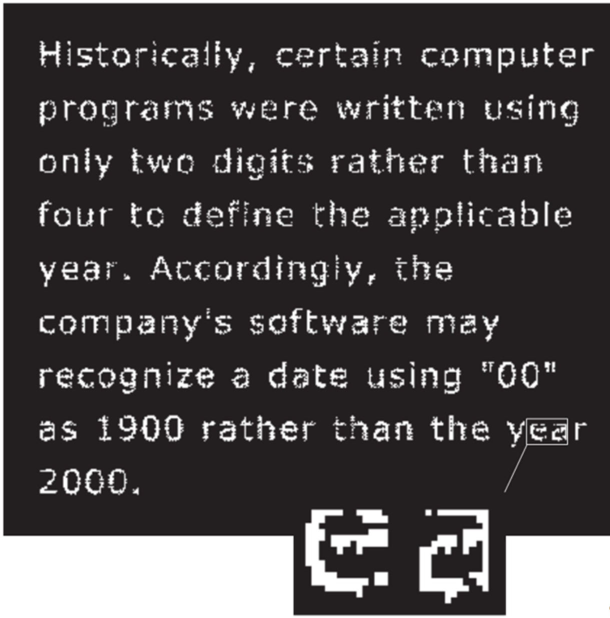
a c
b

FIGURE 9.7 (a) Sample text of poor resolution with broken characters (see magnified view). (b) Structuring element. (c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.

گسترش

مثال: کاربرد در پر کردن بریدگی‌ها

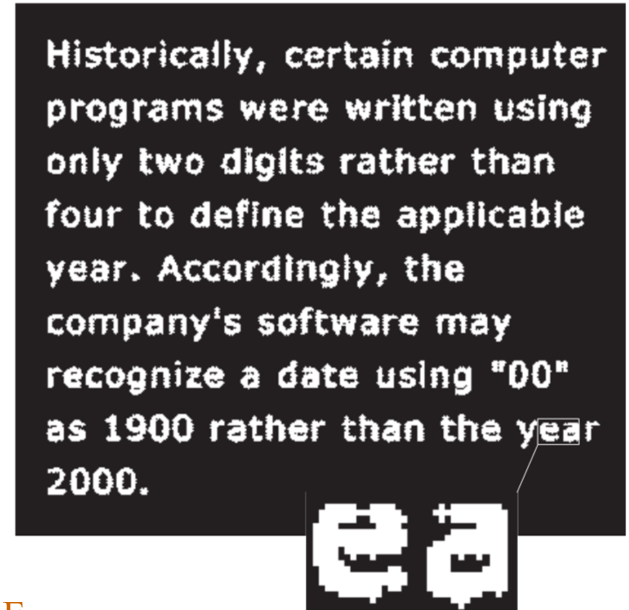
DILATION



۱)
نمونه‌ای از متن با قابلیت تفکیک پایین و کاراکترهای شکسته شده

SE

0	1	0
1	1	1
0	1	0



۲)
گسترش تصویر سمت راست با SE:
قسمت‌های شکسته شده، متصل شدند.

دوگانی فرسایش و گسترش

Duality of Dilation and Erosion

فرسایش و **گسترش**، نسبت به عمل‌های مجموعه‌ای متمم و بازتاب، **دوگان** یکدیگر هستند:

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

$$(A \ominus B)^c = \left\{ z \middle| (B)_z \subseteq A \right\}^c$$

$$(A \ominus B)^c = \left\{ z \middle| (B)_z \cap A^c = \varnothing \right\}^c$$

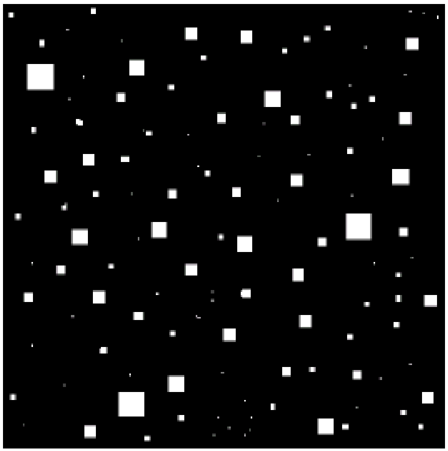
$$(A \ominus B)^c = \left\{ z \middle| (B)_z \cap A^c \neq \varnothing \right\}$$

$$= A^c \oplus \hat{B}$$

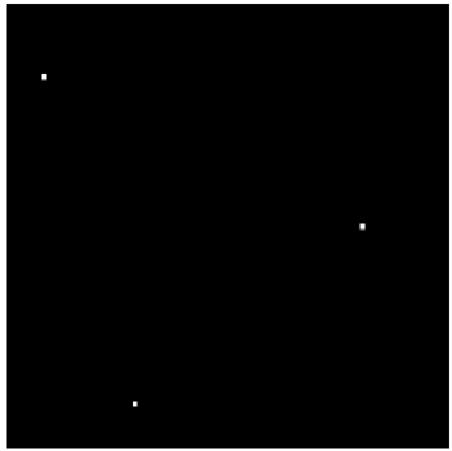
فرسایش و گسترش

مثال

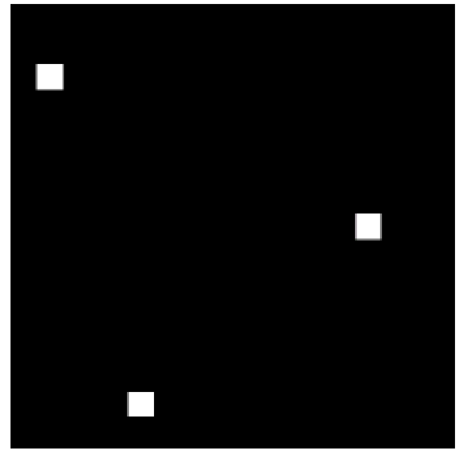
Erosion and Dilation



(۱)
تصویر مربع‌ها با اندازه‌های ضلع
1, 3, 5, 7, 9 pixel(s)



(۲)
فرسایش (۱) با یک المان ساختاری
مربعی با ضلع ۱۳ پیکسل



(۳)
گسترش (۲) با همان المان ساختاری

پردازش تصویر مورفولوژیکال

۳

باز کردن
و
بستن

باز کردن (گشودن)

هموارسازی + شکستن فواصل باریک + حذف برآمدگی‌های باریک

OPENING

باز کردن A توسط B
The Opening of A by B

باز کردن:
محتوای یک شیئ را هموارتر می‌کند، فواصل باریک را می‌شکند و برآمدگی‌های باریک را حذف می‌کند.

باز کردن A با B = **فرسایش** A با B و سپس **گسترش** حاصل با B است.

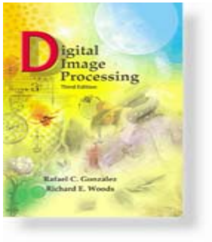
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

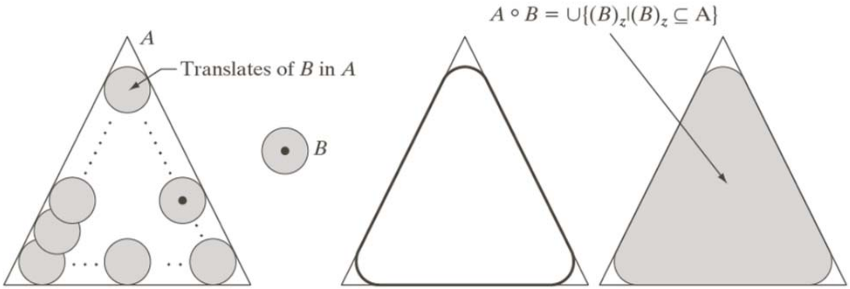
تعریف معادل (بر اساس تعبیر هندسی باز کردن):

$$A \circ B = \bigcup \left\{ (B)_z \middle| (B)_z \subseteq A \right\}$$

$$A, B \subseteq \mathbb{Z}^2$$

تعبیر هندسی:
مرز $A \circ B$ دورترین نقاطی است که المان ساختاری B (به‌صورت یک توپ هموار) در حال چرخش در داخل A به آن می‌رسد.





a b c d

FIGURE 9.8 (a) Structuring element B "rolling" along the inner boundary of A (the dot indicates the origin of B). (b) Structuring element. (c) The heavy line is the outer boundary of the opening. (d) Complete opening (shaded). We did not shade A in (a) for clarity.

باز کردن

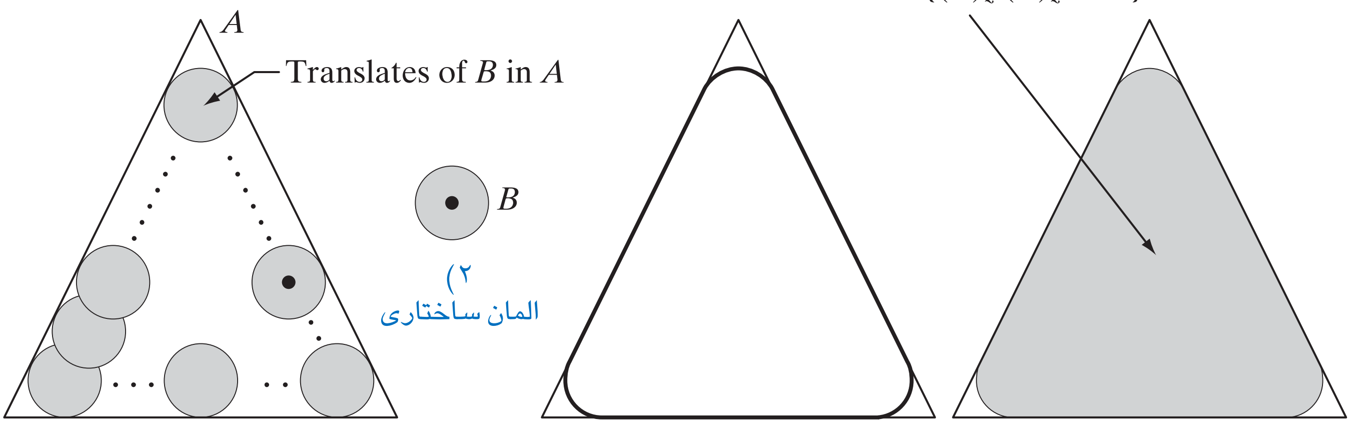
مثال

OPENING

باز کردن A توسط B

The Opening of A by B

$$A \circ B = \cup\{(B)_z | (B)_z \subseteq A\}$$



۱) چرخش المان ساختاری B در امتداد مرز داخلی A

۲) المان ساختاری

۳) خط ضخیم، «مرز بیرونی» باز کردن است

۴) حاصل باز کردن کامل (هاشوردار)

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition
کاظم فولادی

بستن

هموارسازی + جوش دادن شکستگی‌های باریک و فواصل طولانی + حذف سوراخ‌های کوچک + پر کردن شکاف‌های کانتور

CLOSING

بستن A توسط B

The Closing of A by B

بستن:

بخش‌هایی از کانتور را هموار می‌کند، شکستگی‌های باریک و فواصل طولانی را به هم جوش می‌دهد، سوراخ‌های کوچک را حذف می‌کند و شکاف‌های موجود در کانتور را پر می‌کند.

بستن A با B = **گسترش** A با B و سپس **فرسایش** حاصل با B است.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

$$A, B \subseteq \mathbb{Z}^2$$

تعبیر هندسی:

مرز $A \circ B$ دورترین نقاطی است که المان ساختاری B (به‌صورت یک توپ هموار) در حال چرخش در خارج مرز A به آن می‌رسد.

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition
کاظم فولادی

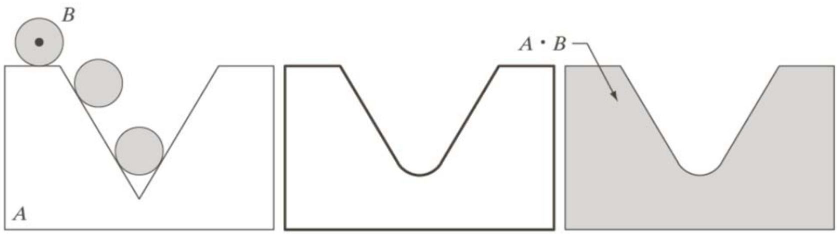


FIGURE 9.9 (a) Structuring element B "rolling" on the outer boundary of set A. (b) The heavy line is the outer boundary of the closing. (c) Complete closing (shaded). We did not shade A in (a) for clarity.

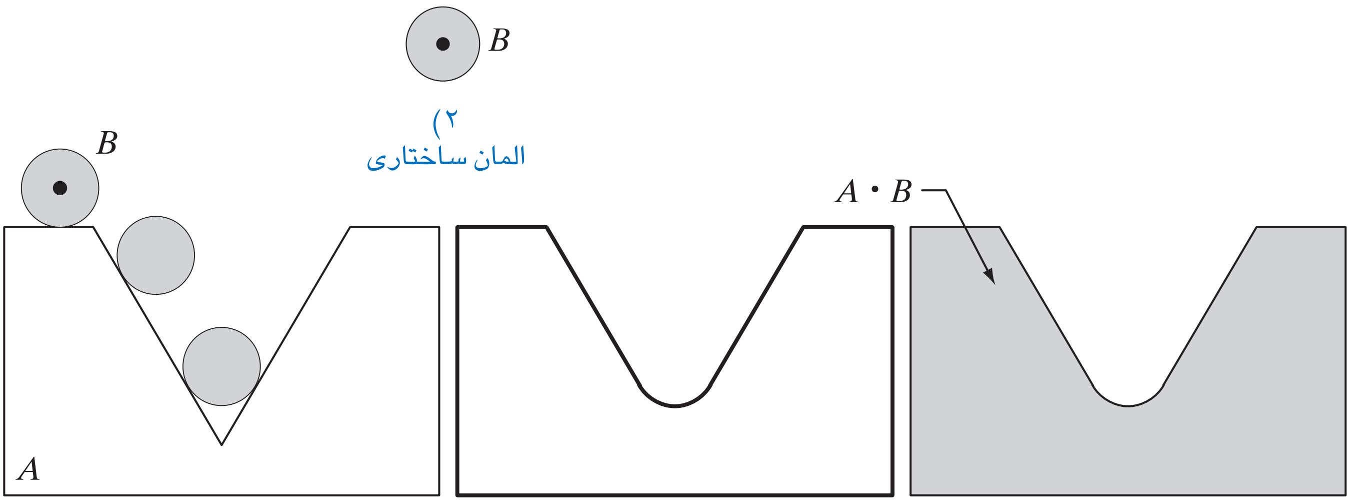
بستن

مثال

CLOSING

بستن *A* توسط *B*

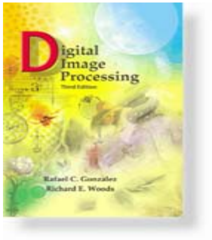
The Closing of A by B



۱)
چرخش المان ساختاری B در امتداد
مرز بیرونی A

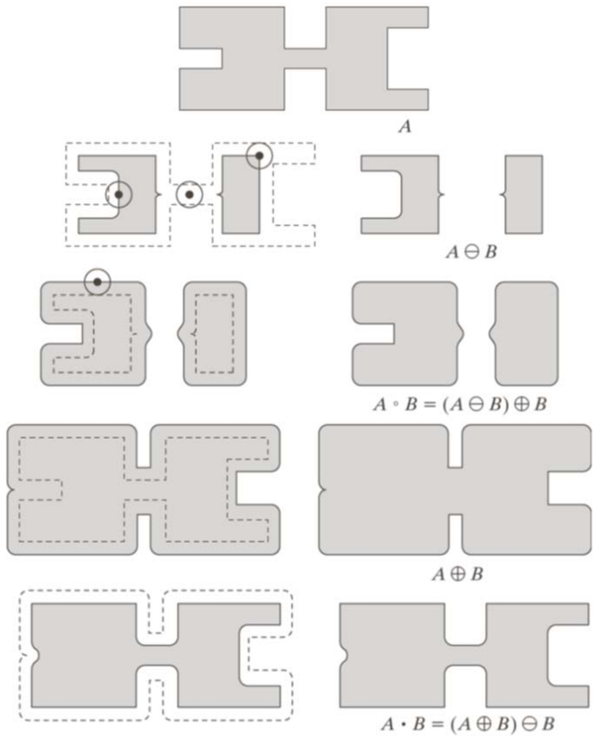
۳)
خط ضخیم،
«مرز بیرونی» بستن است

۴)
حاصل بستن کامل
(هاشوردار)



Chapter 9

Morphological Image Processing



a
b c
d e
f g
h i

FIGURE 9.10 Morphological opening and closing. The structuring element is the small circle shown in various positions in (b). The SE was not shaded here for clarity. The dark dot is the center of the structuring element.

باز کردن و بستن

مثال (۱ از ۲)

Opening and Closing

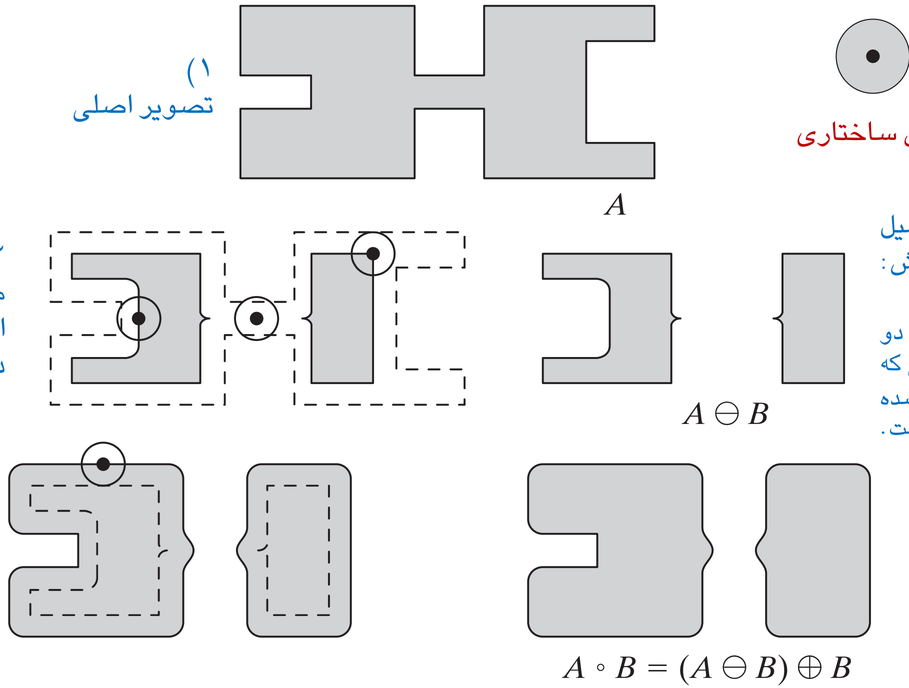
۱) تصویر اصلی

المان ساختاری

۲) موقعیت‌های مختلف المان ساختاری دایره‌ای در حین فرآیند فرسایش

۳) نتیجه‌ی تکمیل فرآیند فرسایش:

حذف پل باریک بین دو بخش؛ برآمدگی‌هایی که دیسک B در آن جا نمی‌شده است، حذف شده است.



۴) فرآیند گسترش حاصل فرسایش‌یافته (۳)

گوشه‌های به‌سمت بیرون گرد شده‌اند، اما گوشه‌های به‌سمت داخل تغییر نکرده‌اند.

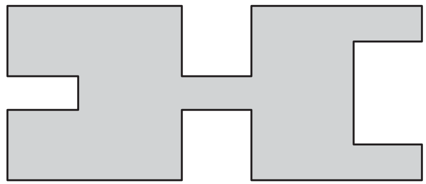
۵) نتیجه‌ی تکمیل فرآیند گسترش: حاصل نهایی باز کردن

باز کردن و بستن

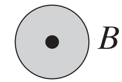
مثال (۲ از ۲)

Opening and Closing

۱) تصویر اصلی

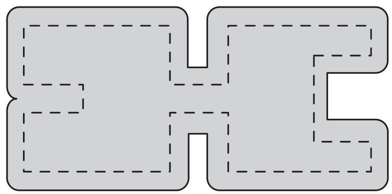


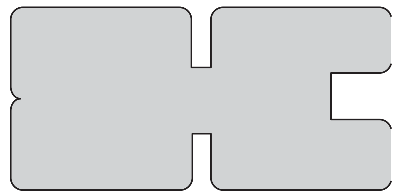
A



المان ساختاری

۲) موقعیت‌های مختلف المان ساختاری دایره‌ای در حین فرآیند گسترش





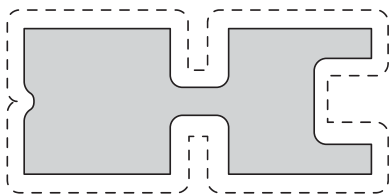
$A \oplus B$

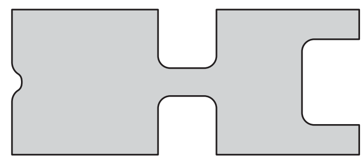
۳) نتیجه‌ی تکمیل فرآیند گسترش:

نتیجه‌ی هموار شدن بخش‌هایی از شکل

۴) فرآیند فرسایش حاصل گسترش‌یافته (۳)

گوشه‌های به‌سمت داخل گرد شده‌اند، اما گوشه‌های به‌سمت بیرون تغییر نکرده‌اند.





$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$

۵) نتیجه‌ی تکمیل فرآیند فرسایش: حاصل نهایی بستن

دوگانی باز کردن و بستن

Duality of Opening and Closing

باز کردن و بستن (مانند فرسایش و گسترش)، نسبت به عمل‌های مجموعه‌ای متمم و بازتاب، **دوگان** یکدیگر هستند:

$$(A \bullet B)^c = (A^c \circ \hat{B})$$

$$(A \circ B)^c = (A^c \bullet \hat{B})$$

خصوصیات باز کردن و بستن

Properties of Opening and Closing

خصوصیات باز کردن

(a) $A \circ B$ is a subset (subimage) of A.
(b) If C is a subset of D, then $C \circ B$ is a subset of $D \circ B$.
(c) $(A \circ B) \circ B = A \circ B$.

خصوصیات بستن

(a) A is a subset (subimage) of $A \bullet B$.
(b) If C is a subset of D, then $C \bullet B$ is a subset of $D \bullet B$.
(c) $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$.

Chapter 9

Morphological Image Processing

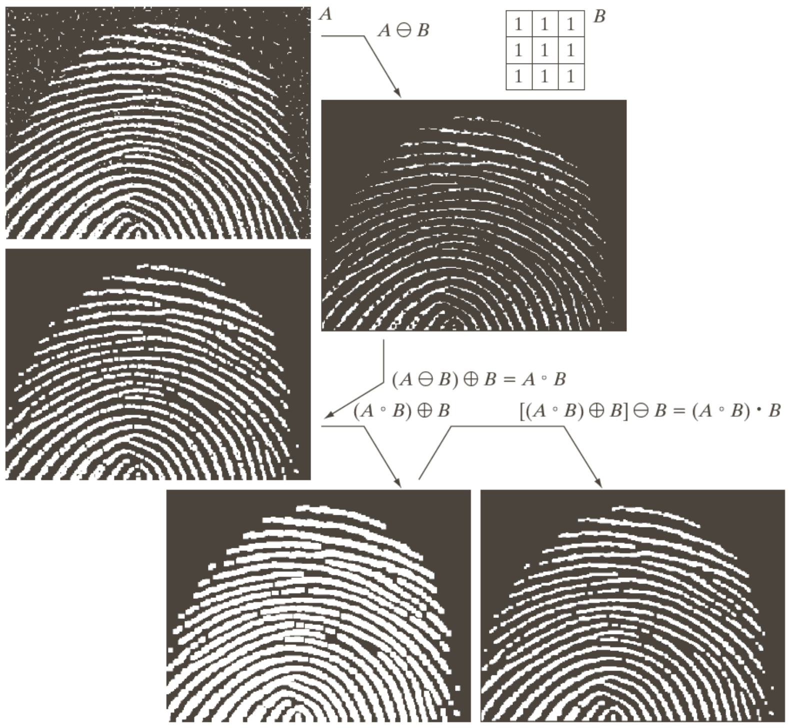
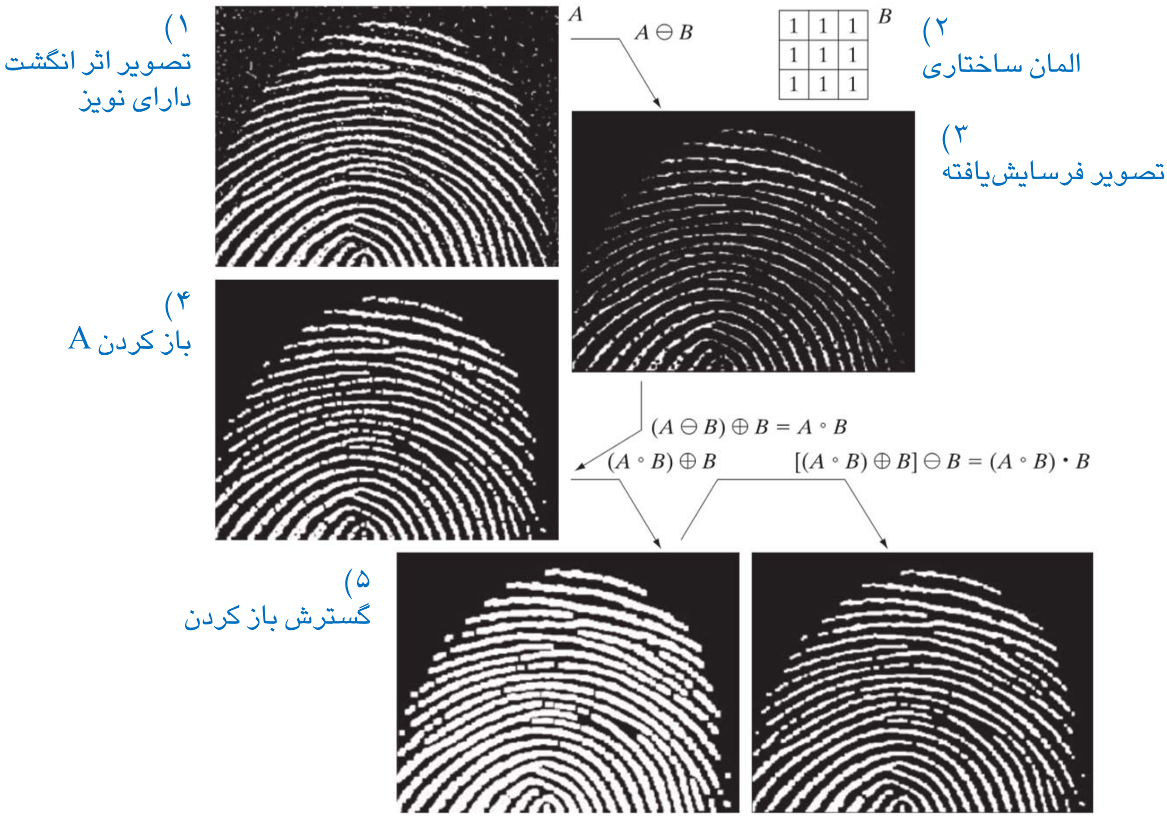


FIGURE 9.11 (a) Noisy image. (b) Structuring element. (c) Eroded image. (d) Opening of *A*. (e) Dilation of the opening. (f) Closing of the opening. (Original image courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

باز کردن و بستن

مثال: فیلتر کردن مورفولوژیکال

Opening and Closing: Morphological Filtering



بینایی کامپیوتری

پردازش تصویر مورفولوژیکال

۴

تبدیل هیت یا میس

تبدیل هیت یا میس (اصابت یا فقدان)

THE HIT-OR-MISS TRANSFORMATION

تبدیل هیت یا میس
The Hit-or-Miss Transformation

می‌خواهیم مکان شیئ D را بیابیم.
اگر B مجموعه‌ی شامل D و پس‌زمینه‌ی آن باشد،
اصابت (هیت) B در A عبارت است از:

$$A \circledast B = (A \ominus D) \cap \left[A^c \ominus (W - D) \right]$$

بخش حاوی شیئ اصلی و بخش حاوی پس‌زمینه‌ی آن را تفکیک می‌کنیم:

$$B = (B_1, B_2), \qquad B_1 = D \qquad B_2 = (W - D).$$

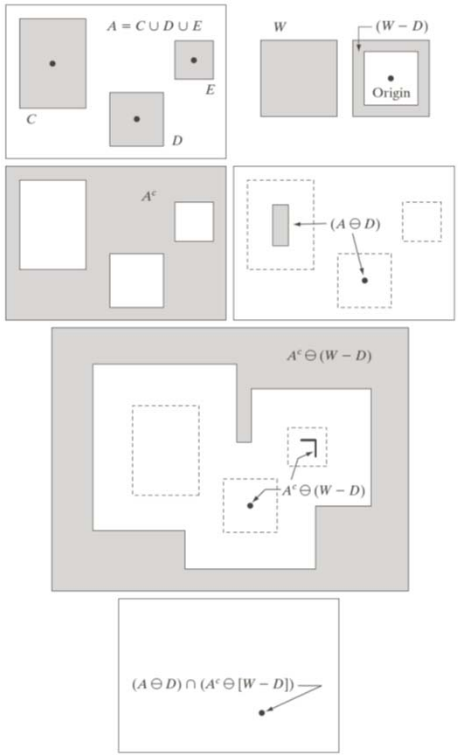
داریم:

$$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$$

با استفاده از تعریف تفاضل مجموعه‌ها و رابطه‌ی دوگانی فرسایش و گسترش، داریم:

$$A \circledast B = (A \ominus B_1) - (A \oplus \hat{B}_2)$$

تبدیل مورفولوژیکی هیت یا میس:
مجموعه پیکسل‌هایی که با B_1 مطابقت دارند *(hit)* و همزمان با هیچ‌یک از پیکسل‌های B_2 مطابقت ندارند *(miss)*.



a b
c d
e
f

FIGURE 9.12 (a) Set A. (b) A window, W, and the local background of D with respect to W, $(W - D)$. (c) Complement of A. (d) Erosion of A by D. (e) Erosion of A^c by $(W - D)$. (f) Intersection of (d) and (e), showing the location of the origin of D, as desired. The dots indicate the origins of C, D, and E.

تبدیل هیت یا میس (اصابت یا فقدان)

مثال: هدف آشکارسازی محل شکل D (۱ از ۲)

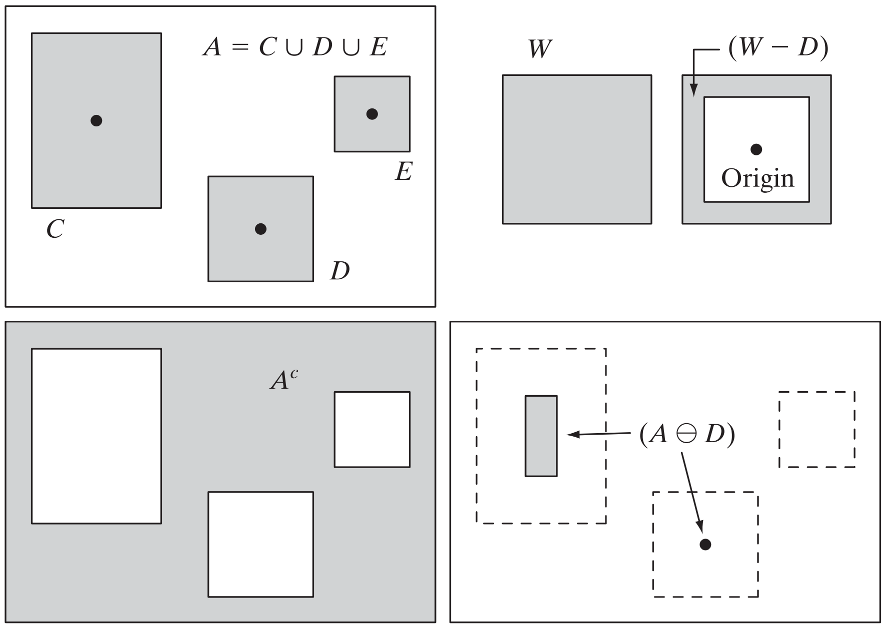
THE HIT-OR-MISS TRANSFORMATION

۱) مجموعه‌ی A

۲) پنجره‌ی W و پس‌زمینه‌ی محلی D نسبت به W:
W-D

۳) مکمل مجموعه‌ی A

۴) فرسایش A توسط D



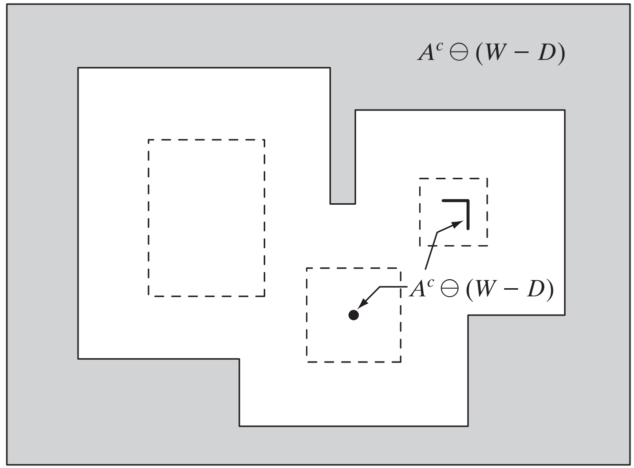
$$A \circledast B = (A \ominus D) \cap \left[A^c \ominus (W - D) \right] \qquad A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$$

تبدیل هیت یا میس (اصابت یا فقدان)

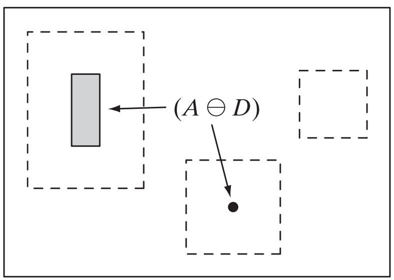
مثال: هدف آشکارسازی محل شکل D (۲ از ۲)

The Hit-or-Miss Transformation

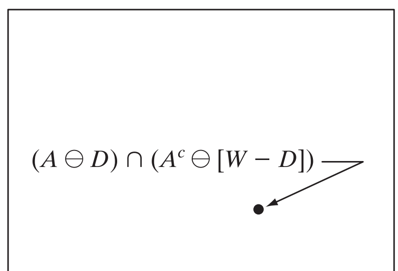
۵)
فرسایش مکمل A توسط $W\text{-}D$



$$B = (X, W - X)$$



۴)
فرسایش A توسط D



۶)
اشتراک (۴) و (۵):
مکان مرکز D با یک نقطه نشان داده شده است.

پردازش تصویر مورفولوژیکال

۵

برخی الگوریتم‌های مورفولوژیکی پایه

برخی الگوریتم‌های مورفولوژیکی پایه

Some Basic Morphological Algorithms

استخراج مرز
Boundary Extraction

پر کردن حفره
Hole Filling

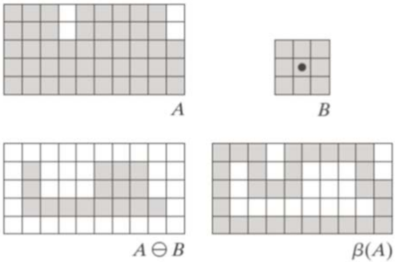
استخراج مؤلفه‌های همبند
Extraction of Connected Components

نازک‌سازی
Thinning

ضخیم‌سازی
Thickening

استخراج اسکلت
Skeletons Extraction

هرس کردن
Pruning



a b
c d

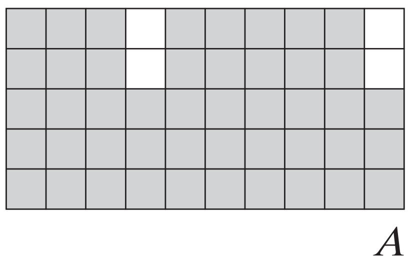
FIGURE 9.13 (a) Set A. (b) Structuring element B. (c) A eroded by B. (d) Boundary, given by the set difference between A and its erosion.

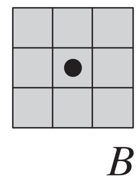
استخراج مرز

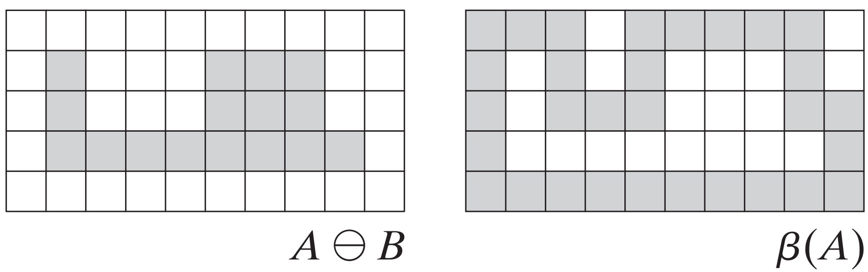
Boundary Extraction

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

ضخامت مرز با اندازه‌ی المان ساختاری B متناسب است.







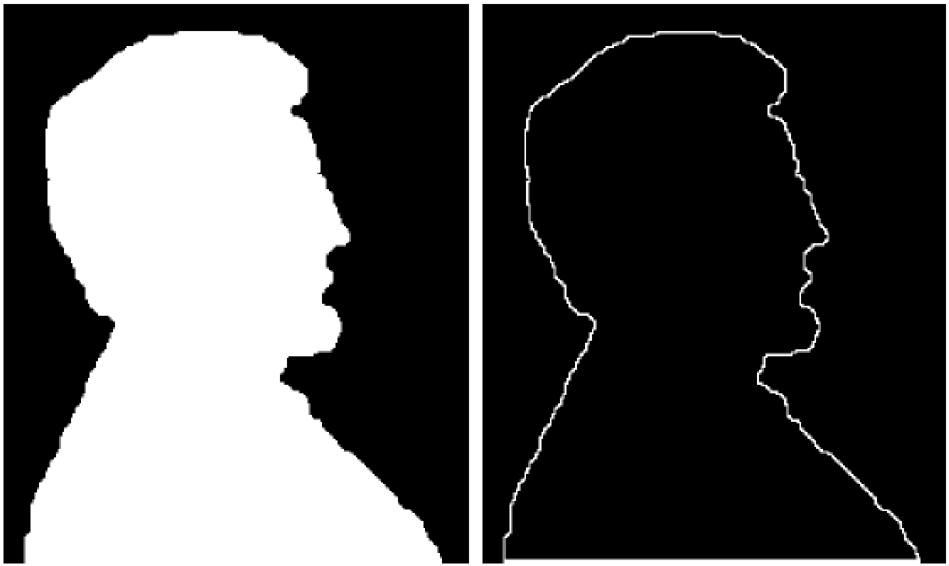
a b

FIGURE 9.14 (a) A simple binary image, with 1s represented in white. (b) Result of using Eq. (9.5-1) with the structuring element in Fig. 9.13(b).

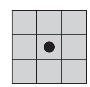
استخراج مرز

مثال

Boundary Extraction



A $\qquad\qquad$ $\beta(A) = A - (A \ominus B)$



B

پر کردن حفره

HOLE FILLING

حفره *Hole*	ناحیه‌ای از پس‌زمینه که توسط مرز همبندی از پیکسل‌های پس‌زمینه احاطه شده است.

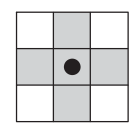
پر کردن حفره:
فرض می‌کنیم A مجموعه‌ای باشد که اعضای آن مرزهای ۸–همبند باشد.
هر مرز حول یک نقطه پس‌زمینه (حفره) قرار دارد.
با داشتن یک نقطه از هر حفره، هدف **پر کردن همه‌ی حفره‌ها با 1** است.

الگوریتم پر کردن حفره

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$

$X_0 = p$ p is an initial point inside the hole boundary

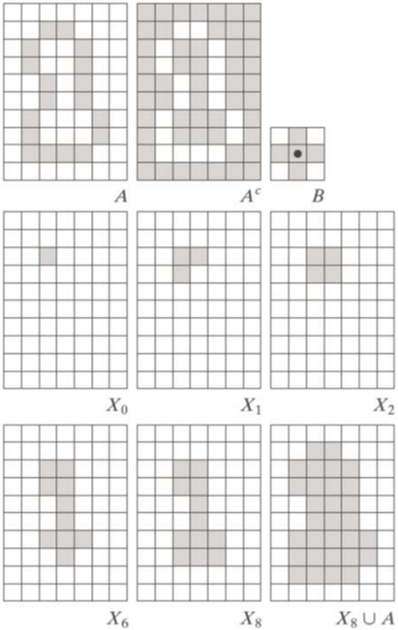
Repeat until $X_k = X_{k-1}$.



B

Chapter 9

Morphological Image Processing



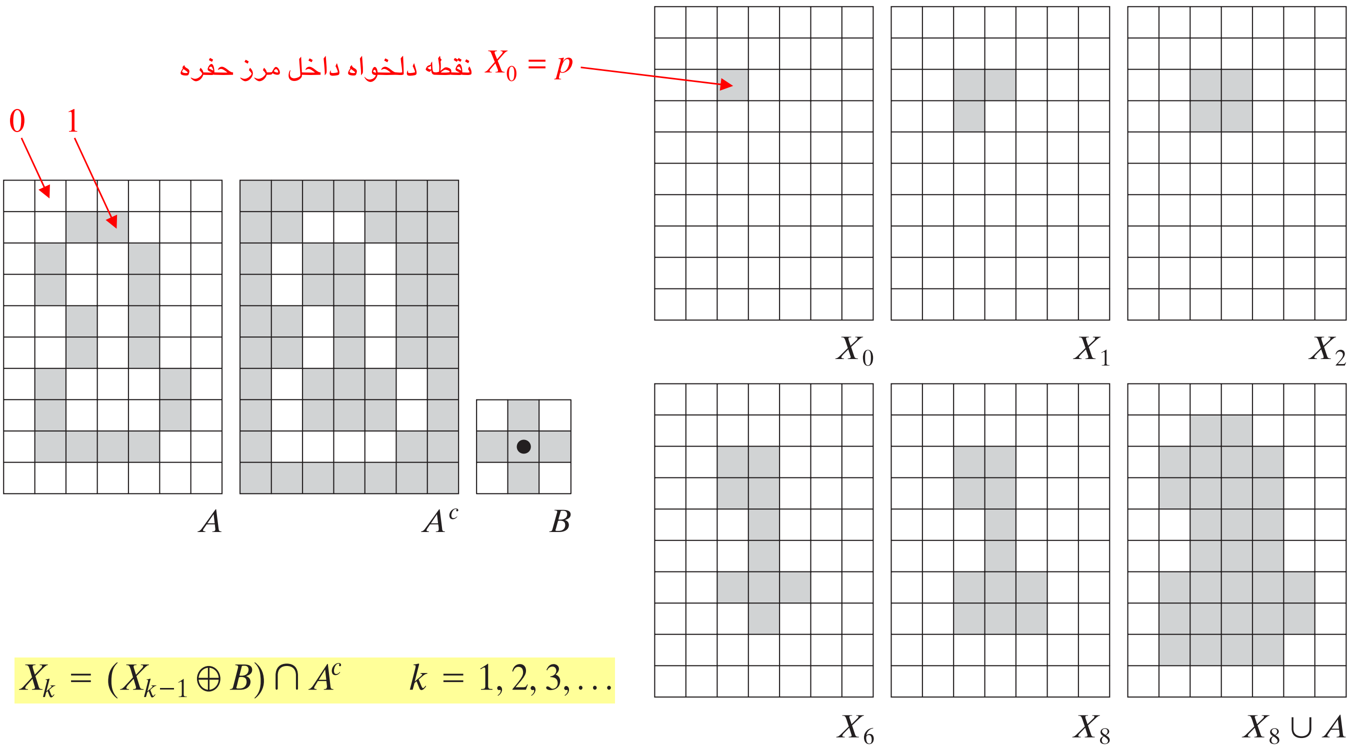
a b c
d e f
g h i

FIGURE 9.15 Hole filling. (a) Set A (shown shaded). (b) Complement of A. (c) Structuring element B. (d) Initial point inside the boundary. (e)–(h) Various steps of Eq. (9.5-2). (i) Final result [union of (a) and (h)].

پر کردن حفره

مثال

HOLE FILLING



$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$

Chapter 9
Morphological Image Processing

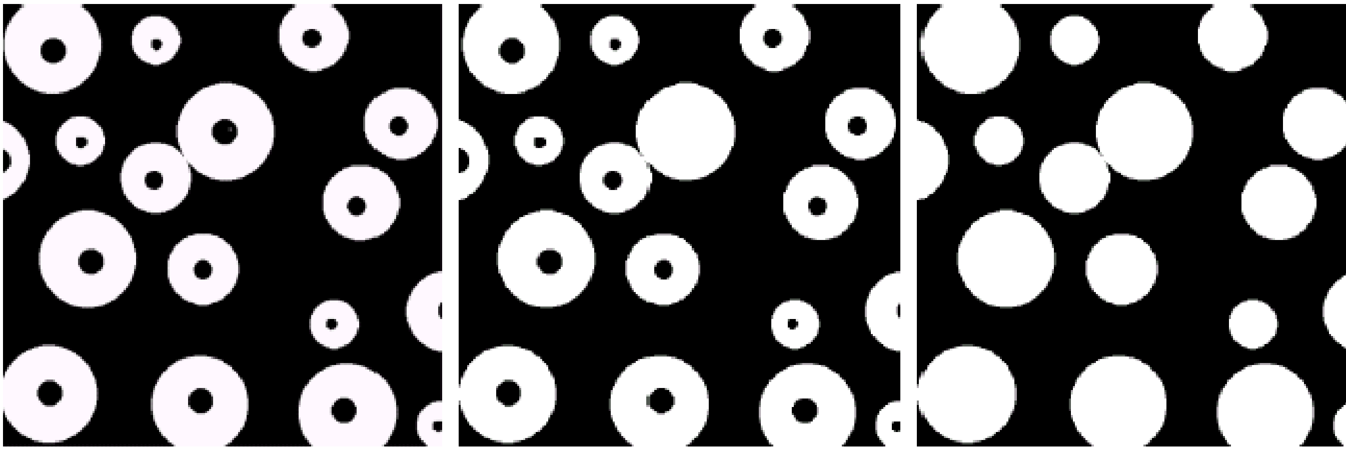
a b c

FIGURE 9.16 (a) Binary image (the white dot inside one of the regions is the starting point for the hole-filling algorithm). (b) Result of filling that region. (c) Result of filling all holes.

پر کردن حفره

مثال

HOLE FILLING



۱)
تصویر دودویی
(یک نقطه‌ی سفید داخل هر یک از ناحیه‌ها، نقطه‌ی شروع الگوریتم پر کردن حفره است)

۲)
نتیجه‌ی پر کردن آن حفره

۳)
نتیجه‌ی پر کردن همه‌ی حفره‌ها

Extraction of Connected Components

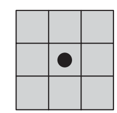
همبندی *Connectivity*	هبمندی در زیرمجموعه‌ی S از یک تصویر: دو پیکسل همبند هستند، هرگاه مسیری بین آن دو وجود داشته باشد که کاملاً درون S قرار گیرد.
مؤلفه‌ی همبند *Connected Component*	مؤلفه‌ی همبند S: مجموعه‌ی همه‌ی پیکسل‌ها در S که به یک پیکسل داده شده در S همبند باشد.

استخراج مؤلفه‌های همبند:

فرض می‌کنیم A مجموعه‌ای باشد حاوی یک یا چند مؤلفه‌ی همبند؛
آرایه‌ی X_0 هم‌اندازه با A با مقدار صفر که فقط در یک نقطه از هر مؤلفه‌ی همبند 1 است.
هدف **یافتن همه‌ی مؤلفه‌های همبند** است.

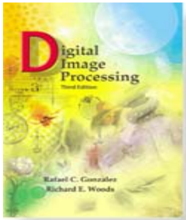
الگوریتم استخراج مؤلفه‌های همبند

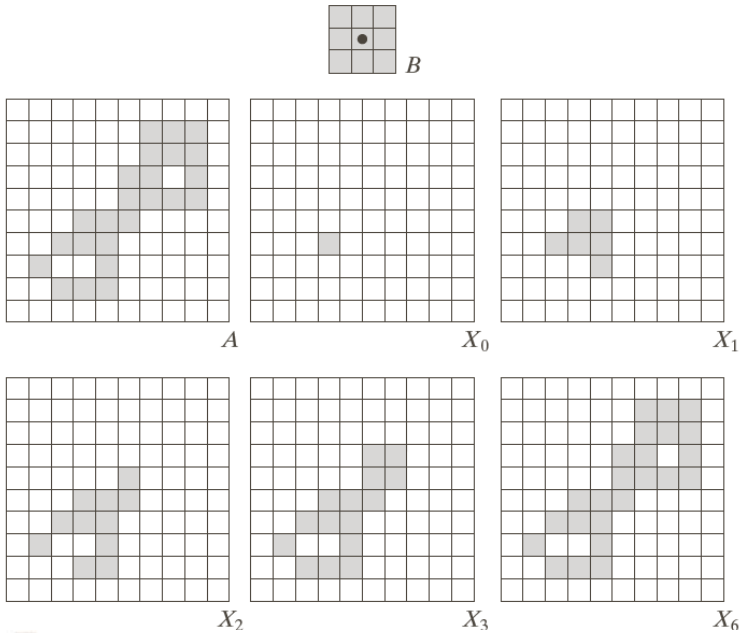
$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$


B

$X_0 = p$ $\quad$ p is an initial point inside the connected component

Repeat until $\quad X_k = X_{k-1}.$





a
b c d
e f g

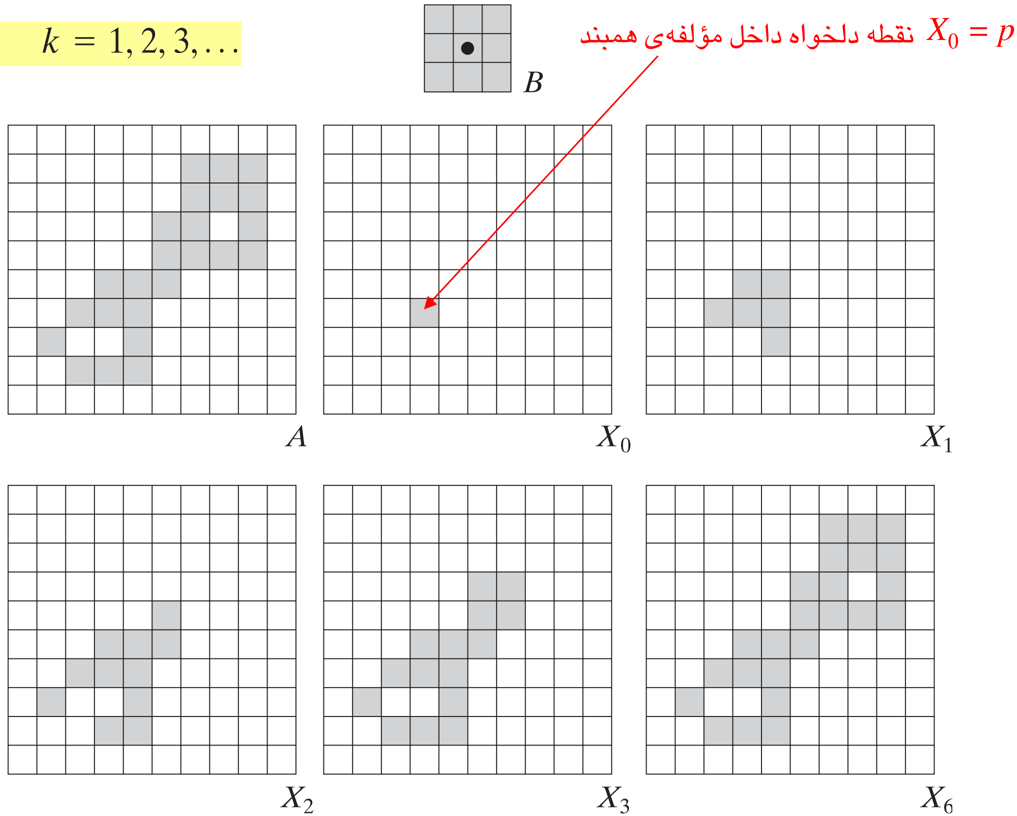
FIGURE 9.17 Extracting connected components. (a) Structuring element. (b) Array containing a set with one connected component. (c) Initial array containing a 1 in the region of the connected component. (d)–(g) Various steps in the iteration of Eq. (9.5-3).

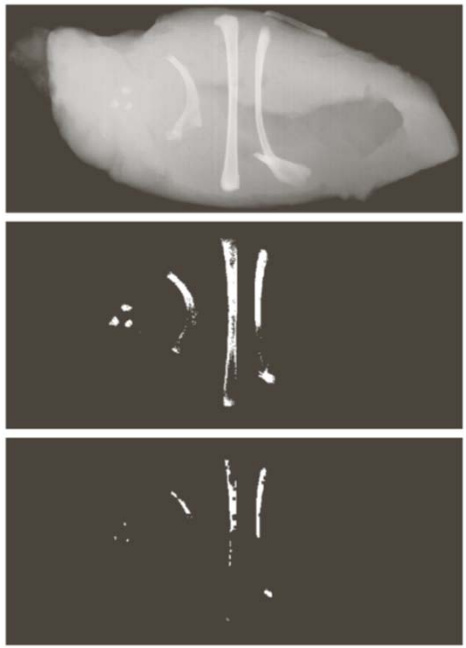
استخراج مؤلفه‌های همبند

مثال

Extraction of Connected Components

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$





Connected component	No. of pixels in connected comp
01	11
02	9
03	9
04	39
05	133
06	1
07	1
08	743
09	7
10	11
11	11
12	9
13	9
14	674
15	85

a
b
c d

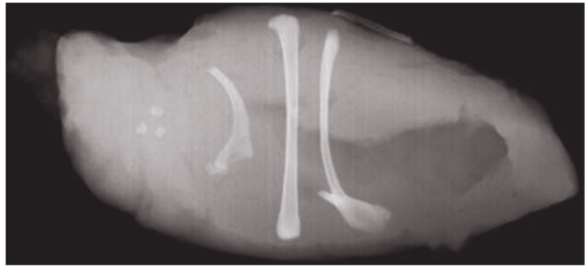
FIGURE 9.18 (a) X-ray image of chicken filet with bone fragments. (b) Thresholded image. (c) Image eroded with a 5×5 structuring element of 1s. (d) Number of pixels in the connected components of (c). (Image courtesy of NTB Elektronische Geraete GmbH, Diepholz, Germany, www.ntbxray.com.)

استخراج مؤلفه‌های همبند

مثال

EXTRACTION OF CONNECTED COMPONENTS

۱)
تصویر اشعه‌ی ایکس
از سینه‌ی مرغ با قطعات استخوان



۲)
تصویر آستانه‌گذاری شده

۳)
تصویر فرسایش‌یافته با یک
المان ساختاری ۵ در ۵ تمام ۱

۴)
تعداد پیکسل‌ها در هر
مؤلفه‌ی همبند تصویر (۳)
(با برچسب‌گذاری روی
پیکسل‌های هر مؤلفه)

Connected component	No. of pixels in connected comp
01	11
02	9
03	9
04	39
05	133
06	1
07	1
08	743
09	7
10	11
11	11
12	9
13	9
14	674
15	85

استخراج پوسته‌ی محدب

Extraction of Convex Hull

محدب بودن *Convexity*	مجموعه‌ی A **محدب** نام دارد، اگر خط راست متصل کننده‌ی هر دو نقطه‌ی دلخواه در A کاملاً داخل A قرار گیرد.
پوسته‌ی محدب *Convex Hull*	پوسته‌ی محدب H مجموعه‌ی دلخواه S: کوچک‌ترین مجموعه‌ی محدب شامل S می‌باشد.

استخراج پوسته‌ی محدب:
با داشتن مجموعه‌ی A، هدف **یافتن پوسته‌ی محدب** آن $C(A)$ است.

الگوریتم استخراج پوسته‌ی محدب

$$X_k^i = (X_{k-1} \circledast B^i) \cup A \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad \text{and} \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

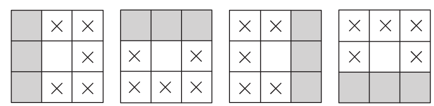
$$X_0^i = A$$

Repeat until $X_k^i = X_{k-1}^i$

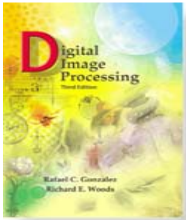
$$D^i = X_k^i$$

$$C(A) = \bigcup_{i=1}^{4} D^i$$

$B^i, i = 1, 2, 3, 4,$

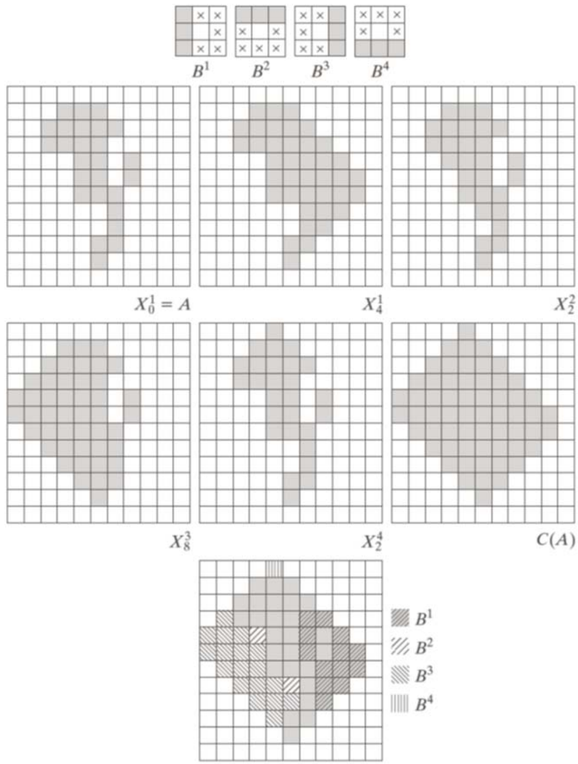


B^1 B^2 B^3 B^4



Chapter 9

Morphological Image Processing



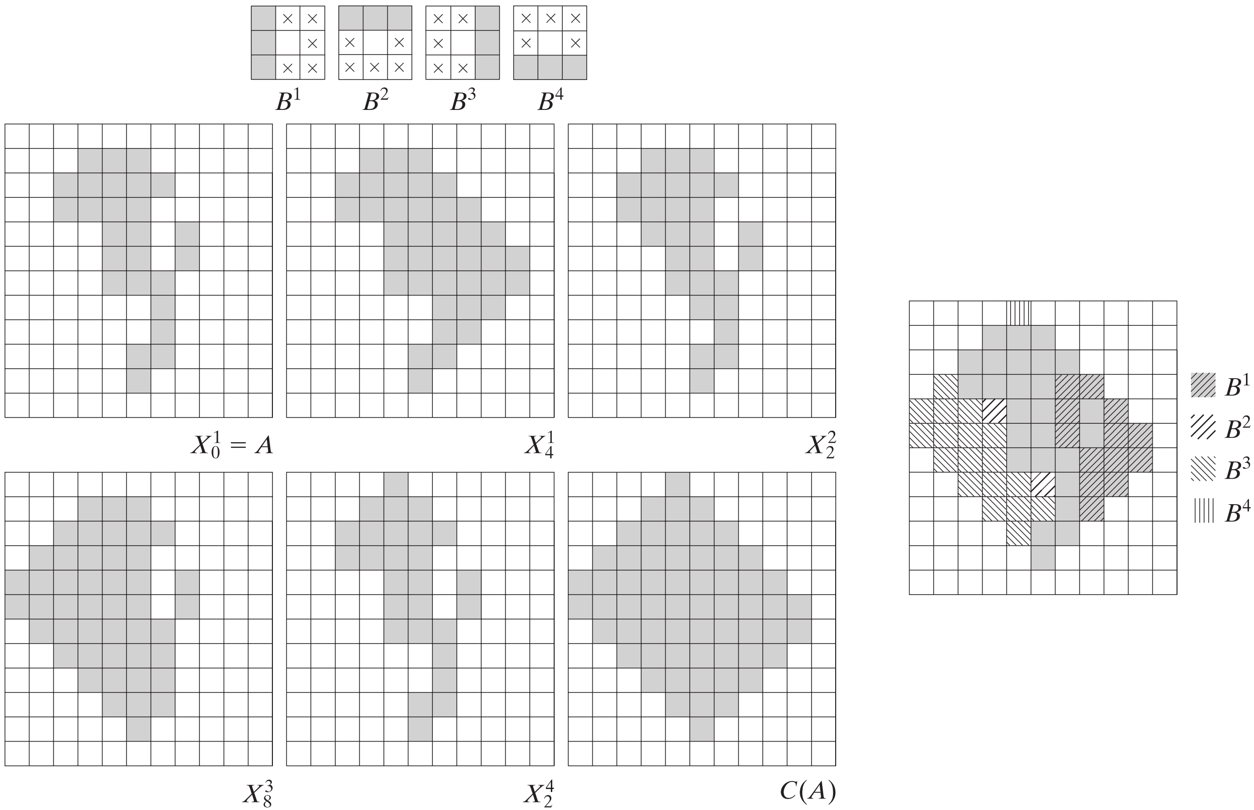
a
b c d
e f g
h

FIGURE 9.19 (a) Structuring elements. (b) Set A. (c)–(f) Results of convergence with the structuring elements shown in (a). (g) Convex hull. (h) Convex hull showing the contribution of each structuring element.

استخراج پوسته‌ی محدب

مثال

EXTRACTION OF CONVEX HULL



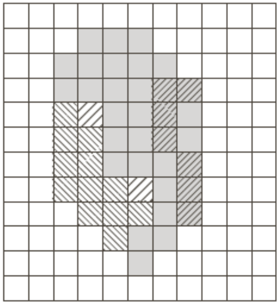
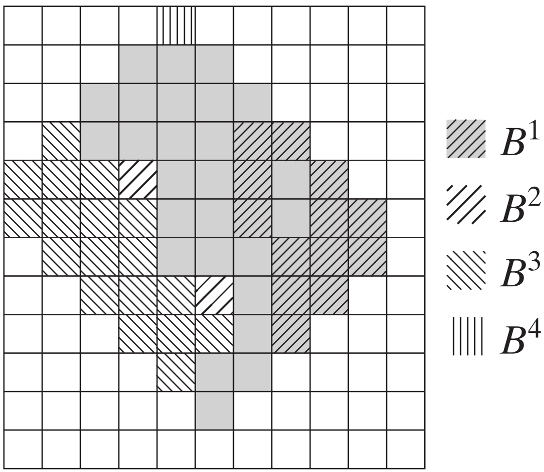


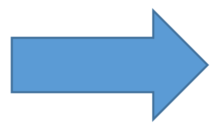
FIGURE 9.20 Result of limiting growth of the convex hull algorithm to the maximum dimensions of the original set of points along the vertical and horizontal directions.

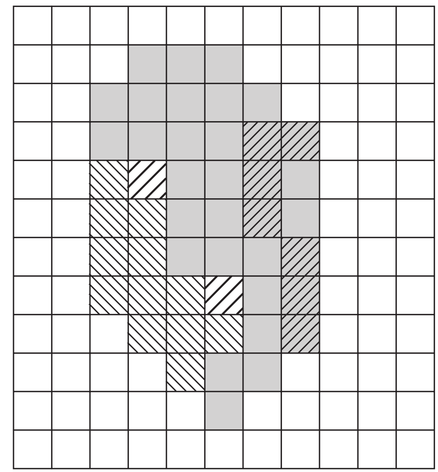
استخراج پوسته‌ی محدب

مثال

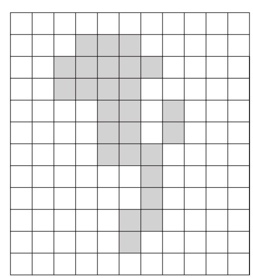
EXTRACTION OF CONVEX HULL







(۱
یک نقص واضح در الگوریتم:
پوسته‌ی محدب ممکن است از حداقل ابعاد لازم برای محدب بودن بزرگ‌تر باشد.



(۲
کاهش این نقص:
محدود کردن رشد پوسته به میزانی که از ابعاد عمودی و افقی مجموعه نقاط اصلی فراتر نرود.

نازک‌سازی

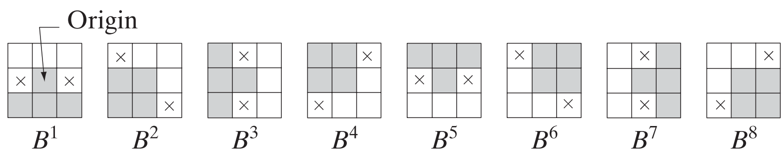
THINNING

نازک‌سازی مجموعه‌ی A توسط المان ساختاری B:

$$A \otimes B = A - (A \circledast B)$$

$$= A \cap (A \circledast B)^c$$

الگوریتم نازک‌سازی



$$\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \ldots, B^n\}$$

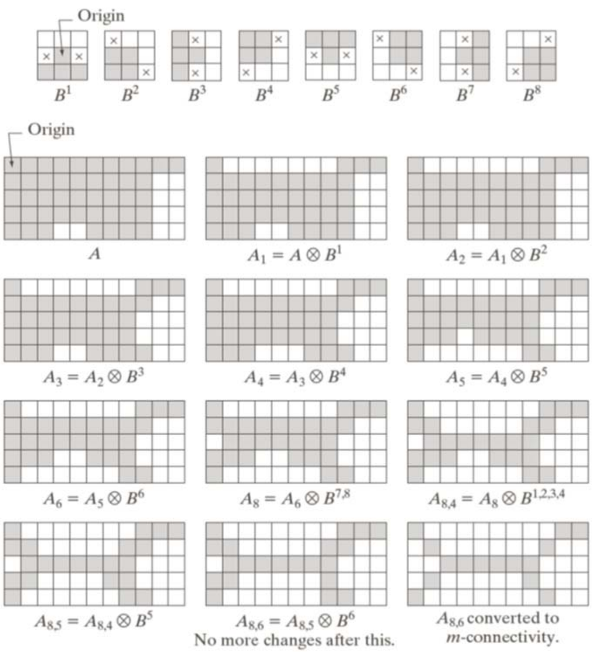
where B^i is a rotated version of B^{i-1}.

$$A \otimes \{B\} = ((\ldots((A \otimes B^1) \otimes B^2) \ldots) \otimes B^n)$$

A طی یک گذر با B^1 نازک می‌شود، سپس نتیجه طی یک‌گذر با B^2 نازک می‌شود و ...
تا اینکه A طی یک گذر با B^n نازک می‌شود.
کل فرآیند فوق تکرار می‌شود تا دیگر هیچ تغییری رخ ندهد.
هر بار گذر برای نازک‌سازی با رابطه‌ی $A \otimes B$ انجام می‌شود.

Chapter 9

Morphological Image Processing



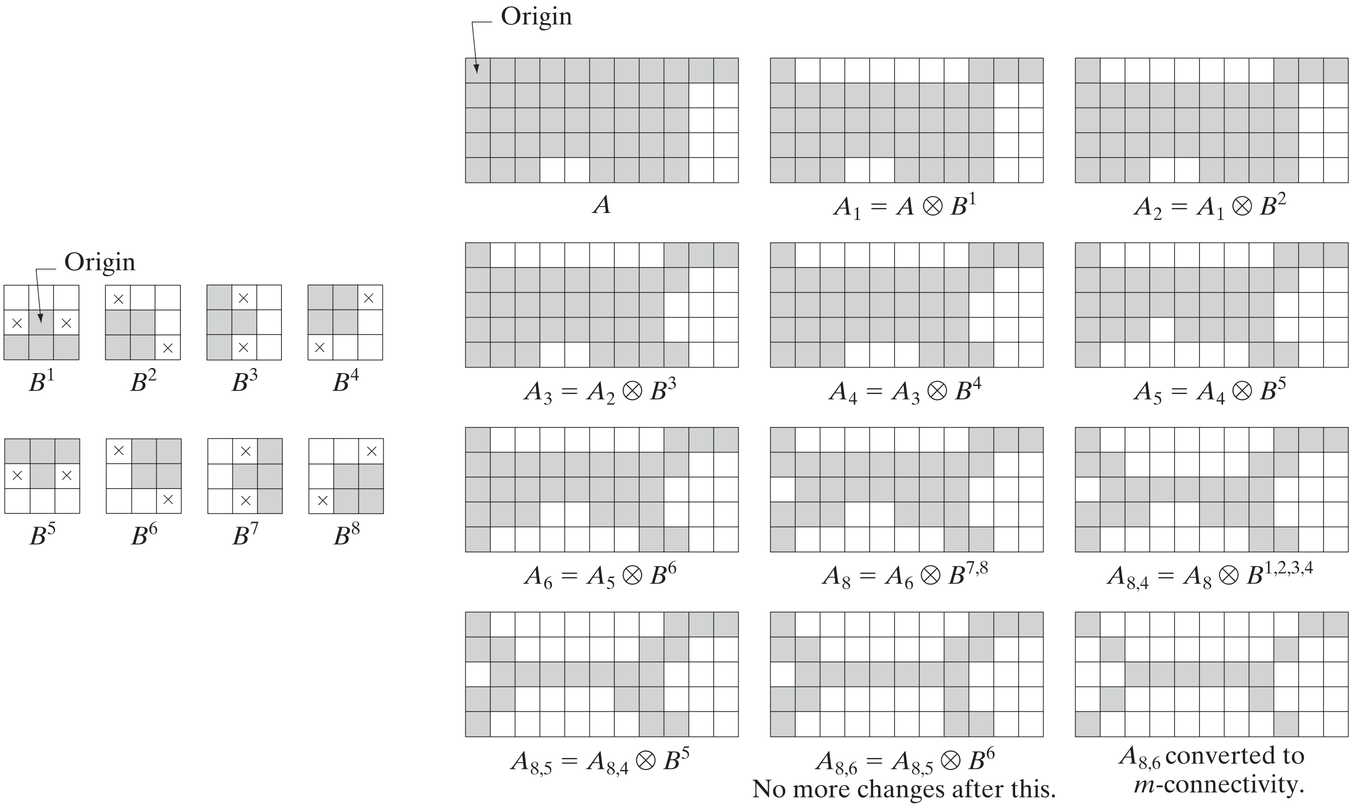
	a	
b	c	d
e	f	g
h	i	j
k	l	m

FIGURE 9.21 (a) Sequence of rotated structuring elements used for thinning. (b) Set A. (c) Result of thinning with the first element. (d)–(i) Results of thinning with the next seven elements (there was no change between the seventh and eighth elements). (j) Result of using the first four elements again. (l) Result after convergence. (m) Conversion to m-connectivity.

نازک‌سازی

مثال

THINNING



ضخیم‌سازی

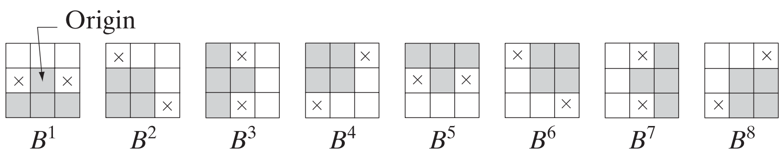
THICKENING

ضخیم‌سازی مجموعه‌ی A توسط المان ساختاری B:

$$A \odot B = A \cup (A \circledast B)$$

الگوریتم ضخیم‌سازی

صفر و یک‌ها
برخلاف
المان‌های ساختاری
نازک‌سازی



$$\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \ldots, B^n\}$$

where B^i is a rotated version of B^{i-1}.

$$A \odot \{B\} = ((\ldots((A \odot B^1) \odot B^2) \ldots) \odot B^n)$$

A طی یک گذر با B^1 ضخیم می‌شود، سپس نتیجه طی یک‌گذر با B^2 ضخیم می‌شود و . . .
تا اینکه A طی یک گذر با B^n ضخیم می‌شود.
کل فرآیند فوق تکرار می‌شود تا دیگر هیچ تغییری رخ ندهد.
هر بار گذر برای ضخیم‌سازی با رابطه‌ی $A \odot B$ انجام می‌شود.

ضخیم‌سازی

الگوریتم جایگزین بر پایه‌ی نازک‌سازی

THICKENING

ضخیم‌سازی مجموعه‌ی A توسط المان ساختاری B:

$$A \odot B = A \cup (A \circledast B)$$

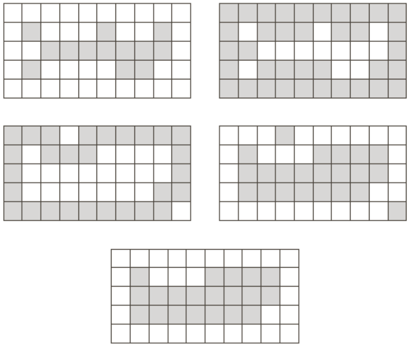
الگوریتم ضخیم‌سازی

پس‌زمینه‌ی مجموعه‌ی مورد نظر A را نازک‌سازی می‌کنیم
و حاصل را مکمل می‌کنیم:

$$C = A^c \quad \Rightarrow \quad \text{thin } C \quad \Rightarrow \quad C^c$$

Chapter 9

Morphological Image Processing



a b
c d
e

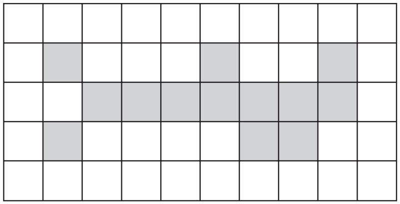
FIGURE 9.22 (a) Set A. (b) Complement of A. (c) Result of thinning the complement of A. (d) Thickened set obtained by complementing (c). (e) Final result, with no disconnected points.

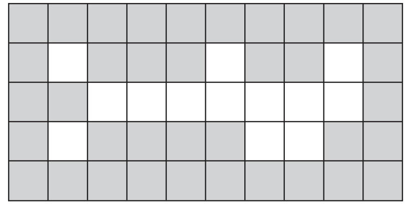
ضخیم‌سازی

مثال

THICKENING

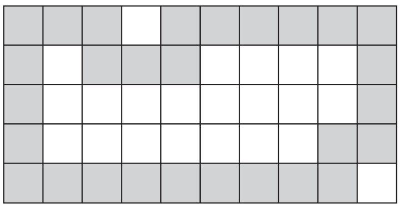
A

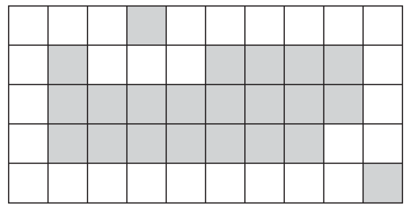




A^c

$\text{thin}(A^c)$



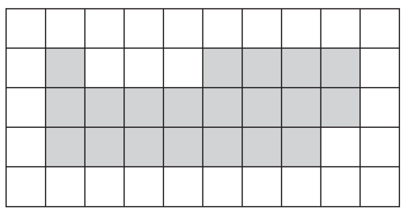


$(\text{thin}(A^c))^c$

⇑

پس‌زمینه‌ی باریک‌شده‌ی مرز

(این پس زمینه در الگوریتم مستقیم حضور ندارد.)



⇐

نتیجه‌ی نهایی ضخیم‌سازی:

پس از حذف نقاط جدا از هم

(که در اثر این فرآیند احتمال تولید دارند.)

استخراج اسکلت‌ها

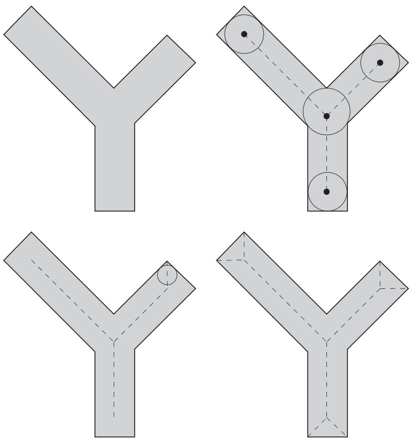
Extraction of Skeletons

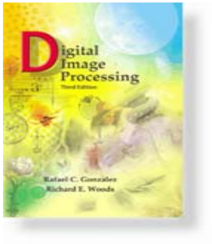
اسکلت
Skeleton

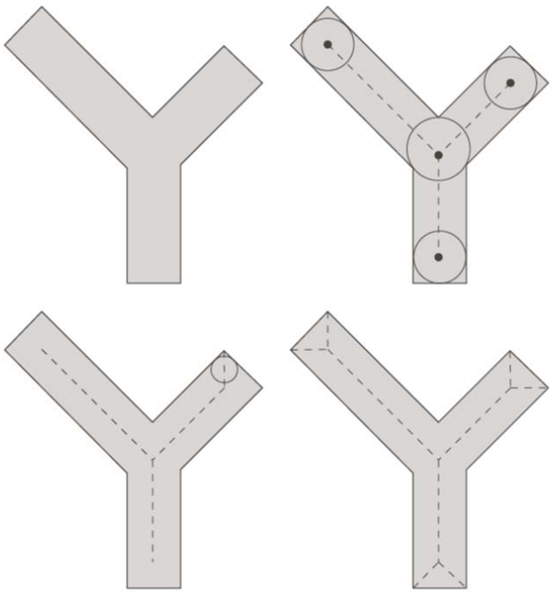
مجموعه‌ی $S(A)$ به‌عنوان اسکلت مجموعه‌ی A به صورت زیر تعریف می‌شود:

الف. اگر z یک نقطه از $S(A)$ باشد و $(D)_z$ بزرگ‌ترین دیسک با مرکز z باشد که کاملاً داخل A قرار می‌گیرد، نتوان دیسک بزرگ‌تری (نه لزوماً به مرکز z) یافت که $(D)_z$ را شامل شود و کاملاً داخل A باشد.

ب. دیسک $(D)_z$ با مرز A در دو یا چند مکان مختلف تماس دارد.







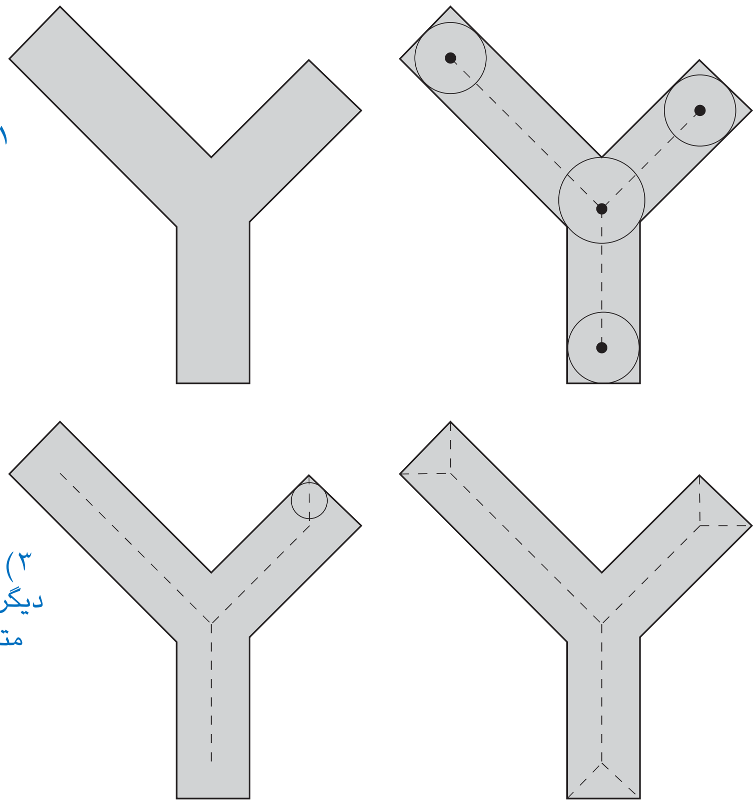
a b
c d

FIGURE 9.23 (a) Set A. (b) Various positions of maximum disks with centers on the skeleton of A. (c) Another maximum disk on a different segment of the skeleton of A. (d) Complete skeleton.

استخراج اسکلت‌ها

مثال

Extraction of Skeletons



۱) یک مجموعه A

۲) موقعیت‌های مختلف برای دیسک‌های ماکزیمم

(مرکز دیسک‌ها روی اسکلت است)

۳) یک دیسک ماکزیمم دیگر بر روی یک قطعه‌ی متفاوت از اسکلت A

۴) اسکلت کامل

استخراج اسکلت‌ها

الگوریتم

The skeleton of A can be expressed in terms of erosions and openings. That is, it can be shown (Serra [1982]) that

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^{K} S_k(A) \tag{9.5-11}$$

with

$$S_k(A) = (A \ominus kB) - (A \ominus kB) \circ B \tag{9.5-12}$$

where B is a structuring element, and $(A \ominus kB)$ indicates k successive erosions of A:

$$(A \ominus kB) = ((\ldots((A \ominus B) \ominus B) \ominus \ldots) \ominus B) \tag{9.5-13}$$

k times, and K is the last iterative step before A erodes to an empty set. In other words,

$$K = \max\{k \mid (A \ominus kB) \neq \emptyset\} \tag{9.5-14}$$

استخراج اسکلت‌ها

الگوریتم بازسازی مجموعه از روی زیرمجموعه‌های اسکلتی آن

The formulation given in Eqs. (9.5-11) and (9.5-12) states that $S(A)$ can be obtained as the union of the *skeleton subsets* $S_k(A)$. Also, it can be shown that A can be *reconstructed* from these subsets by using the equation

$$A = \bigcup_{k=0}^{K} (S_k(A) \oplus kB) \tag{9.5-15}$$

where $(S_k(A) \oplus kB)$ denotes k successive dilations of $S_k(A)$; that is,

$$(S_k(A) \oplus kB) = ((\ldots((S_k(A) \oplus B) \oplus B) \oplus \ldots) \oplus B) \tag{9.5-16}$$

Chapter 9

Morphological Image Processing

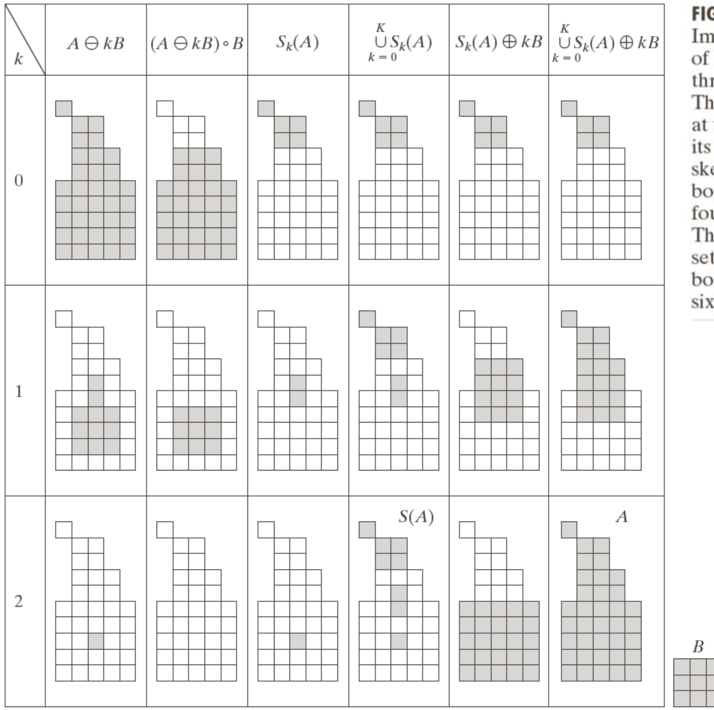
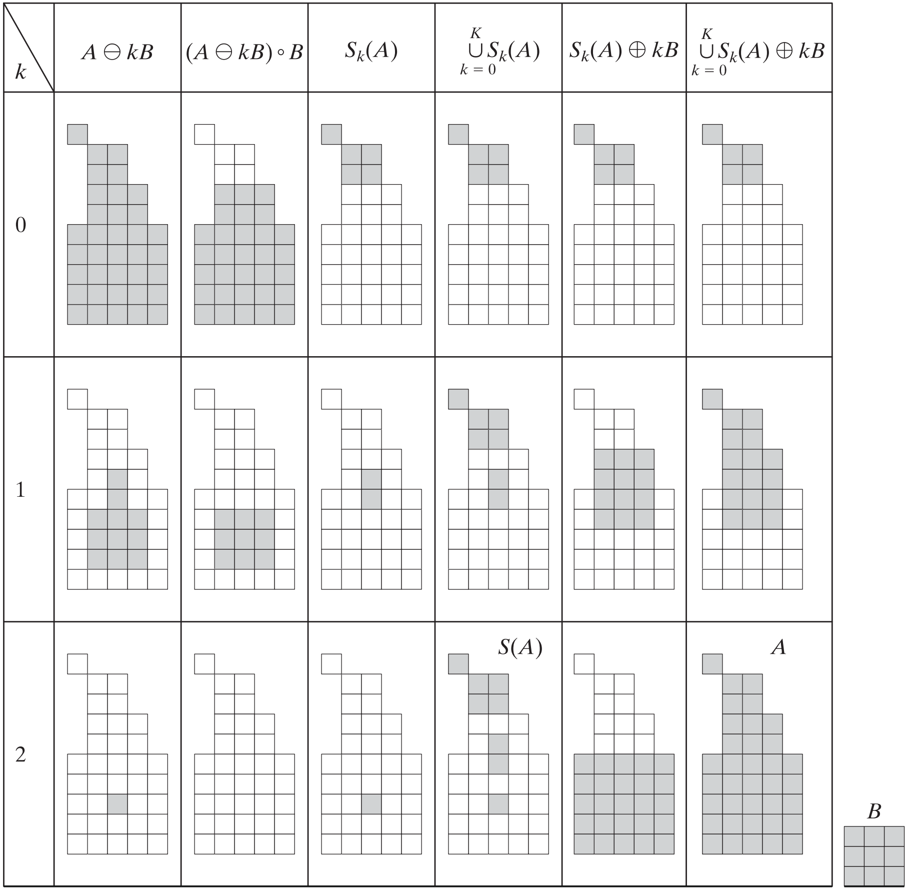


FIGURE 9.24 Implementation of Eqs. (9.5-11) through (9.5-15). The original set is at the top left, and its morphological skeleton is at the bottom of the fourth column. The reconstructed set is at the bottom of the sixth column.

استخراج اسکلت‌ها

مثال



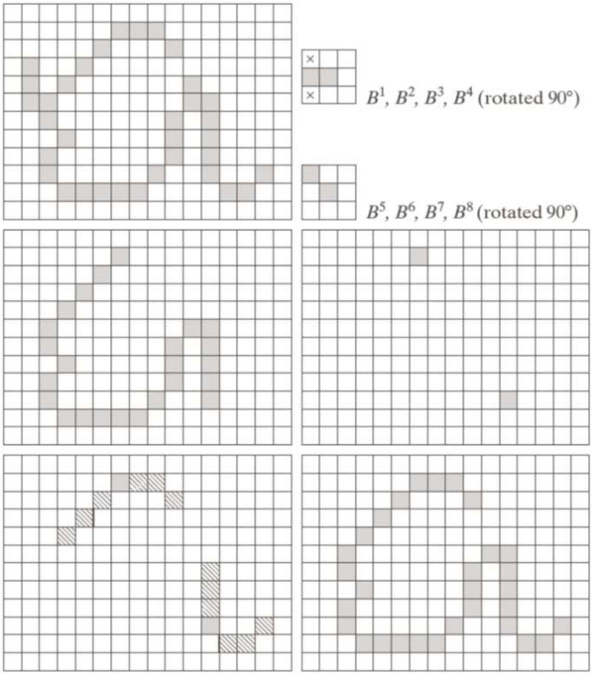


FIGURE 9.25 (a) Original image. (b) and (c) Structuring elements used for deleting end points. (d) Result of three cycles of thinning. (e) End points of (d). (f) Dilation of end points conditioned on (a). (g) Pruned image.

هرس کردن

Pruning

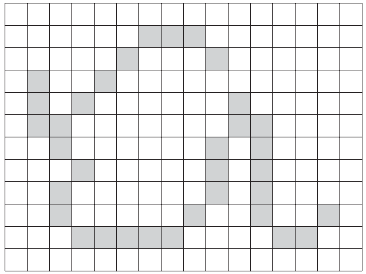
هرس کردن: مکمل الگوریتم‌های نازک‌سازی و استخراج اسکلت است:
این الگوریتم‌ها اجزای مزاحمی را در تصویر باقی می‌گذارند که باید با پس‌پردازش تمیز شوند.

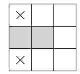
هرس کردن

مثال

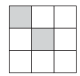
PRUNING

۱) تصویر اصلی





B^1, B^2, B^3, B^4 (rotated 90°)

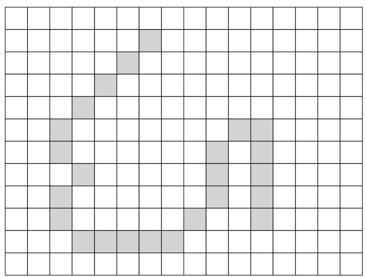


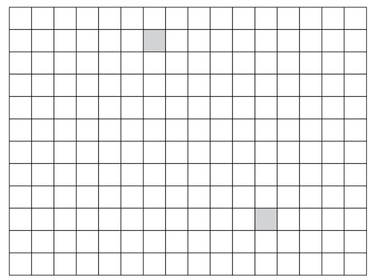
B^5, B^6, B^7, B^8 (rotated 90°)

۲) المان‌های ساختاری برای حذف نقاط انتهایی
end-points

۳) نتیجه‌ی سه بار نازک‌سازی

$$X_1 = A \otimes \{B\}$$



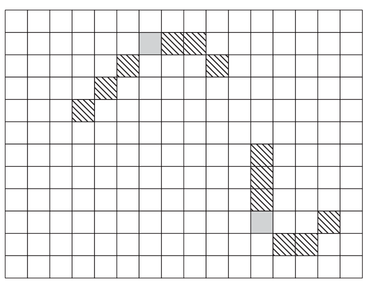


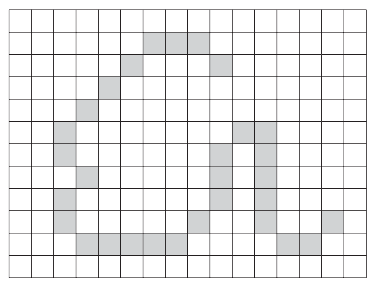
۴) نقاط انتهایی (۳)

$$X_2 = \bigcup_{k=1}^{8} (X_1 \circledast B^k)$$

۵) گسترش نقاط پایانی با شرط (۱)

$$X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$$





۶) تصویر هرس‌شده

$$X_4 = X_1 \cup X_3$$

بازسازی مورفولوژیکی

MORPHOLOGICAL RECONSTRUCTION

بازسازی مورفولوژیکی: شامل دو تصویر و یک المان ساختاری است:

بازسازی موروفولوژیکی *Morphological Reconstruction*		
المان ساختاری *Structuring Element*	**تصویر ماسک** *Mask Image*	**تصویر علامت‌گذار** *Marker Image*
برای تعریف همبندی	ایجاد قید روی تبدیل	حاوی نقاط شروع برای تبدیل

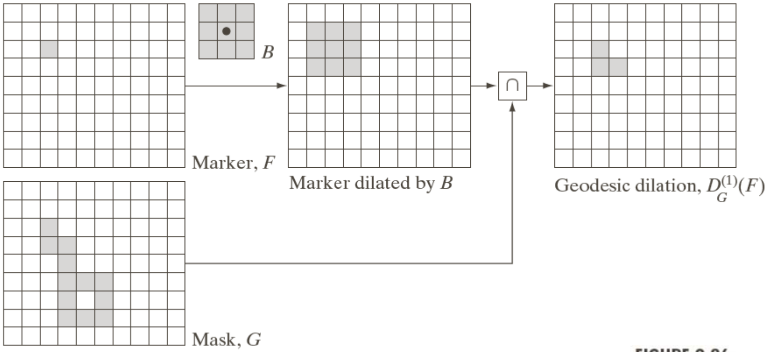
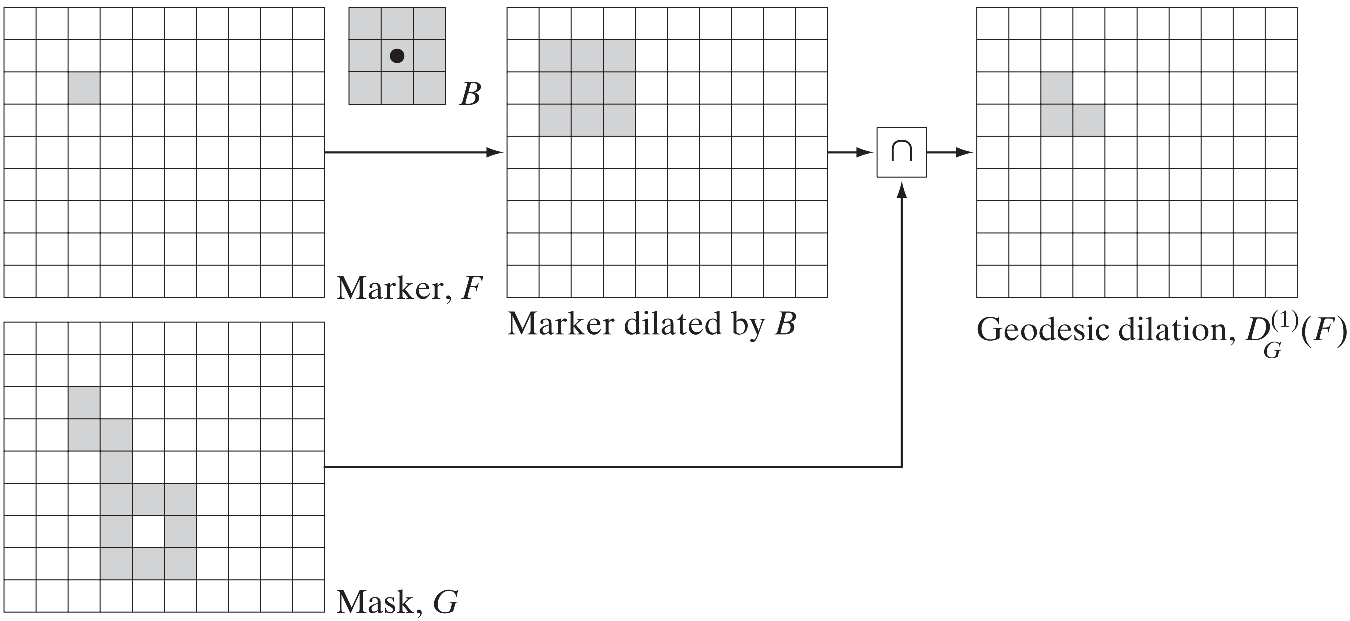


FIGURE 9.26 Illustration of geodesic dilation.

بازسازی مورفولوژیکی

گسترش ژئودزی: مثال

Geodesic Dilation



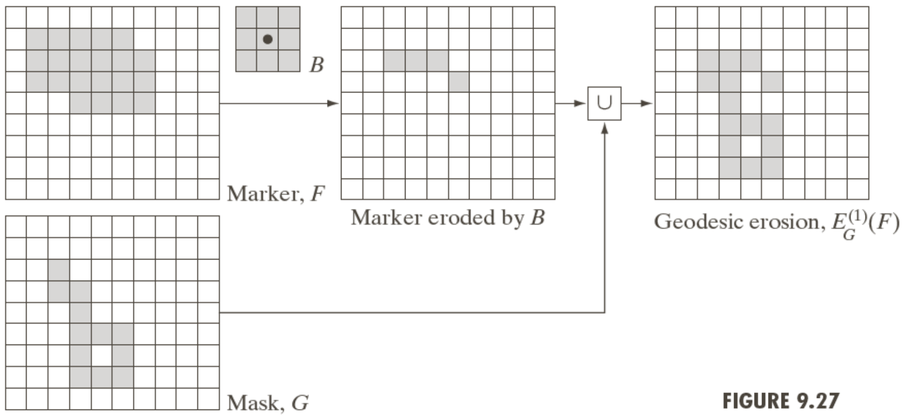
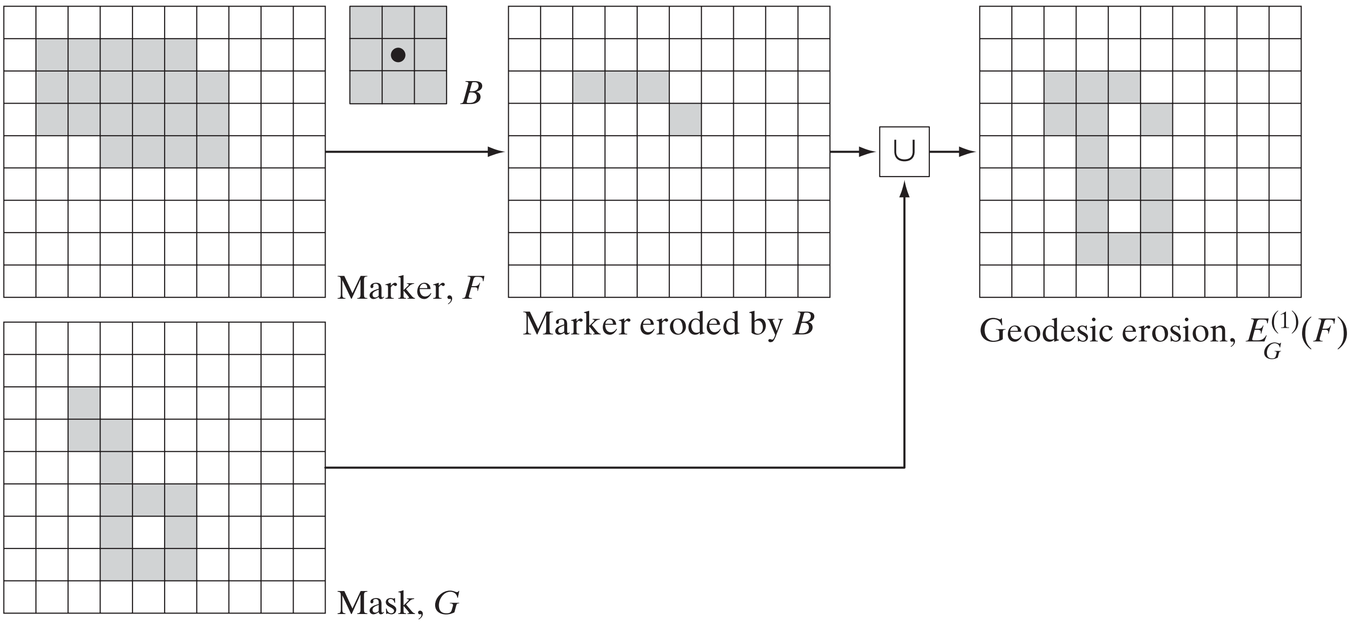


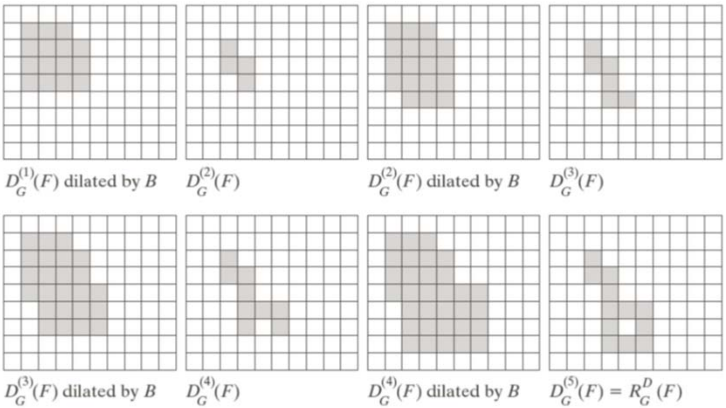
FIGURE 9.27 Illustration of geodesic erosion.

بازسازی مورفولوژیکی

فرسایش ژئودزی: مثال

GEODESIC EROSION





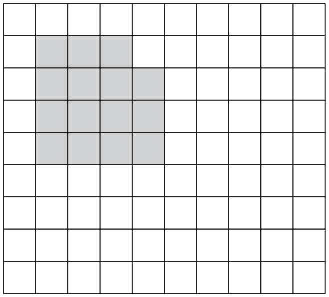
a b c d
e f g h

FIGURE 9.28 Illustration of morphological reconstruction by dilation. F, G, B and $D_G^{(1)}(F)$ are from Fig. 9.26.

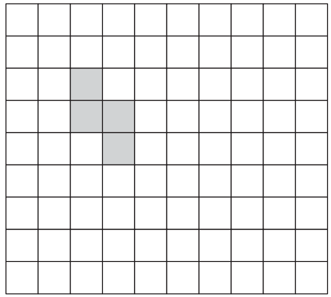
بازسازی مورفولوژیکی

بازسازی مورفولوژیکی توسط گسترش

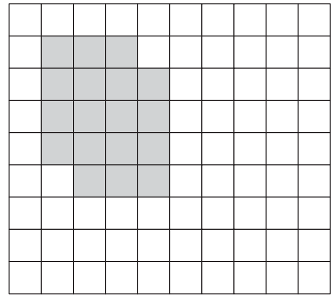
Morphological Reconstruction by Erosion



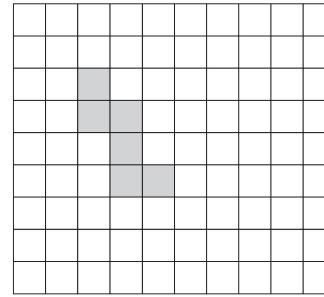
$D_G^{(1)}(F)$ dilated by B



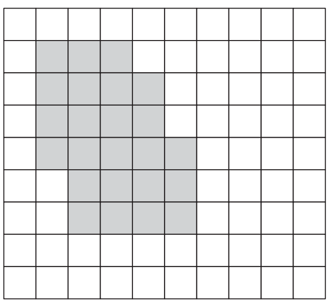
$D_G^{(2)}(F)$



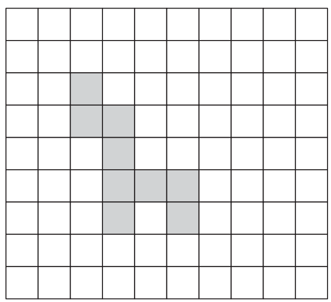
$D_G^{(2)}(F)$ dilated by B



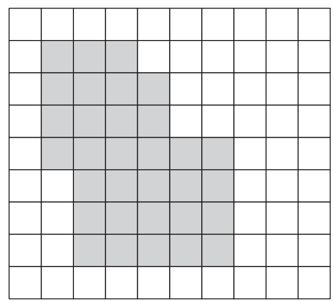
$D_G^{(3)}(F)$



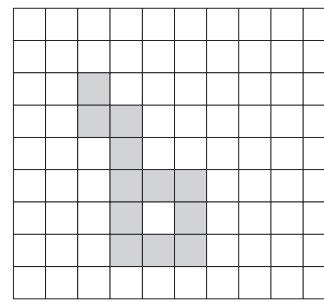
$D_G^{(3)}(F)$ dilated by B



$D_G^{(4)}(F)$



$D_G^{(4)}(F)$ dilated by B

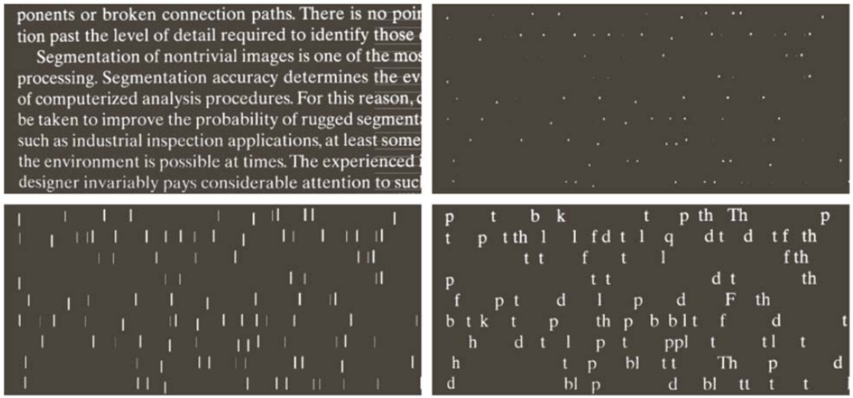


$D_G^{(5)}(F) = R_G^D(F)$

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition

Chapter 9

Morphological Image Processing



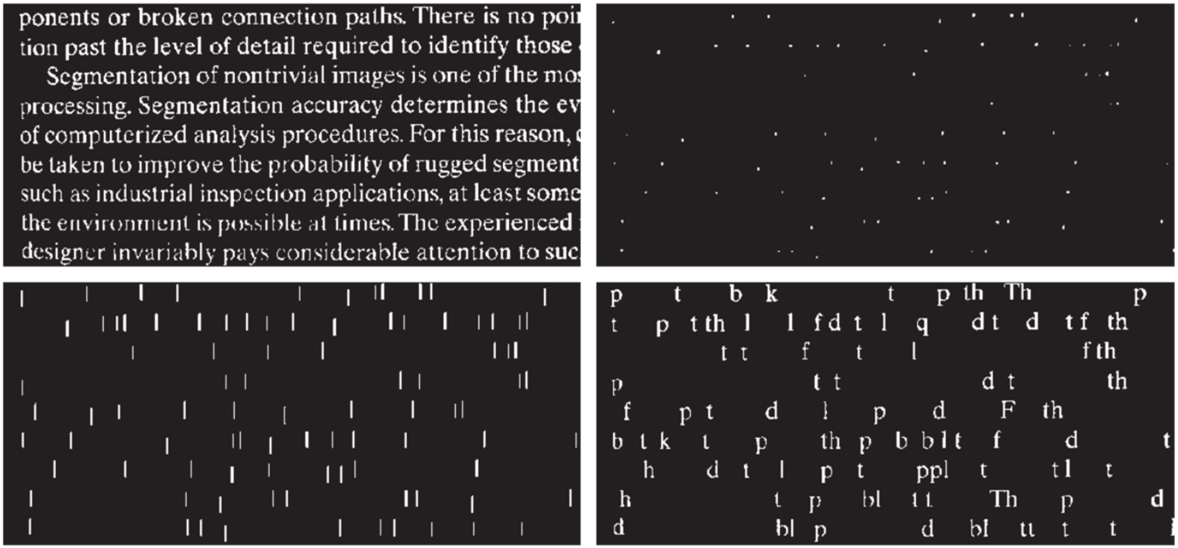
a b
c d

FIGURE 9.29 (a) Text image of size 918 × 2018 pixels. The approximate average height of the tall characters is 50 pixels. (b) Erosion of (a) with a structuring element of size 51 × 1 pixels. (c) Opening of (a) with the same structuring element, shown for reference. (d) Result of opening by reconstruction.

بازسازی مورفولوژیکی

کاربرد: باز کردن از طریق بازسازی

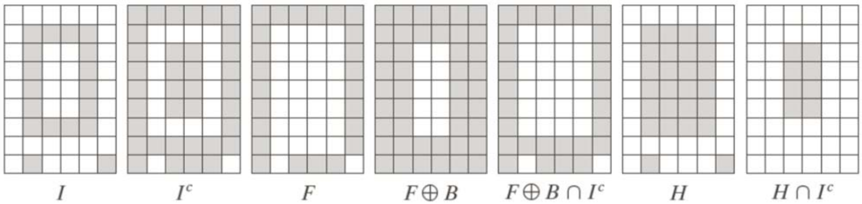
Opening by Reconstruction



a b
c d

FIGURE (a) Text image of size 918 × 2018 pixels. The approximate average height of the tall characters is 50 pixels. (b) Erosion of (a) with a structuring element of size 51 × 1 pixels. (c) Opening of (a) with the same structuring element, shown for reference. (d) Result of opening by reconstruction.

Chapter 9
Morphological Image Processing



a b c d e f g

FIGURE 9.30 Illustration of hole filling on a simple image.

بازسازی مورفولوژیکی

کاربرد: پر کردن حفره‌ها

FILLING HOLES

a b c d e f g

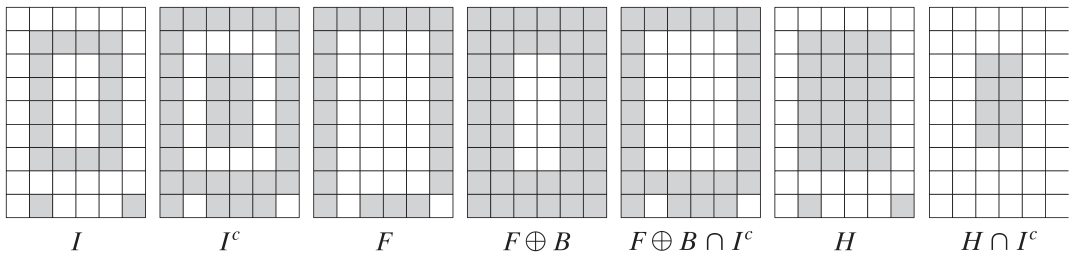
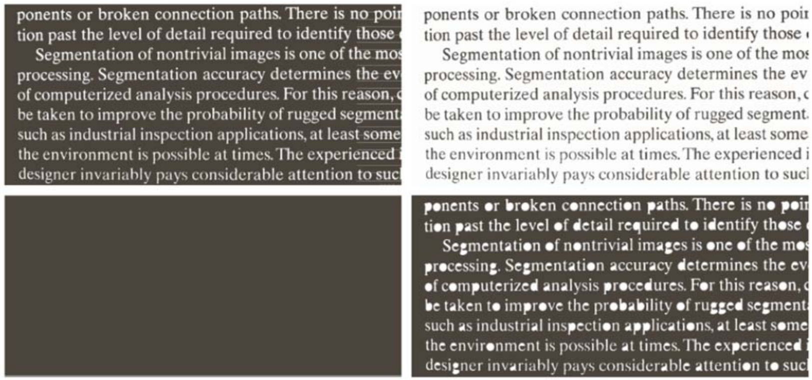


Illustration of hole filling on a simple image.

Chapter 9

Morphological Image Processing



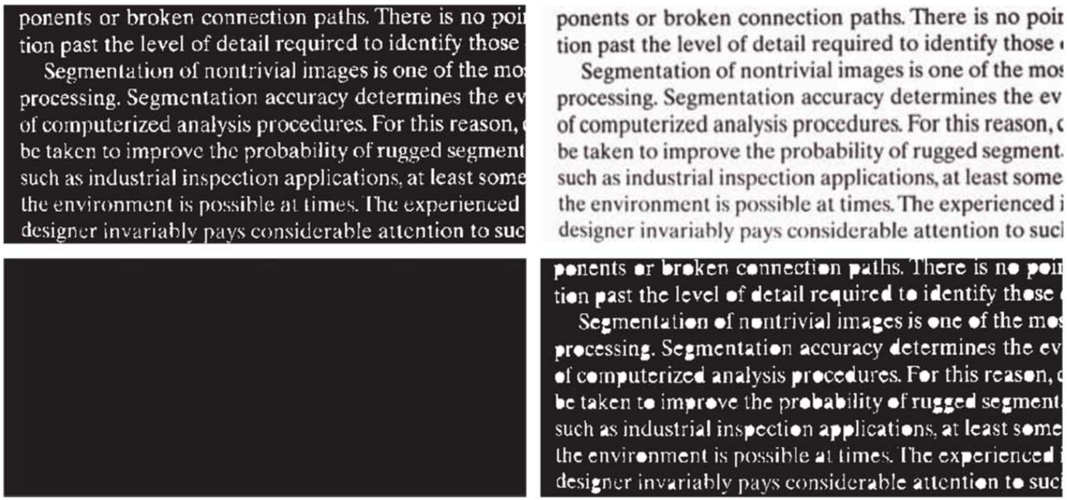
a b
c d

FIGURE 9.31 (a) Text image of size 918 × 2018 pixels. (b) Complement of (a) for use as a mask image. (c) Marker image. (d) Result of hole-filling using Eq. (9.5-29).

بازسازی مورفولوژیکی

کاربرد: پر کردن حفره‌ها: مثال

FILLING HOLES



a b
c d

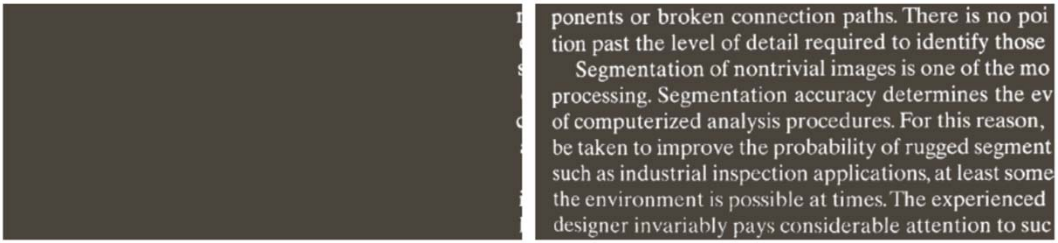
(a) Text image of size 918 × 2018 pixels. (b) Complement of (a) for use as a mask image. (c) Marker image. (d) Result of hole-filling using Eq. (9.5-29).

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - I(x, y) & \text{if } (x, y) \text{ is on the border of } I \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (9.5\text{-}28)$$

$$H = \left[R_{I^c}^{D}(F) \right]^c \qquad (9.5\text{-}29)$$

Chapter 9

Morphological Image Processing



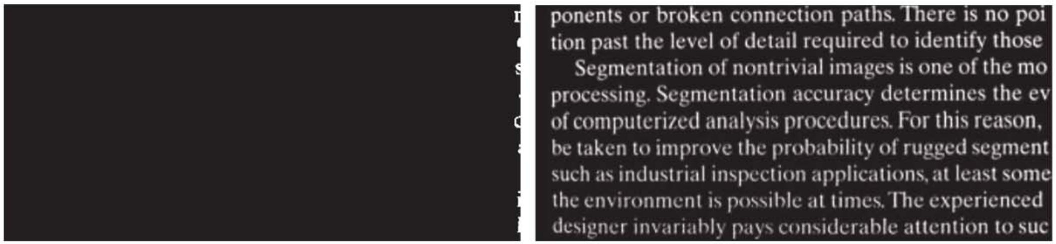
a b

FIGURE 9.32 Border clearing. (a) Marker image. (b) Image with no objects touching the border. The original image is Fig. 9.29(a).

بازسازی مورفولوژیکی

کاربرد: پاک کردن کناره

BORDER CLEARING

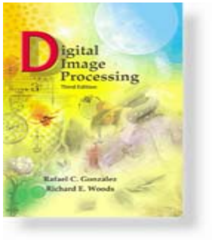


a b

Border clearing. (a) Marker image. (b) Image with no objects touching the border. The original image is Fig. 9.29(a).

$$F(x, y) = \begin{cases} I(x, y) & \text{if } (x, y) \text{ is on the border of } I \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (9.5\text{-}30)$$

$$X = I - R_I(F) \qquad (9.5\text{-}31)$$



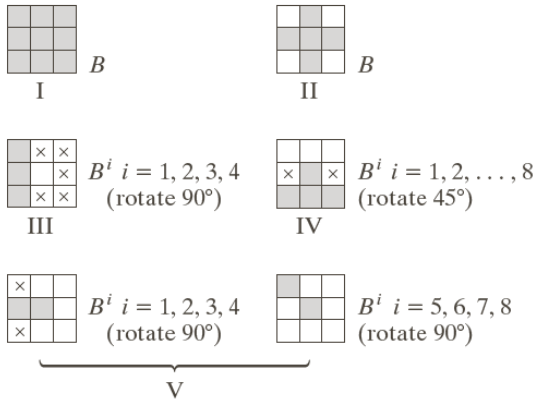
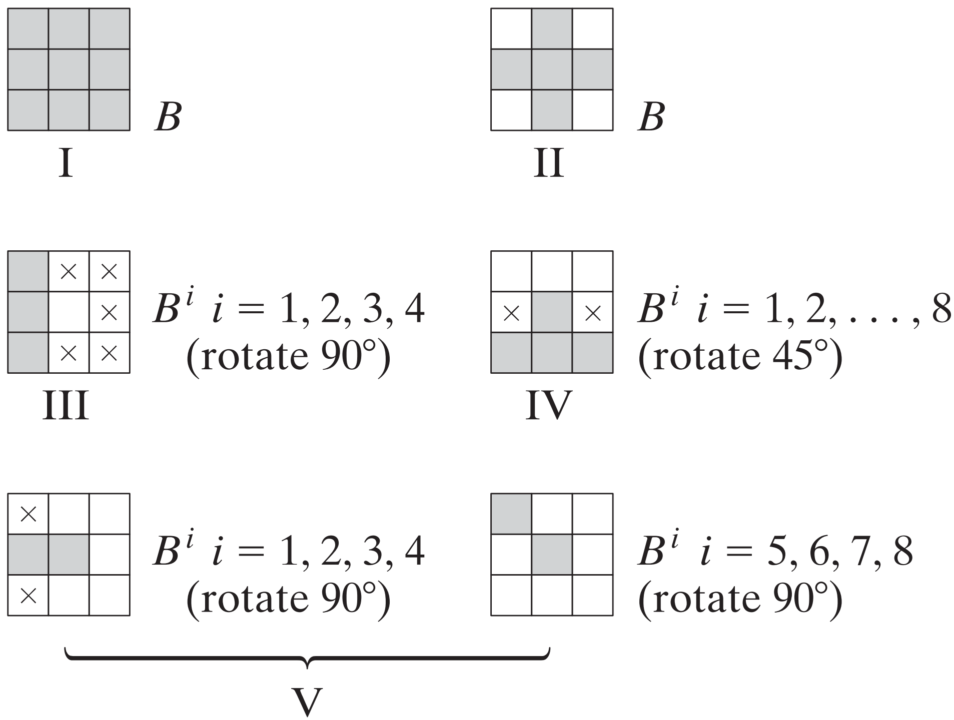


FIGURE 9.33 Five basic types of structuring elements used for binary morphology. The origin of each element is at its center and the ×'s indicate "don't care" values.

خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

پنج نوع پایه‌ی المان ساختاری

Summary of Morphological Operations on Binary Images



Chapter 9

Morphological Image Processing

Operation	Equation	Comments (The Roman numerals refer to the structuring elements in Fig. 9.33.)
Translation	$(B)_z = \{w \mid w = b + z, \text{ for } b \in B\}$	Translates the origin of B to point z.
Reflection	$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \text{ for } b \in B\}$	Reflects all elements of B about the origin of this set.
Complement	$A^c = \{w \mid w \notin A\}$	Set of points not in A.
Difference	$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$	Set of points that belong to A but not to B.
Dilation	$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B}_z) \cap A \neq \varnothing\}$	"Expands" the boundary of A. (I)
Erosion	$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$	"Contracts" the boundary of A. (I)
Opening	$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$	Smoothes contours, breaks narrow isthmuses, and eliminates small islands and sharp peaks. (I)

(*Continued*)

TABLE 9.1 Summary of morphological operations and their properties.

خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

Operation	Equation	Comments (The Roman numerals refer to the structuring elements in Fig. 9.33.)
Translation	$(B)_z = \{w \mid w = b + z, \text{ for } b \in B\}$	Translates the origin of B to point z.
Reflection	$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \quad \text{for } b \in B\}$	Reflects all elements of B about the origin of this set.
Complement	$A^c = \{w \mid w \notin A\}$	Set of points not in A.
Difference	$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$	Set of points that belong to A but not to B.
Dilation	$A \oplus B = \left\{z \mid (\hat{B}_z) \cap A \neq \varnothing\right\}$	"Expands" the boundary of A. (I)
Erosion	$A \ominus B = \left\{z \mid (B)_z \subseteq A\right\}$	"Contracts" the boundary of A. (I)
Opening	$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$	Smoothes contours, breaks narrow isthmuses, and eliminates small islands and sharp peaks. (I)

(*Continued*)

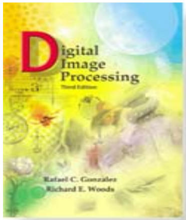


TABLE 9.1 *(Continued)*

Operation	Equation	Comments (The Roman numerals refer to the structuring elements in Fig. 9.33.)
Closing	$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$	Smoothes contours, fuses narrow breaks and long thin gulfs, and eliminates small holes. (I)
Hit-or-miss transform	$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2) = (A \ominus B_1) - (A \oplus \hat{B}_2)$	The set of points (coordinates) at which, simultaneously, B_1 found a match ("hit") in A and B_2 found a match in A^c
Boundary extraction	$\beta(A) = A - (A \ominus B)$	Set of points on the boundary of set A. (I)
Hole filling	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c$; $k = 1, 2, 3, \ldots$	Fills holes in A; X_0 = array of 0s with a 1 in each hole. (II)
Connected components	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A$; $k = 1, 2, 3, \ldots$	Finds connected components in A; X_0 = array of 0s with a 1 in each connected component. (I)
Convex hull	$X_k^i = (X_{k-1}^i \circledast B^i) \cup A$; $i = 1, 2, 3, 4$; $k = 1, 2, 3, \ldots$; $X_0^i = A$; and $D^i = X_{\text{conv}}^i$	Finds the convex hull $C(A)$ of set A, where "conv" indicates convergence in the sense that $X_k^i = X_{k-1}^i$. (III)
Thinning	$A \otimes B = A - (A \circledast B) = A \cap (A \circledast B)^c$ $A \otimes \{B\} = ((\ldots((A \otimes B^1) \otimes B^2) \ldots) \otimes B^n)$ $\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \ldots, B^n\}$	Thins set A. The first two equations give the basic definition of thinning. The last equations denote thinning by a sequence of structuring elements. This method is normally used in practice. (IV)
Thickening	$A \odot B = A \cup (A \circledast B)$ $A \odot \{B\} = ((\ldots(A \odot B^1) \odot B^2 \ldots) \odot B^n)$	Thickens set A. (See preceding comments on sequences of structuring elements.) Uses IV with 0s and 1s reversed.
Skeletons	$S(A) = \bigcup_{k=0}^{K} S_k(A)$ $S_k(A) = \bigcup_{k=0}^{K} \{(A \ominus kB) - [(A \ominus kB) \circ B]\}$ Reconstruction of A: $A = \bigcup_{k=0}^{K} (S_k(A) \oplus kB)$	Finds the skeleton $S(A)$ of set A. The last equation indicates that A can be reconstructed from its skeleton subsets $S_k(A)$. In all three equations, K is the value of the iterative step after which the set A erodes to the empty set. The notation $(A \ominus kB)$ denotes the kth iteration of successive erosions of A by B. (I)

(*Continued*)

خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

Closing	$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$	Smoothes contours, fuses narrow breaks and long thin gulfs, and eliminates small holes. (I)
Hit-or-miss transform	$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$ $= (A \ominus B_1) - (A \oplus \hat{B}_2)$	The set of points (coordinates) at which, simultaneously, B_1 found a match ("hit") in A and B_2 found a match in A^c
Boundary extraction	$\beta(A) = A - (A \ominus B)$	Set of points on the boundary of set A. (I)
Hole filling	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c$; $k = 1, 2, 3, \ldots$	Fills holes in A; $X_0 =$ array of 0s with a 1 in each hole. (II)
Connected components	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A$; $k = 1, 2, 3, \ldots$	Finds connected components in A; $X_0 =$ array of 0s with a 1 in each connected component. (I)
Convex hull	$X_k^i = (X_{k-1}^i \circledast B^i) \cup A$; $i = 1, 2, 3, 4$; $k = 1, 2, 3, \ldots$; $X_0^i = A$; and $D^i = X_{\text{conv}}^i$	Finds the convex hull $C(A)$ of set A, where "conv" indicates convergence in the sense that $X_k^i = X_{k-1}^i$. (III)

خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

Thinning	$A \otimes B = A - (A \circledast B)$ $= A \cap (A \circledast B)^c$ $A \otimes \{B\} =$ $((\ldots((A \otimes B^1) \otimes B^2)\ldots) \otimes B^n)$ $\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \ldots, B^n\}$	Thins set A. The first two equations give the basic definition of thinning. The last equations denote thinning by a sequence of structuring elements. This method is normally used in practice. (IV)
Thickening	$A \odot B = A \cup (A \circledast B)$ $A \odot \{B\} =$ $((\ldots(A \odot B^1) \odot B^2 \ldots) \odot B^n)$	Thickens set A. (See preceding comments on sequences of structuring elements.) Uses IV with 0s and 1s reversed.
Skeletons	$S(A) = \bigcup_{k=0}^{K} S_k(A)$ $S_k(A) = \bigcup_{k=0}^{K} \{(A \ominus kB)$ $- [(A \ominus kB) \circ B]\}$ Reconstruction of A: $A = \bigcup_{k=0}^{K} (S_k(A) \oplus kB)$	Finds the skeleton $S(A)$ of set A. The last equation indicates that A can be reconstructed from its skeleton subsets $S_k(A)$. In all three equations, K is the value of the iterative step after which the set A erodes to the empty set. The notation $(A \ominus kB)$ denotes the kth iteration of successive erosions of A by B. (I)

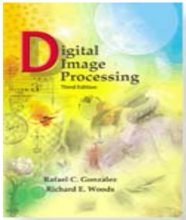


TABLE 9.1 *(Continued)*

Operation	Equation	Comments (The Roman numerals refer to the structuring elements in Fig. 9.33.)
Pruning	$X_1 = A \otimes \{B\}$ $X_2 = \bigcup_{k=1}^{8}(X_1 \circledast B^k)$ $X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$ $X_4 = X_1 \cup X_3$	X_4 is the result of pruning set A. The number of times that the first equation is applied to obtain X_1 must be specified. Structuring elements V are used for the first two equations. In the third equation H denotes structuring element I.
Geodesic dilation of size 1	$D_G^{(1)}(F) = (F \oplus B) \cap G$	F and G are called the *marker* and *mask* images, respectively.
Geodesic dilation of size n	$D_G^{(n)}(F) = D_G^{(1)}\left[D_G^{(n-1)}(F)\right];$ $D_G^{(0)}(F) = F$	
Geodesic erosion of size 1	$E_G^{(1)}(F) = (F \ominus B) \cup G$	
Geodesic erosion of size n	$E_G^{(n)}(F) = E_G^{(1)}\left[E_G^{(n-1)}(F)\right];$ $E_G^{(0)}(F) = F$	
Morphological reconstruction by dilation	$R_G^D(F) = D_G^{(k)}(F)$	k is such that $D_G^{(k)}(F) = D_G^{(k+1)}(F)$
Morphological reconstruction by erosion	$R_G^E(F) = E_G^{(k)}(F)$	k is such that $E_G^{(k)}(F) = E_G^{(k+1)}(F)$
Opening by reconstruction	$O_R^{(n)}(F) = R_F^D[(F \ominus nB)]$	$(F \ominus nB)$ indicates n erosions of F by B.
Closing by reconstruction	$C_R^{(n)}(F) = R_F^E[(F \oplus nB)]$	$(F \oplus nB)$ indicates n dilations of F by B.
Hole filling	$H = \left[R_F^D(F)\right]^c$	H is equal to the input image I, but with all holes filled. See Eq. (9.5-28) for the definition of the marker image F.
Border clearing	$X = I - R_I^D(F)$	X is equal to the input image I, but with all objects that touch (are connected to) the boundary removed. See Eq. (9.5-30) for the definition of the marker image F.

خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

Pruning

$$X_1 = A \otimes \{B\}$$
$$X_2 = \bigcup_{k=1}^{8} (X_1 \circledast B^k)$$
$$X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$$
$$X_4 = X_1 \cup X_3$$

X_4 is the result of pruning set A. The number of times that the first equation is applied to obtain X_1 must be specified. Structuring elements V are used for the first two equations. In the third equation H denotes structuring element I.

خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

Geodesic dilation of size 1	$D_G(F) = (F \oplus B) \cap G$	F and G are called the *marker* and *mask* images, respectively.
Geodesic dilation of size n	$D_G^{(n)}(F) = D_G^{(1)}\left[D_G^{(n-1)}(F)\right]$; $D_G^{(0)}(F) = F$	
Geodesic erosion of size 1	$E_G^{(1)}(F) = (F \ominus B) \cup G$	
Geodesic erosion of size n	$E_G^{(n)}(F) = E_G^{(1)}\left[E_G^{(n-1)}(F)\right]$; $E_G^{(0)}(F) = F$	
Morphological reconstruction by dilation	$R_G^D(F) = D_G^{(k)}(F)$	k is such that $D_G^{(k)}(F) = D_G^{(k+1)}(F)$
Morphological reconstruction by erosion	$R_G^E(F) = E_G^{(k)}(F)$	k is such that $E_G^{(k)}(F) = E_G^{(k+1)}(F)$

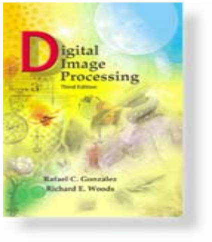
خلاصه‌ی عملیات مورفولوژیکی بر روی تصاویر دودویی

Opening by reconstruction	$O_R^{(n)}(F) = R_F^D[(F \ominus nB)]$	$(F \ominus nB)$ indicates n erosions of F by B.
Closing by reconstruction	$C_R^{(n)}(F) = R_F^E[(F \oplus nB)]$	$(F \oplus nB)$ indicates n dilations of F by B.
Hole filling	$H = \left[R_{I^c}^D(F)\right]^c$	H is equal to the input image I, but with all holes filled. See Eq. (9.5-28) for the definition of the marker image F.
Border clearing	$X = I - R_I^D(F)$	X is equal to the input image I, but with all objects that touch (are connected to) the boundary removed. See Eq. (9.5-30) for the definition of the marker image F.

پردازش تصویر مورفولوژیکال

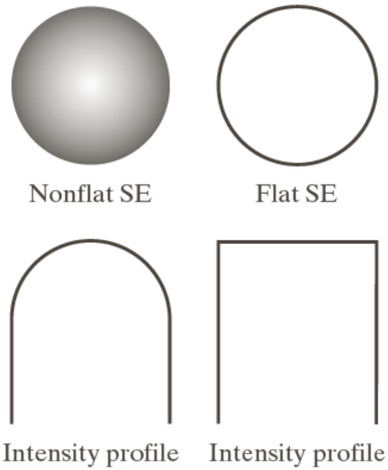
۶

مورفولوژی سطح خاکستری



Chapter 9

Morphological Image Processing

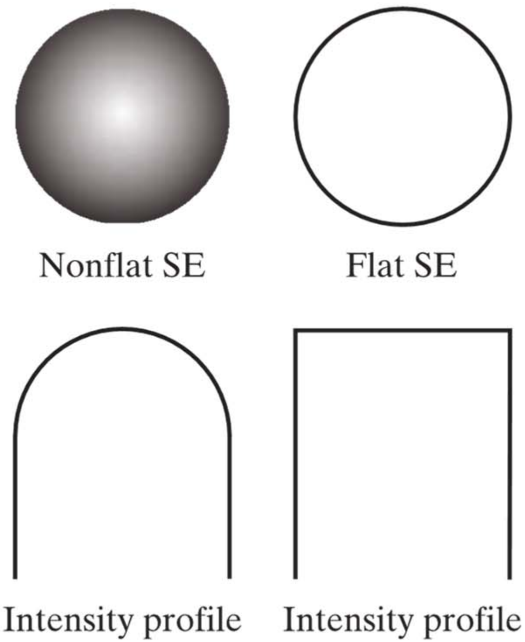


a b
c d

FIGURE 9.34 Nonflat and flat structuring elements, and corresponding horizontal intensity profiles through their center. All examples in this section are based on flat SEs.

مورفولوژی سطح خاکستری

Gray-Scale Morphology



| a | b |
| c | d |

Nonflat and flat structuring elements, and corresponding horizontal intensity profiles through their center. All examples in this section are based on flat SEs.

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY

a b
c

(a) Original image. (b) Result of dilation. (c) Result of erosion.

$$[f \oplus b](x, y) = \max_{(s,t)\in b}\{f(x - s, y - t)\}$$

$$[f \ominus b](x, y) = \min_{(s,t)\in b}\{f(x + s, y + t)\}$$

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

Gray-Scale Morphology

a b

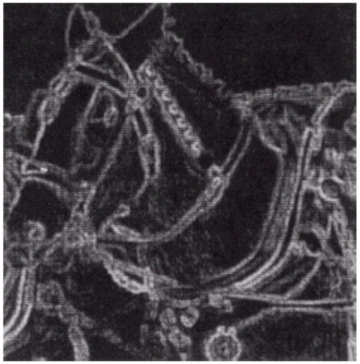
(a) Opening and (b) closing

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

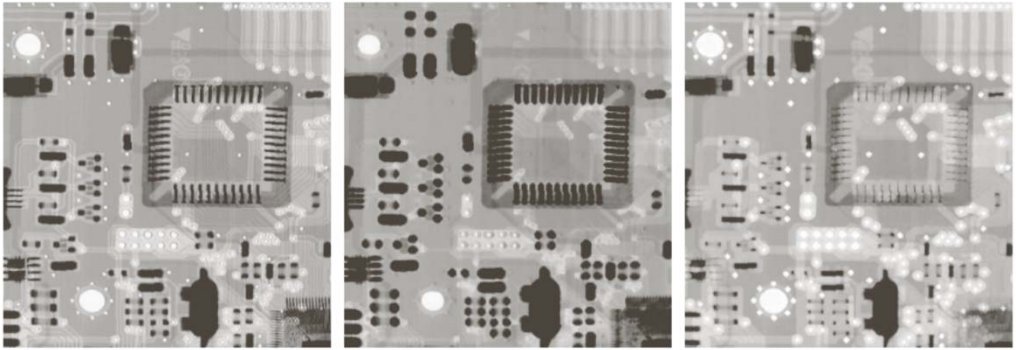
GRAY-SCALE MORPHOLOGY

Morphological Smoothing



Morphological Gradients

Chapter 9
Morphological Image Processing



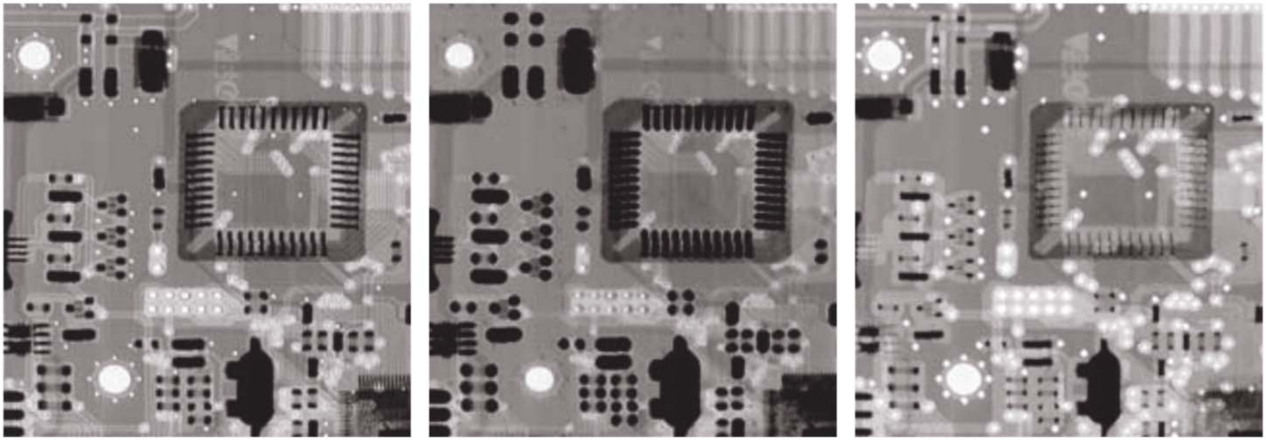
a b c

FIGURE 9.35 (a) A gray-scale X-ray image of size 448 × 425 pixels. (b) Erosion using a flat disk SE with a radius of two pixels. (c) Dilation using the same SE. (Original image courtesy of Lixi, Inc.)

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY



a b c

FIGURE (a) A gray-scale X-ray image of size 448 × 425 pixels. (b) Erosion using a flat disk SE with a radius of two pixels. (c) Dilation using the same SE. (Original image

Chapter 9

Morphological Image Processing

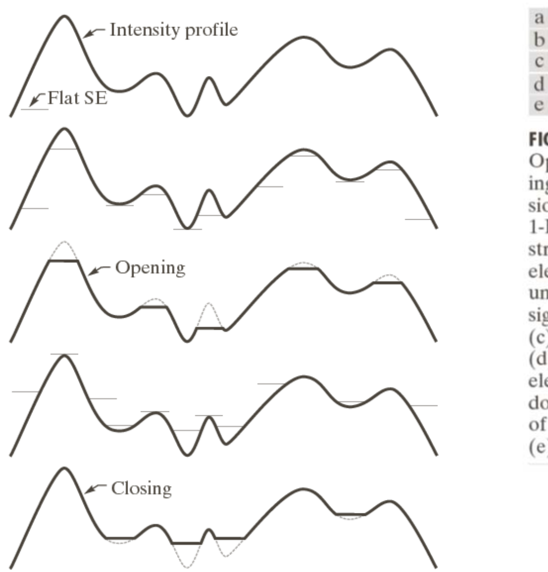
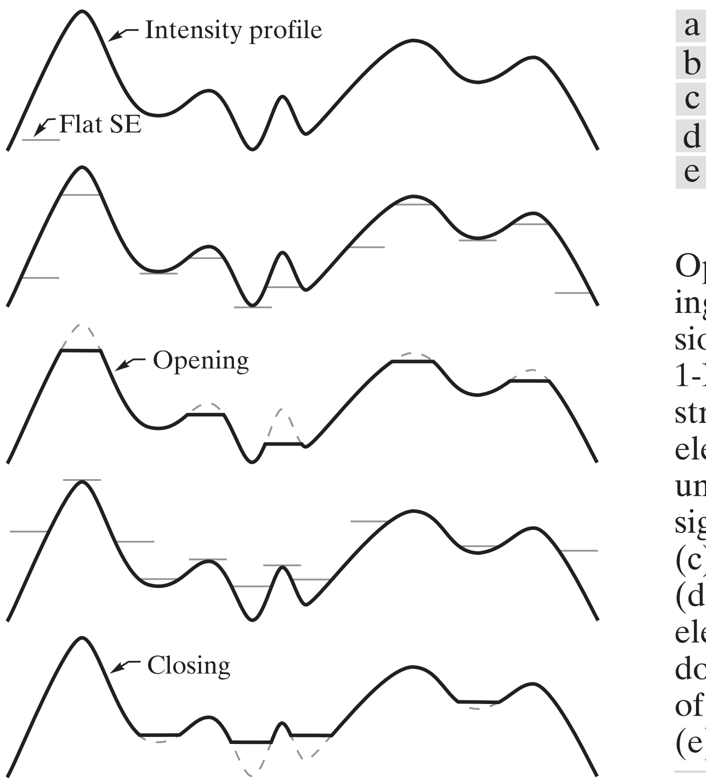


FIGURE 9.36 Opening and closing in one dimension. (a) Original 1-D signal. (b) Flat structuring element pushed up underneath the signal. (c) Opening. (d) Flat structuring element pushed down along the top of the signal. (e) Closing.

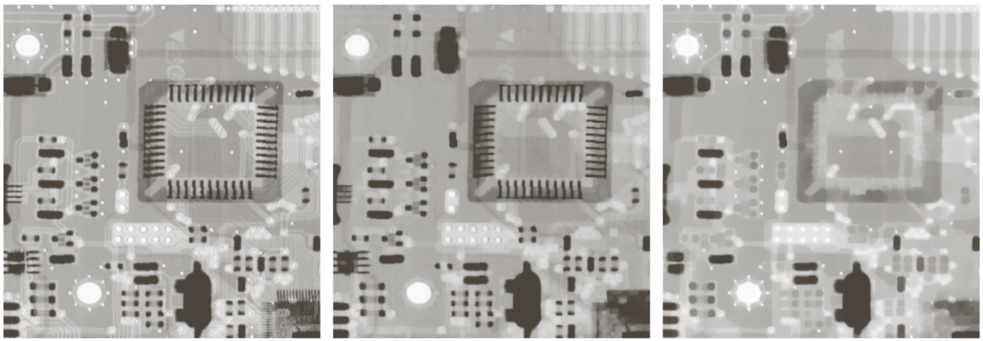
مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY



Opening and closing in one dimension. (a) Original 1-D signal. (b) Flat structuring element pushed up underneath the signal.
(c) Opening.
(d) Flat structuring element pushed down along the top of the signal.
(e) Closing.



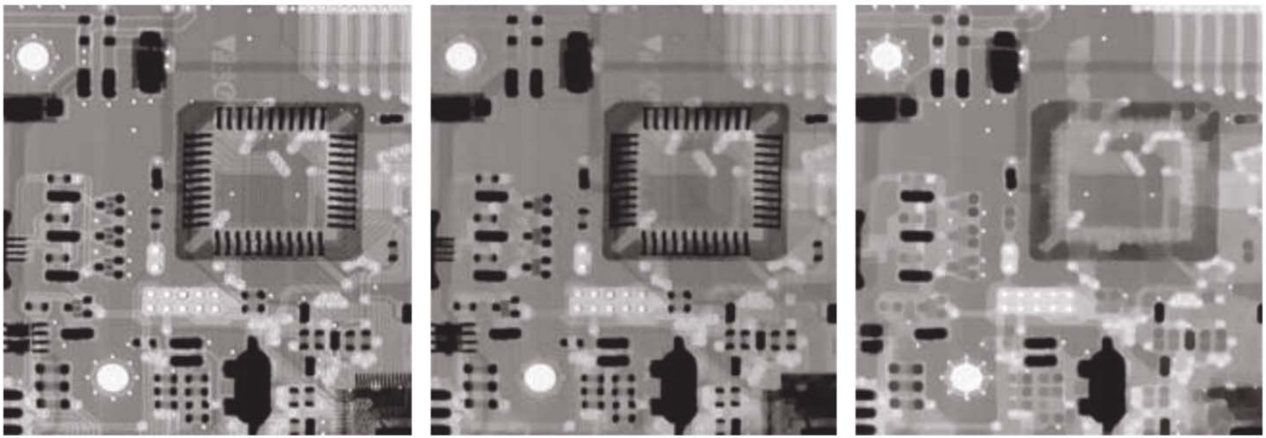
a b c

FIGURE 9.37 (a) A gray-scale X-ray image of size 448 × 425 pixels. (b) Opening using a disk SE with a radius of 3 pixels. (c) Closing using an SE of radius 5.

مورفولوژی سطح خاکستری

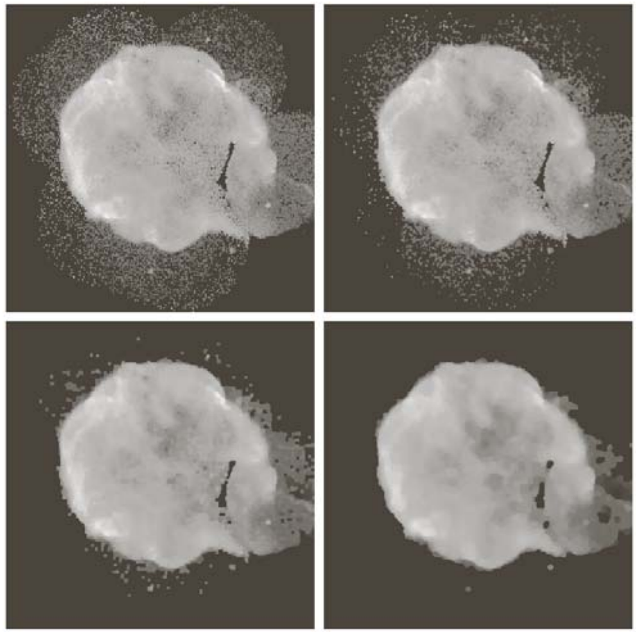
مثال

Gray-Scale Morphology



a b c

FIGURE (a) A gray-scale X-ray image of size 448 × 425 pixels. (b) Opening using a disk SE with a radius of 3 pixels. (c) Closing using an SE of radius 5.



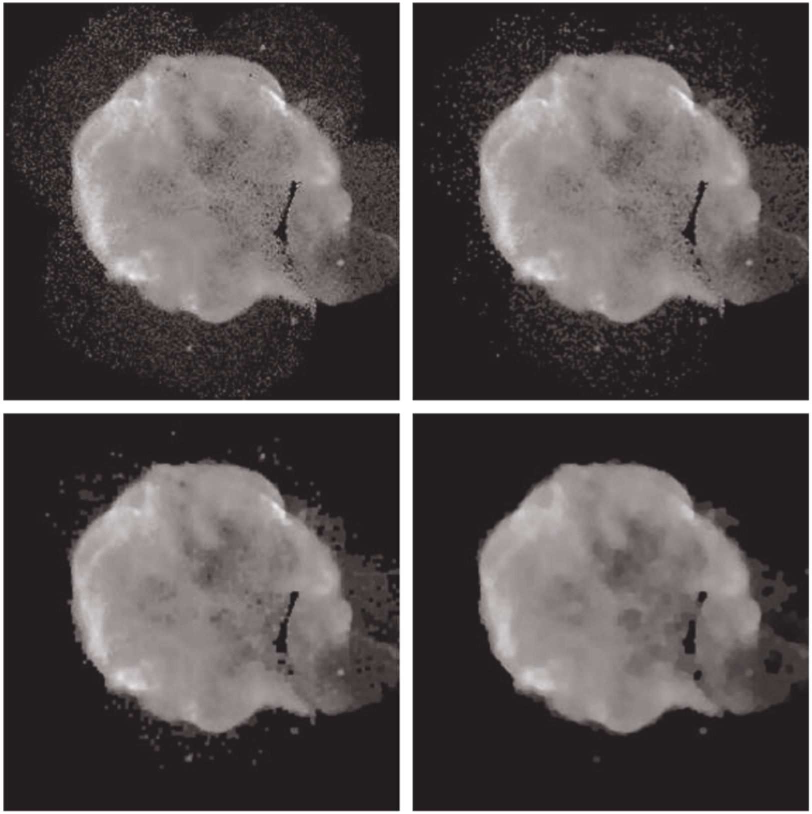
a b
c d

FIGURE 9.38 (a) 566 × 566 image of the Cygnus Loop supernova, taken in the X-ray band by NASA's Hubble Telescope. (b)–(d) Results of performing opening and closing sequences on the original image with disk structuring elements of radii, 1, 3, and 5, respectively. (Original image courtesy of NASA.)

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY

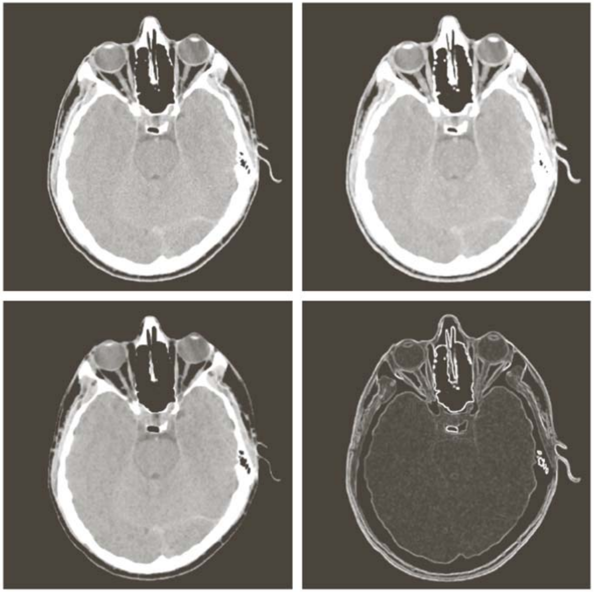


a b
c d

(a) 566 × 566 image of the Cygnus Loop supernova, taken in the X-ray band by NASA's Hubble Telescope. (b)–(d) Results of performing opening and closing sequences on the original image with disk structuring elements of radii, 1, 3, and 5, respectively.

Chapter 9

Morphological Image Processing



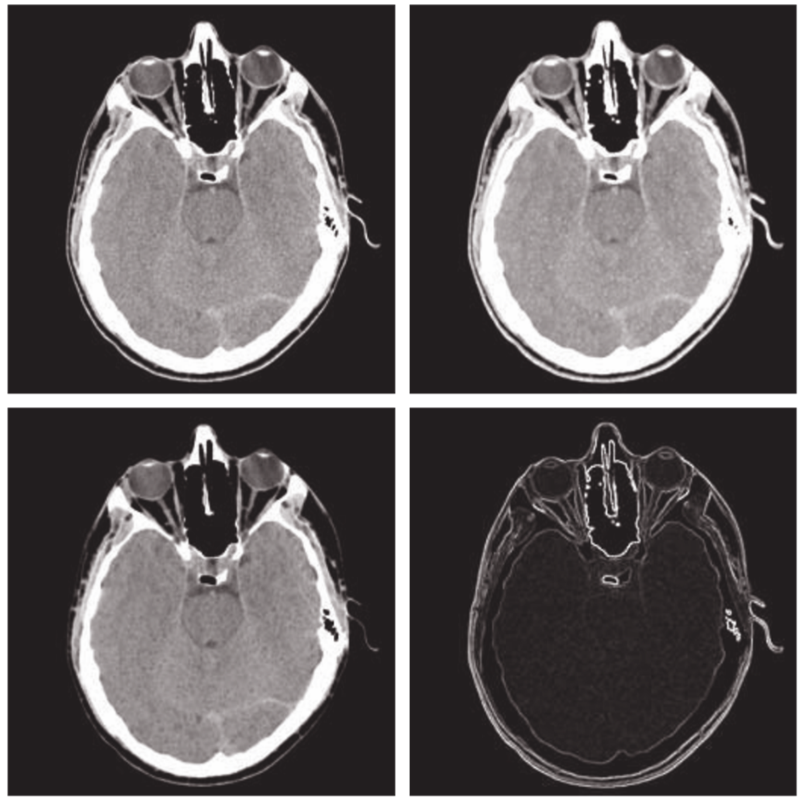
a b
c d

FIGURE 9.39 (a) 512×512 image of a head CT scan. (b) Dilation. (c) Erosion. (d) Morphological gradient, computed as the difference between (b) and (c). (Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Vanderbilt University.)

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY

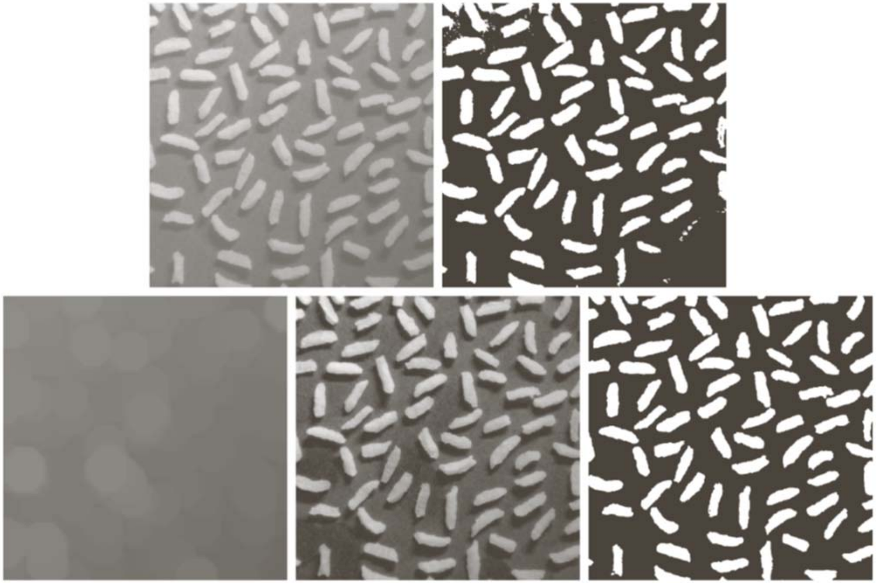


a b
c d

(a) 512 × 512 image of a head CT scan. (b) Dilation. (c) Erosion. (d) Morphological gradient, computed as the difference between (b) and (c).

Chapter 9

Morphological Image Processing



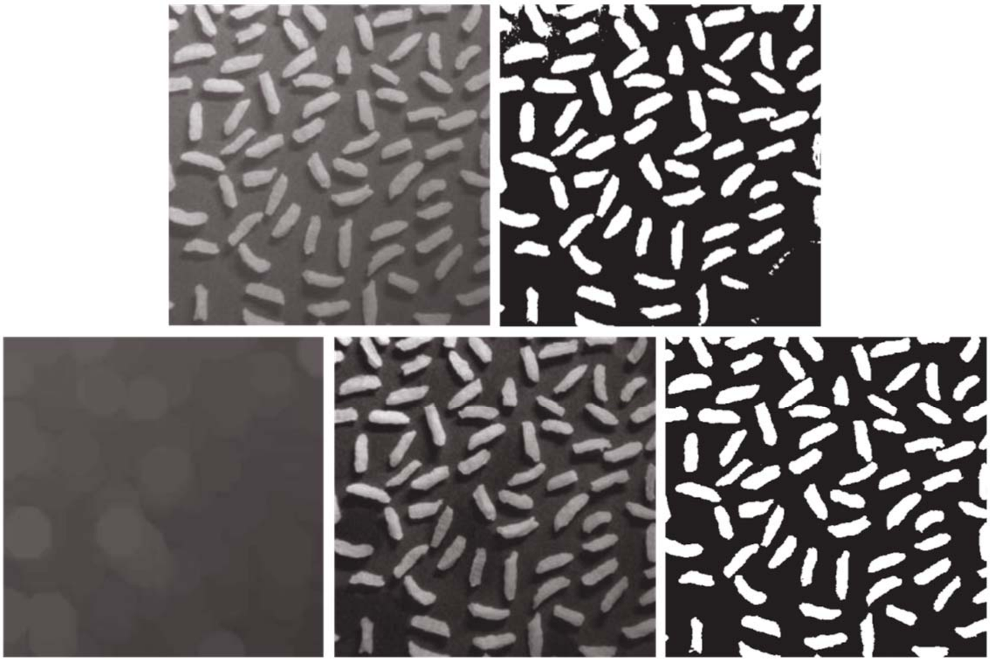
a b
c d e

FIGURE 9.40 Using the top-hat transformation for *shading correction*. (a) Original image of size 600 × 600 pixels. (b) Thresholded image. (c) Image opened using a disk SE of radius 40. (d) Top-hat transformation (the image minus its opening). (e) Thresholded top-hat image.

مورفولوژی سطح خاکستری

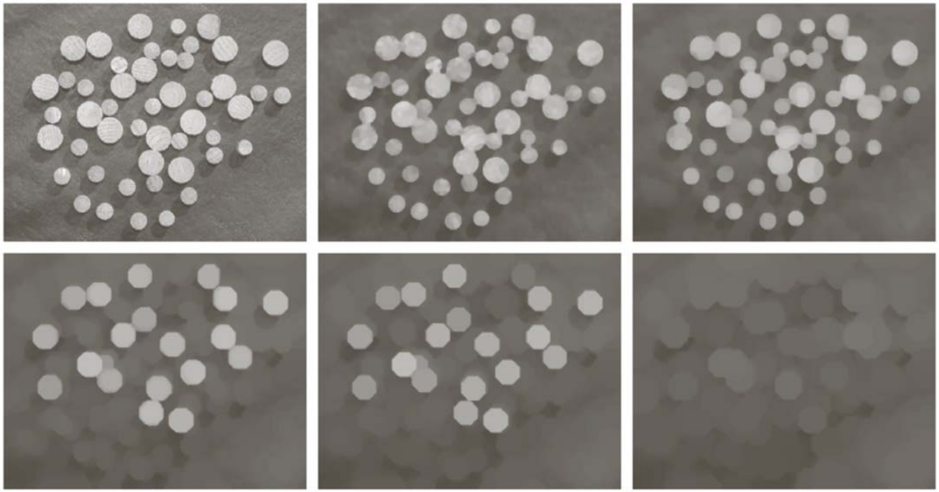
مثال

Gray-Scale Morphology



a b
c d e

Using the top-hat transformation for *shading correction*. (a) Original image of size 600 × 600 pixels. (b) Thresholded image. (c) Image opened using a disk SE of radius 40. (d) Top-hat transformation (the image minus its opening). (e) Thresholded top-hat image.



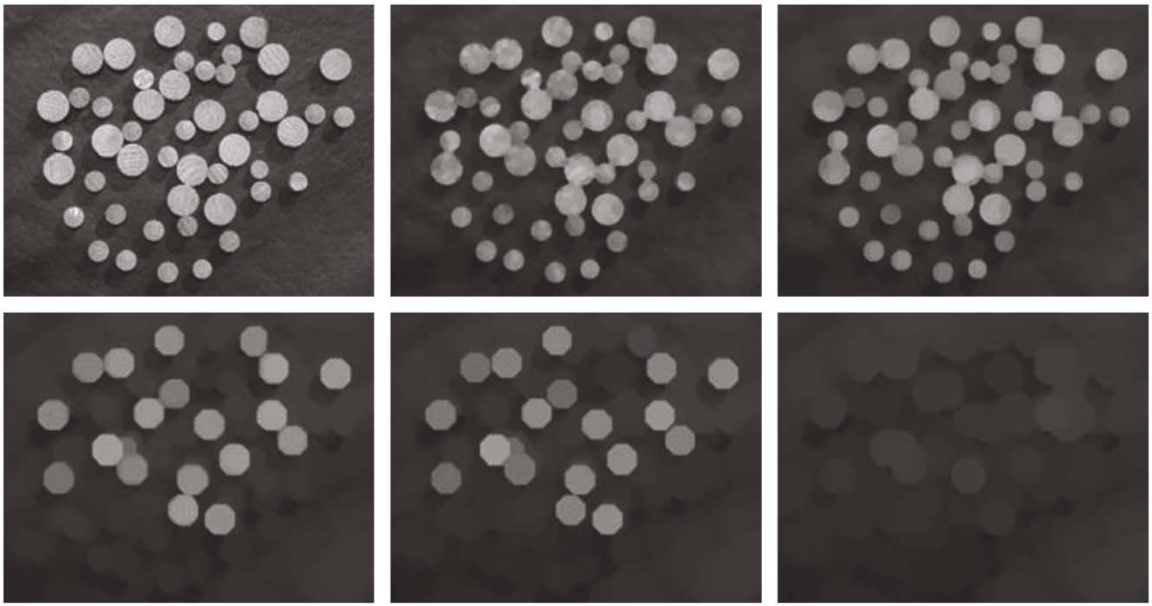
a b c
d e f

FIGURE 9.41 (a) 531 × 675 image of wood dowels. (b) Smoothed image. (c)–(f) Openings of (b) with disks of radii equal to 10, 20, 25, and 30 pixels, respectively. (Original image courtesy of Dr. Steve Eddins, The MathWorks, Inc.)

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY



a b c
d e f

(a) 531 × 675 image of wood dowels. (b) Smoothed image. (c)–(f) Openings of (b) with disks of radii equal to 10, 20, 25, and 30 pixels, respectively.

Chapter 9

Morphological Image Processing

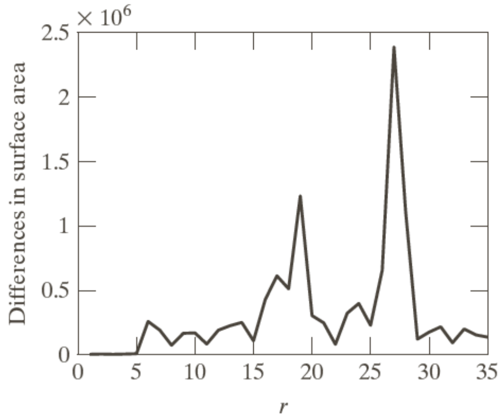
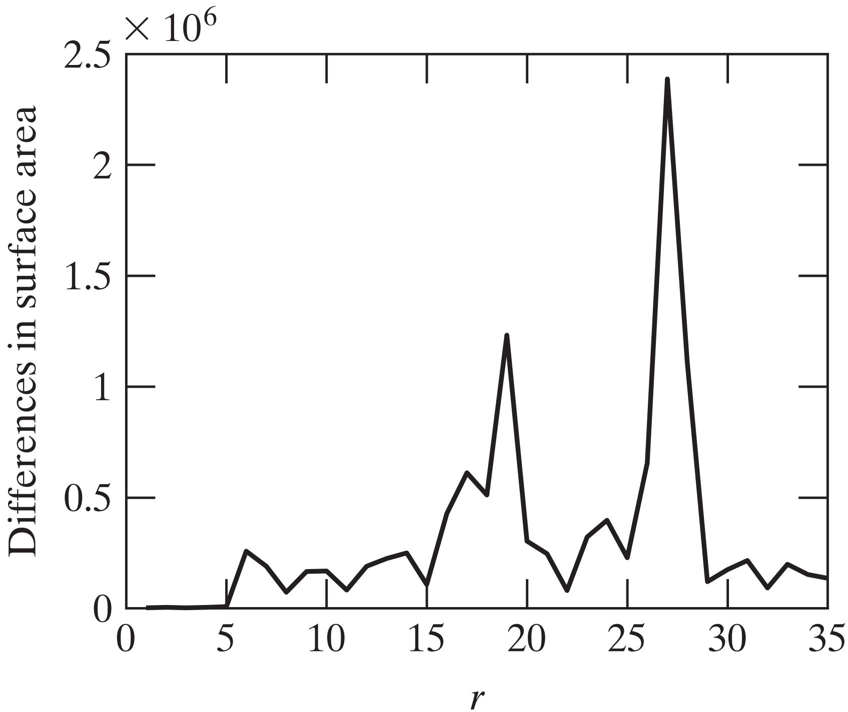


FIGURE 9.42 Differences in surface area as a function of SE disk radius, r. The two peaks are indicative of two dominant particle sizes in the image.

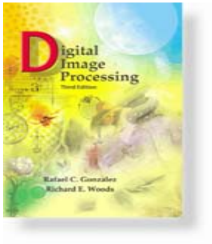
مورفولوژی سطح خاکستری

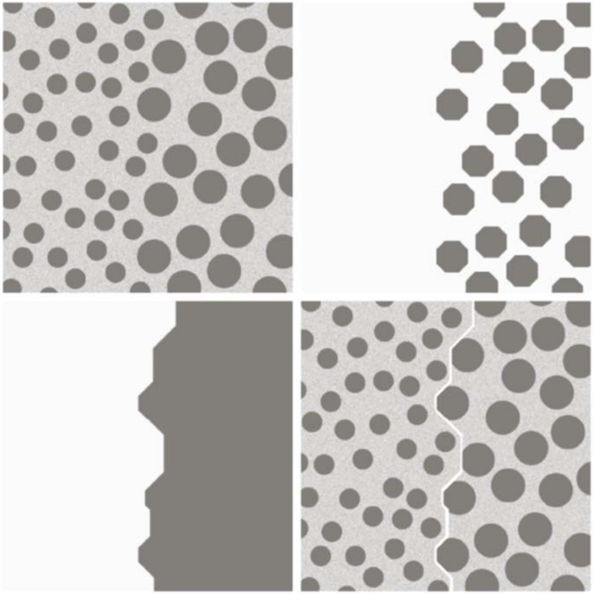
مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY



Differences in surface area as a function of SE disk radius, *r*. The two peaks are indicative of two dominant particle sizes in the image.





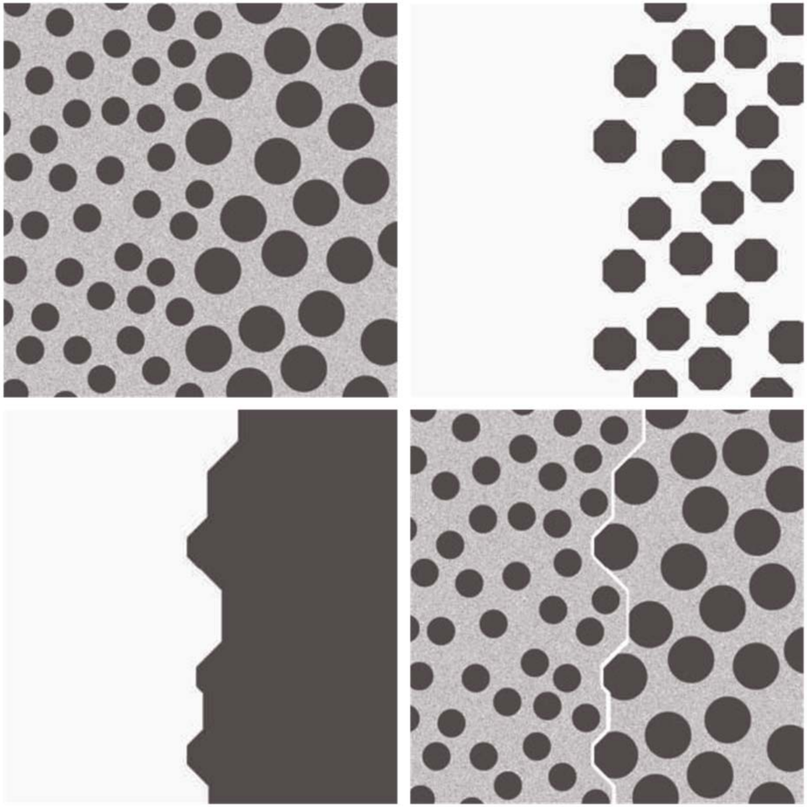
a b
c d

FIGURE 9.43 Textural segmentation. (a) A 600 × 600 image consisting of two types of blobs. (b) Image with small blobs removed by closing (a). (c) Image with light patches between large blobs removed by opening (b). (d) Original image with boundary between the two regions in (c) superimposed. The boundary was obtained using a morphological gradient operation.

مورفولوژی سطح خاکستری

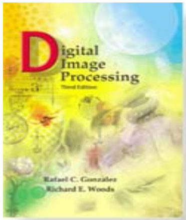
مثال

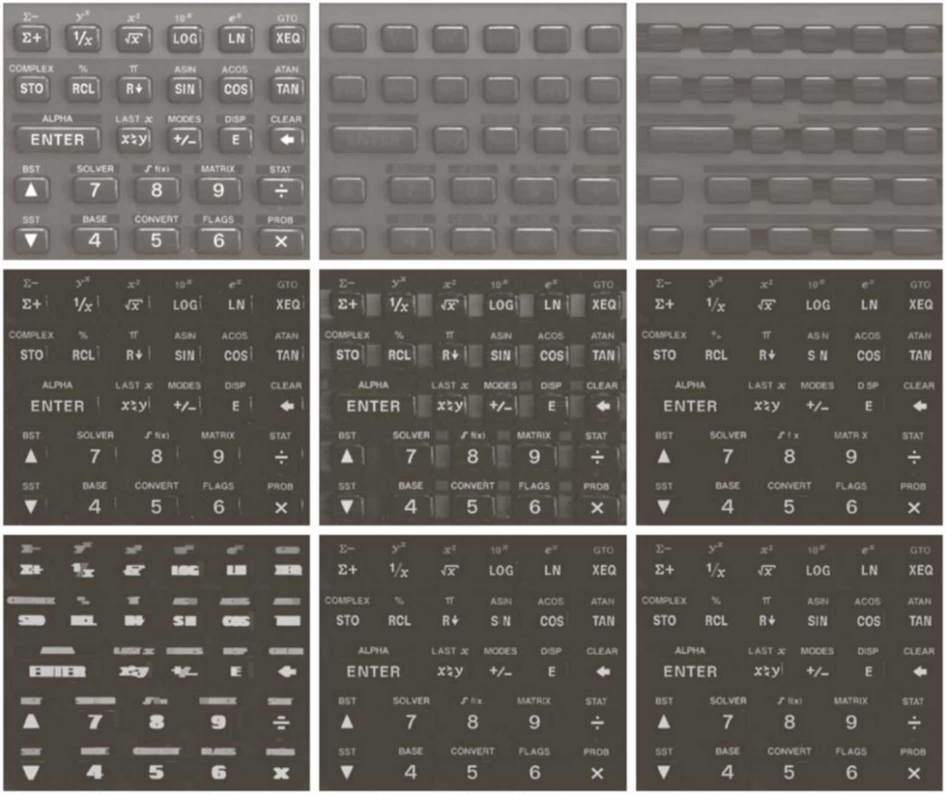
Gray-Scale Morphology



a	b
c	d

Textural segmentation. (a) A 600 × 600 image consisting of two types of blobs. (b) Image with small blobs removed by closing (a). (c) Image with light patches between large blobs removed by opening (b). (d) Original image with boundary between the two regions in (c) superimposed. The boundary was obtained using a morphological gradient operation.





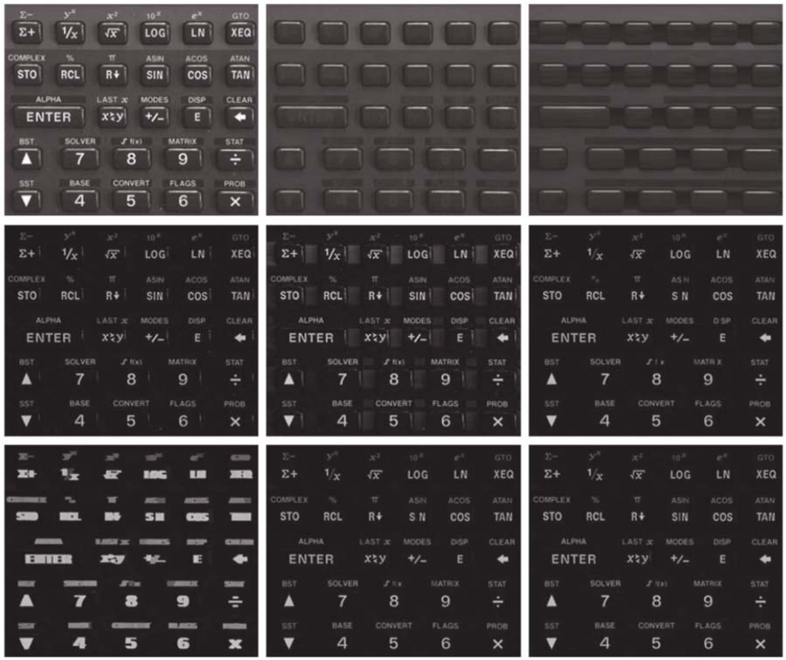
a b c
d e f
g h i

FIGURE 9.44 (a) Original image of size 1134 × 1360 pixels. (b) Opening by reconstruction of (a) using a horizontal line 71 pixels long in the erosion. (c) Opening of (a) using the same line. (d) Top-hat by reconstruction. (e) Top-hat. (f) Opening by reconstruction of (d) using a horizontal line 11 pixels long. (g) Dilation of (f) using a horizontal line 21 pixels long. (h) Minimum of (d) and (g). (i) Final reconstruction result. (Images courtesy of Dr. Steve Eddins, The MathWorks, Inc.)

مورفولوژی سطح خاکستری

مثال

GRAY-SCALE MORPHOLOGY



a b c
d e f
g h i

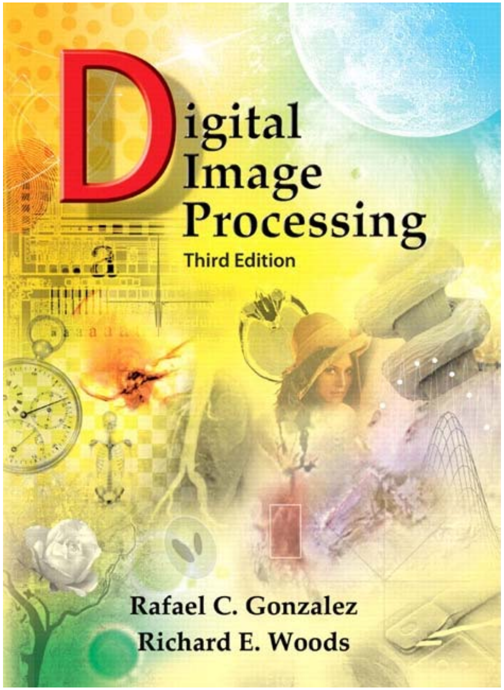
(a) Original image of size 1134 × 1360 pixels. (b) Opening by reconstruction of (a) using a horizontal line 71 pixels long in the erosion. (c) Opening of (a) using the same line. (d) Top-hat by reconstruction. (e) Top-hat. (f) Opening by reconstruction of (d) using a horizontal line 11 pixels long. (g) Dilation of (f) using a horizontal line 21 pixels long. (h) Minimum of (d) and (g). (i) Final reconstruction

پردازش تصویر مورفولوژیکال

۷

منابع

منبع اصلی



Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods,
Digital Image Processing,
Third Edition, Pearson Prentice Hall, 2008.
Chapter 9