بسم الله الرحمن الرحیم

بینایی کامپیوتری

درس ۴

تبدیل‌های روی شدت رنگ

Intensity Transformations

کاظم فولادی
دانشکده مهندسی، پردیس فارابی
دانشگاه تهران

http://courses.fouladi.ir/vision

تبدیل‌های روی شدت رنگ

۱

پیش‌زمینه

تبدیل سطح خاکستری

GRAY-LEVEL TRANSFORMATION

بازنمایی ریاضی برای فرآیندهای حوزه‌ی مکان:

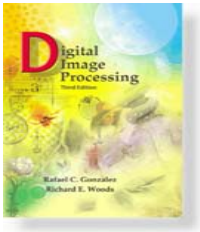
$$g(x,y) = T[f(x,y)]$$

تصویر خروجی (پردازش‌شده)

تصویر ورودی (اصلی)

یک عملگر بر روی f که بر روی یک همسایگی از (x,y) تعریف می‌شود.

عملگر می‌تواند بر روی **یک تصویر تنها** یا **مجموعه‌ای از تصاویر** انجام شود.



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

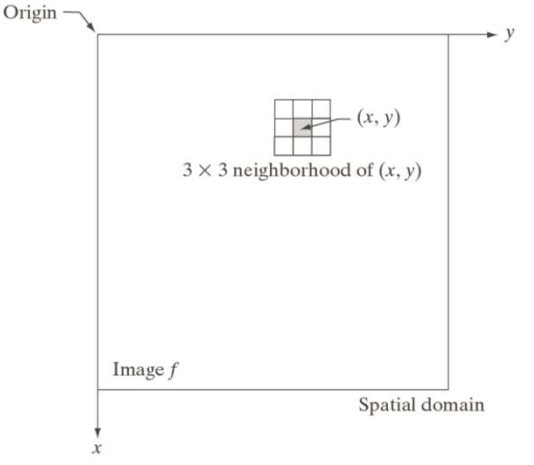


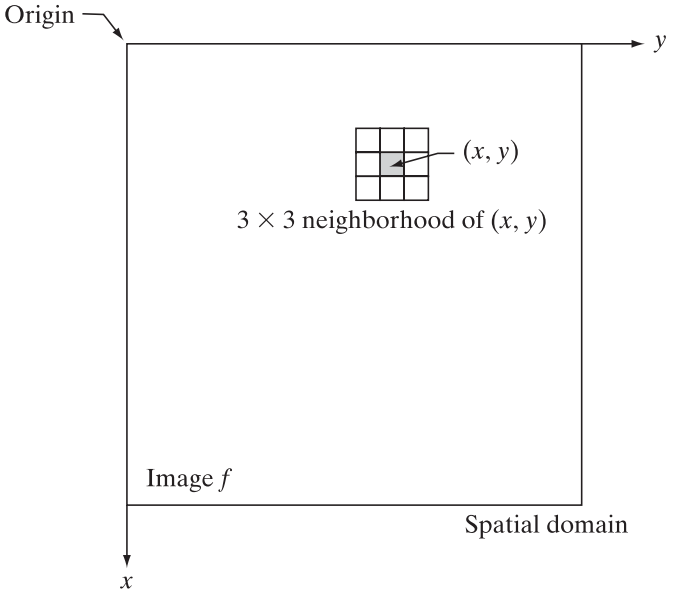
FIGURE 3.1 A 3 × 3 neighborhood about a point (x, y) in an image in the spatial domain. The neighborhood is moved from pixel to pixel in the image to generate an output image.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

پایه‌های تبدیل‌های شدت رنگ و فیلتر کردن فضایی

THE BASICS OF INTENSITY TRANSFORMATIONS AND SPATIAL FILTERING

تکنیک‌های حوزه‌ی مکان، مستقیماً بر روی پیکسل‌های یک تصویر عمل می‌کنند.



یک همسایگی 3×3 حول یک نقطه (x,y) در یک تصویر، در حوزه‌ی مکان:

برای تولید تصویر خروجی، این همسایگی پیکسل به پیکسل جابه‌جا می‌شود.

اغلب همسایگی‌ها، مستطیل شکل هستند و اندازه‌ی آنها از اندازه‌ی تصویر کوچک‌تر است.

پنجره *Window*	قالب *Template*	هسته *Kernel*	فیلتر *Filter*	ماسک *Mask*	همسایگی‌ها توسط **ماسک** مشخص می‌شود

فیلترهای حوزه‌ی مکان

SPATIAL –DOMAIN FILTERS

تکنیک‌های پردازش نقطه‌ای *Point Processing Techniques*	تکنیک‌های پردازش ماسکی *Mask Processing Techniques*
همسایگی تک-پیکسلی	همسایگی‌های بزرگ‌تر (فیلتر کردن) استفاده از یک همسایگی حول یک نقطه برای تعیین مقدار خروجی
$T:[0,L-1]\rightarrow[0,L-1]$ $g(x,y)=T\{f(x,y)\}$	$T:[0,L-1]\rightarrow[0,L-1]$ $g(x,y)=T\{f(v,w):(v,w)\in N(x,y)\}$

کلی‌ترین حالت: برای هر نقطه، یک نگاشت خاص: $T:[0,L-1]^{m\times n}\rightarrow[0,L-1]^{m\times n}$

تابع تبدیل شدت رنگ

INTENSITY TRANSFORMATIONS FUNCTION

تابع تبدیل شدت رنگ
Intensity Transformations Function

تابع تبدیل سطح خاکستری
Gray-level Transformations Function

نگاشت
Mapping

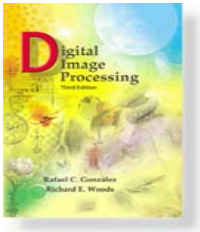
کوچک‌ترین همسایگی ممکن دارای اندازه‌ی 1×1 است.

در این حالت g فقط وابسته به مقدار f در یک نقطه‌ی تنها (x,y) و عملگر T است

$$s = T(r)$$

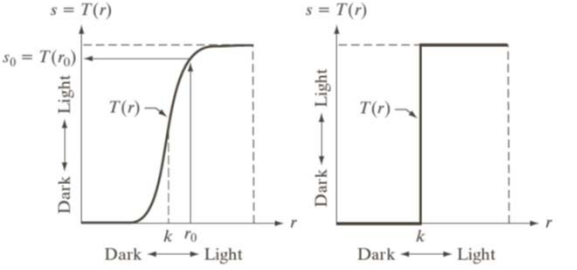
مقدار تصویر خروجی در نقطه‌ی (x,y)

مقدار تصویر ورودی در نقطه‌ی (x,y)



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b

FIGURE 3.2 Intensity transformation functions. (a) Contrast-stretching function. (b) Thresholding function.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

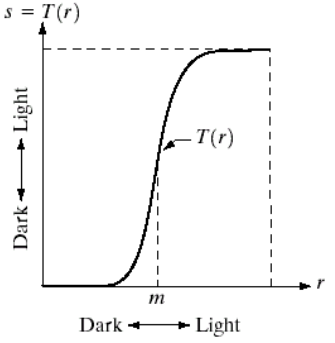
تبدیل سطح خاکستری

مثال

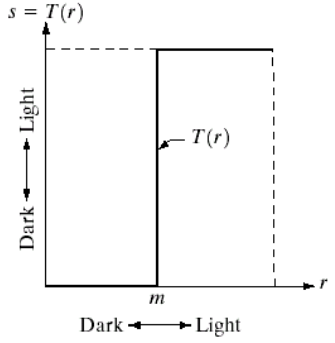
GRAY-LEVEL TRANSFORMATION

$$s = T(r)$$

تابع تبدیل سطح خاکستری: برای بهبود کنتراست



تابع کشش کنتراست

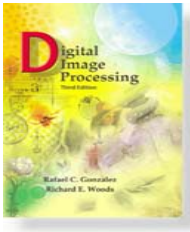


تابع آستانه‌گیری سخت

تبدیل‌های روی شدت رنگ

۲

برخی توابع پایه برای تبدیل شدت رنگ



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

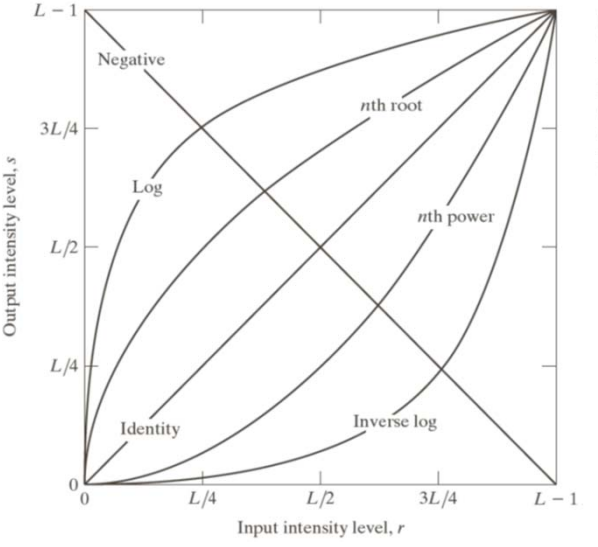


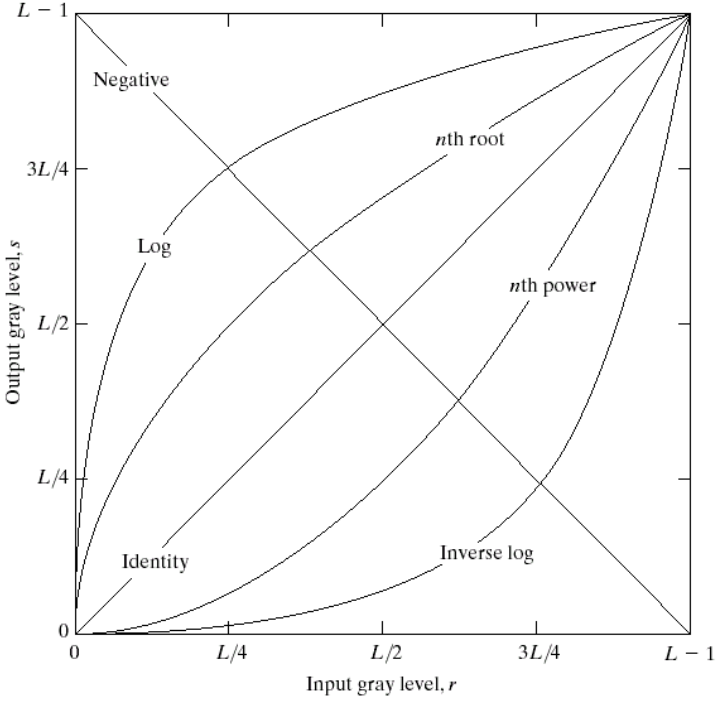
FIGURE 3.3 Some basic intensity transformation functions. All curves were scaled to fit in the range shown.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

برخی از تبدیل‌های پایه‌ی سطح خاکستری

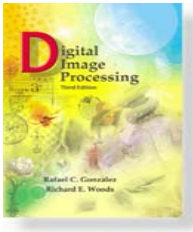
مثال

SOME BASIC GRAY LEVEL TRANSFORMATIONS



برخی توابع پایه برای تبدیل شدت رنگ

$$s = T(r)$$



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

a b

FIGURE 3.4
(a) Original digital mammogram. (b) Negative image obtained using the negative transformation in Eq. (3.2-1). (Courtesy of G.E. Medical Systems.)

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

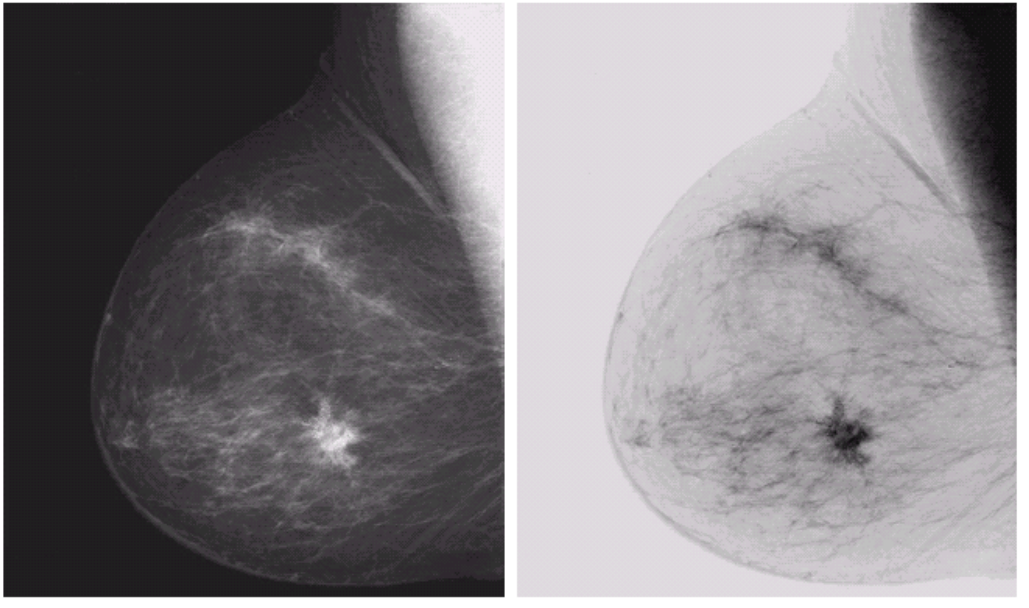
نگاتیوهای تصویر

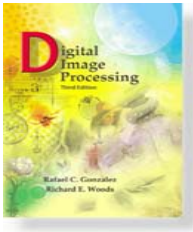
معادل با نگاتیوهای عکاسی

IMAGE NEGATIVES

با فرض اینکه بازه‌ی سطوح خاکستری به صورت $[0, L-1]$ باشد، داریم:

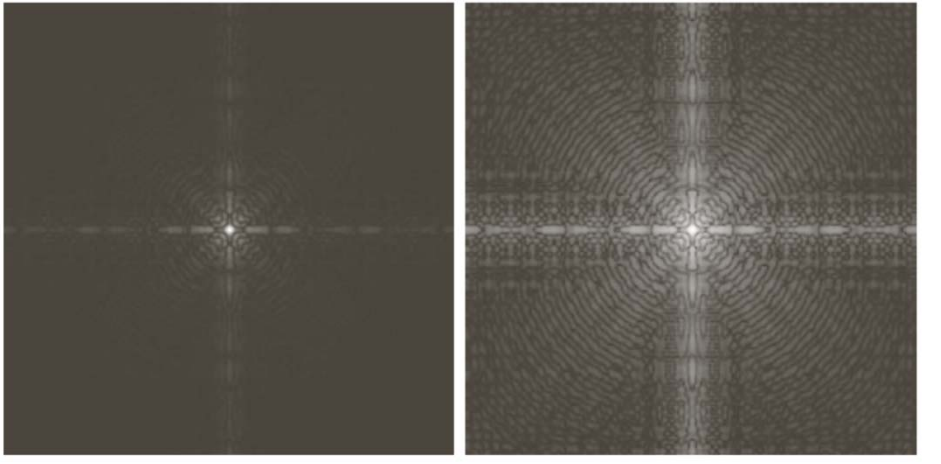
$$s = (L-1) - r$$





Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b

FIGURE 3.5
(a) Fourier spectrum.
(b) Result of applying the log transformation in Eq. (3.2-2) with $c = 1$.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تبدیل‌های لگاریتمی

LOG TRANSFORMATIONS

بازه‌ی باریکی از سطوح خاکستری کوچک به یک بازه‌ی گسترده‌تر نگاشت پیدا می‌کند.
بازه‌ی گسترده‌ای از سطوح خاکستری بزرگ به یک بازه‌ی باریک‌تر نگاشت پیدا می‌کند.

$$s = c\log(1+r)$$
$$\text{where } c : \text{constant}, \quad r \geq 0$$

تبدیل لگاریتمی، **بازه‌ی پویا (دینامیکی)** تصاویر دارای تغییرات بزرگ در مقادیر پیکسل‌ها را فشرده می‌کند.

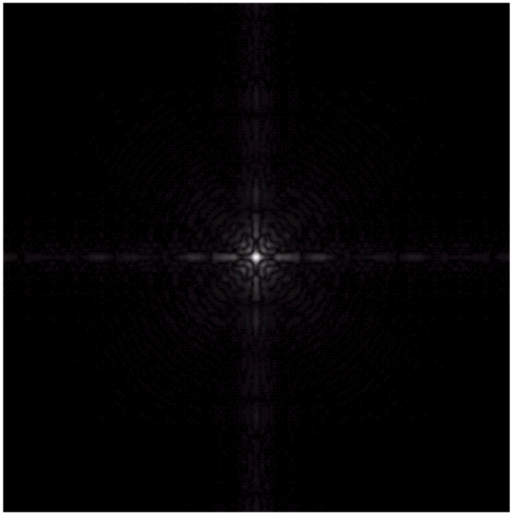
تبدیل‌های لگاریتمی

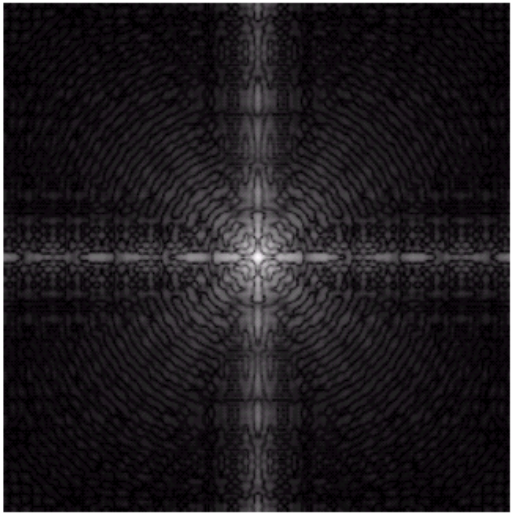
مثال

LOG TRANSFORMATIONS

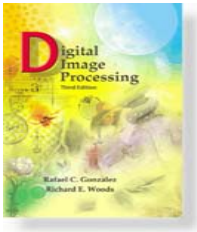
$$s = c\log(1+r)$$
$$\text{where } c : \text{constant}, \quad r \geq 0$$

۱) طیف فوریه





۳) حاصل اعمال تبدیل لگاریتمی فوق به‌ازای $c = 1$



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

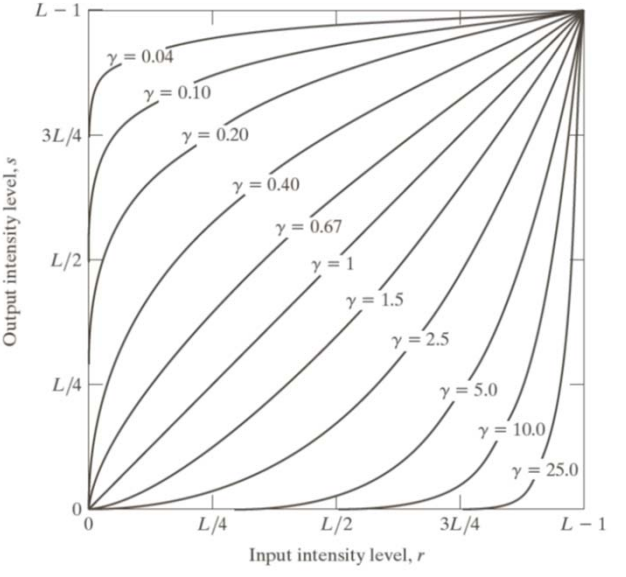


FIGURE 3.6 Plots of the equation $s = cr^{\gamma}$ for various values of γ ($c = 1$ in all cases). All curves were scaled to fit in the range shown.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

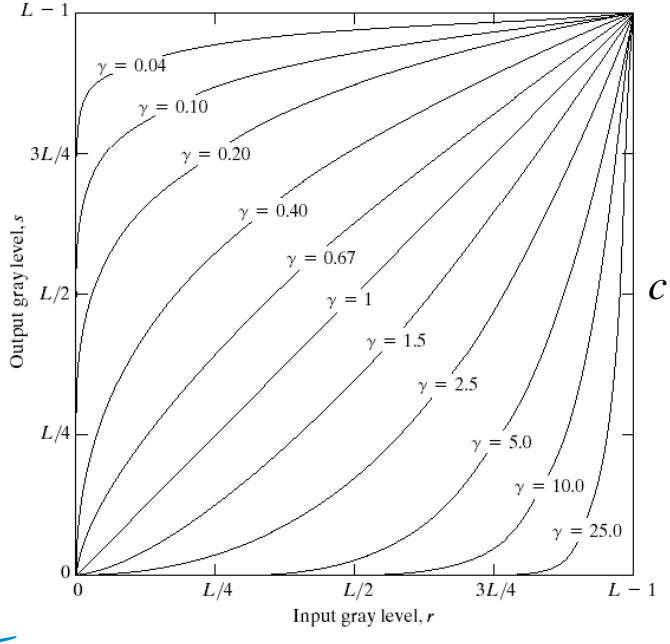
تبدیل‌های قانون-توانی (تبدیل‌های گاما)

مثال

POWER-LAW TRANSFORMATION (GAMMA)

$$s = cr^{\gamma}$$

where c, γ : positive constants



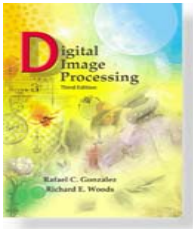
$c = 1$

$(\gamma < 1)$:
بازه‌ی باریکی از سطوح خاکستری کوچک (تیره) به یک بازه‌ی گسترده‌تر نگاشت می‌یابد.

$(\gamma > 1)$:
بازه‌ی گسترده‌ای از سطوح خاکستری بزرگ (روشن) به یک بازه‌ی باریک‌تر نگاشت می‌یابد.

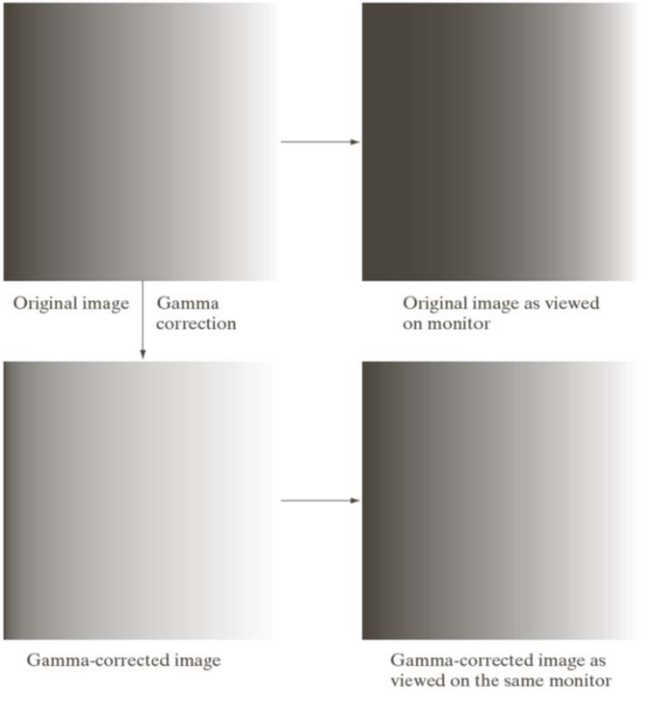
$$s = c(r + \varepsilon)^{\gamma}$$

برای در نظر گرفتن مقدار آفست



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b
c d

FIGURE 3.7
(a) Intensity ramp image. (b) Image as viewed on a simulated monitor with a gamma of 2.5. (c) Gamma-corrected image. (d) Corrected image as viewed on the same monitor. Compare (d) and (a).

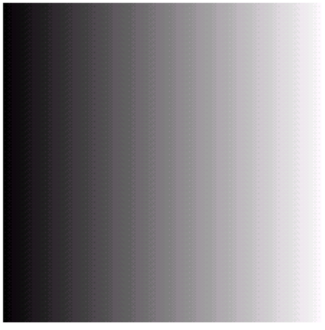
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تبدیل‌های قانون-توانی

مثال ۱ : تصحیح گاما: برای کالیبراسیون نمایشگر

POWER-LAW TRANSFORMATION; EXAMPLE 1: GAMMA CORRECTION

۱) تصویر اصلی: شیب شدت رنگ



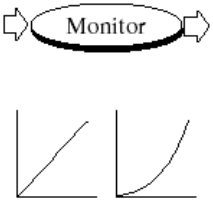
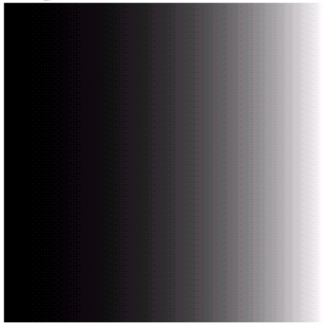
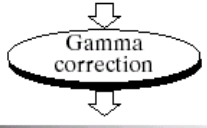


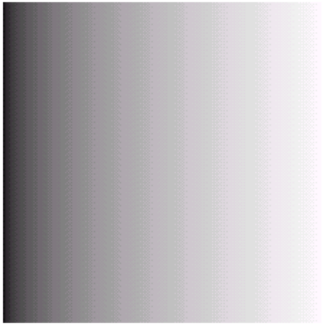
Image as viewed on monitor



۲) تصویر مشاهده شده بر روی یک نمایشگر شبیه‌سازی شده با گامای برابر با 2.5



۳) تصویر با گامای تصحیح‌شده



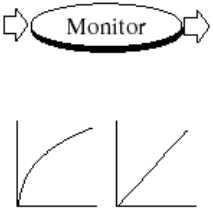
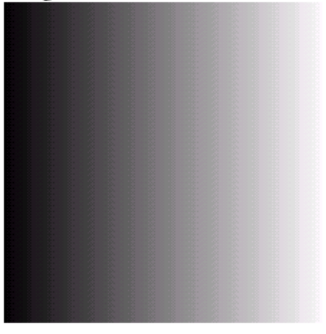
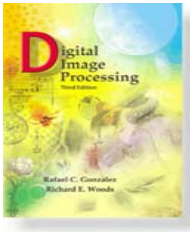


Image as viewed on monitor



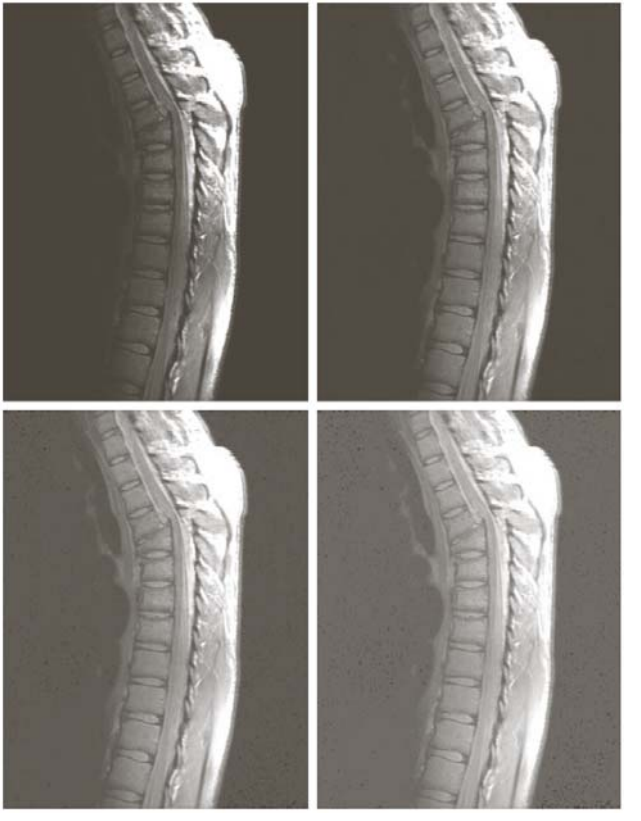
۴) تصویر اصلاح‌شده به صورتی که بر روی همان نمایشگر دیده می‌شود.

(۱) و (۴) را مقایسه کنید!



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b
c d

FIGURE 3.8
(a) Magnetic resonance image (MRI) of a fractured human spine.
(b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 0.6$, 0.4, and 0.3, respectively.
(Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

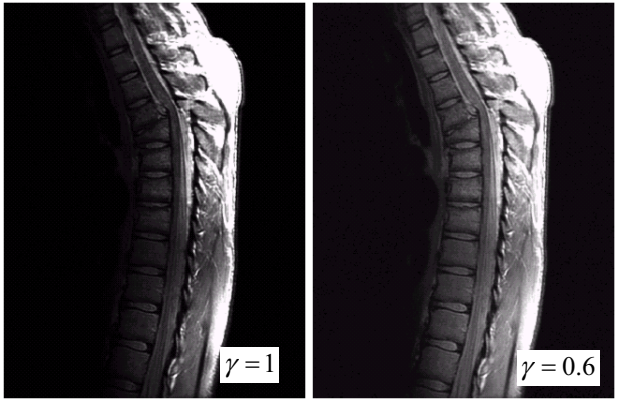
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تبدیل‌های قانون-توانی

مثال ۲ : تصحیح گاما

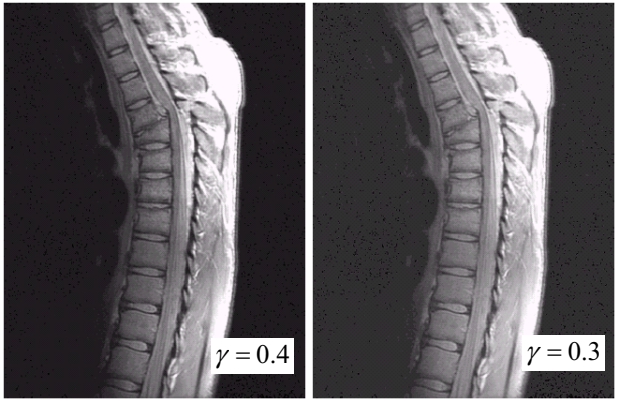
POWER-LAW TRANSFORMATION; EXAMPLE 2: GAMMA CORRECTION

۱) تصویر تشدید مغناطیسی (MRI) از شکستگی ستون فقرات یک انسان

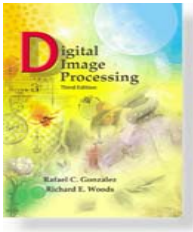


۲) اعمال تبدیل گاما با گامای 0.6

۳) اعمال تبدیل گاما با گامای 0.4



۴) اعمال تبدیل گاما با گامای 0.3



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

a b
c d

FIGURE 3.9
(a) Aerial image. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 3.0$, 4.0, and 5.0, respectively. (Original image for this example courtesy of NASA.)

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تبدیل‌های قانون-توانی

مثال ۳ : تصحیح گاما

POWER-LAW TRANSFORMATION; EXAMPLE 3: GAMMA CORRECTION

۱)
تصویر هوایی

۲)
اعمال تبدیل گاما
با گامای 3.0

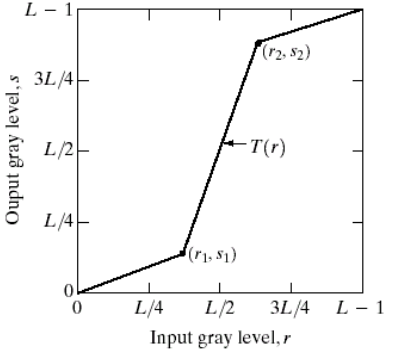
۳)
اعمال تبدیل گاما
با گامای 4.0

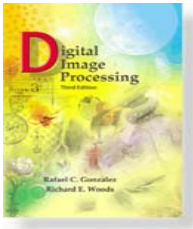
۴)
اعمال تبدیل گاما
با گامای 5.0

توابع تبدیل تکه تکه خطی

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS

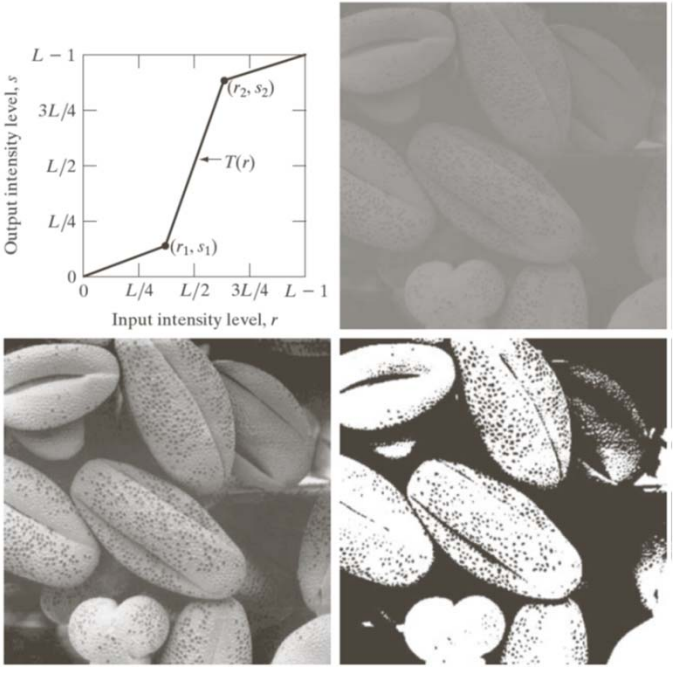
توابع تکه تکه خطی، می‌توانند توابع تبدیل با شکل‌های پیچیده را بسازند.
(بسته به نیاز در یک کاربرد)





Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b
c d

FIGURE 3.10 Contrast stretching. (a) Form of transformation function. (b) A low-contrast image. (c) Result of contrast stretching. (d) Result of thresholding. (Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)

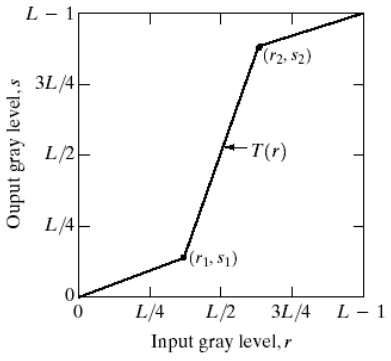
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

توابع تبدیل تکه تکه خطی

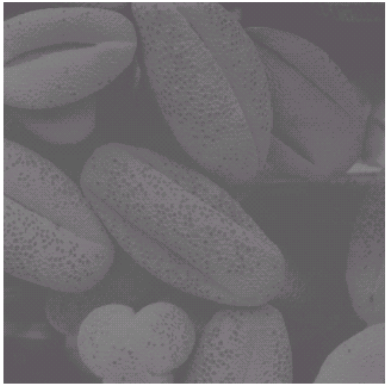
مورد ۱ : کشش کنتراست

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 1: CONTRAST STRETCHING

۱)
شکل تابع تبدیل
تکه تکه خطی



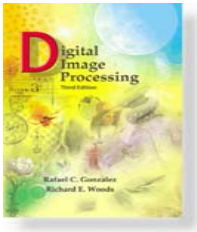
۲)
یک تصویر با
کنتراست پایین



۳)
حاصل کشش کنتراست

کشش کنتراست، بازه‌ی دینامیکی مقادیر سطح خاکستری را افزایش می‌دهد.

۴)
حاصل آستانه‌گیری

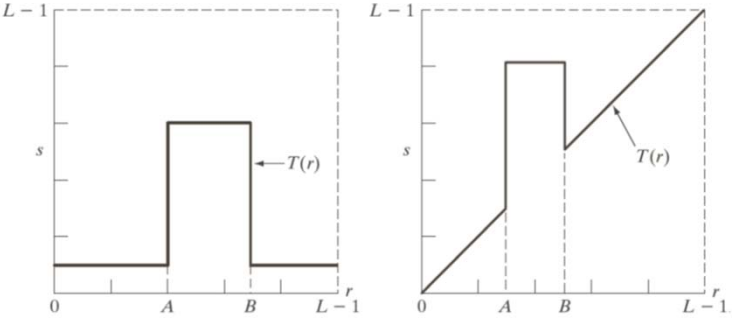


Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

a b

FIGURE 3.11 (a) This transformation highlights intensity range $[A, B]$ and reduces all other intensities to a lower level. (b) This transformation highlights range $[A, B]$ and preserves all other intensity levels.



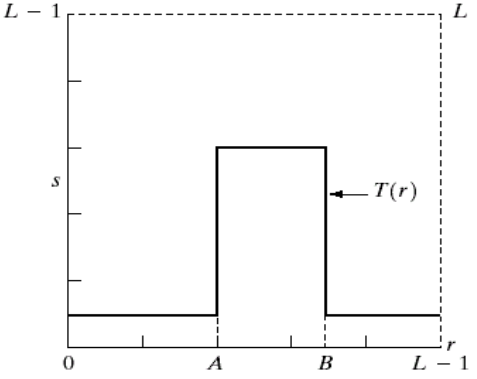
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

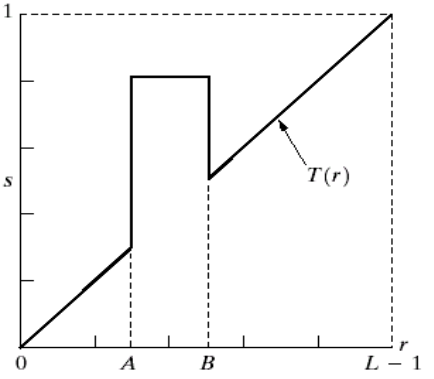
توابع تبدیل تکه تکه خطی

مورد ۲ : تکه‌برداری سطح خاکستری

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 2: GRAY-LEVEL SLICING

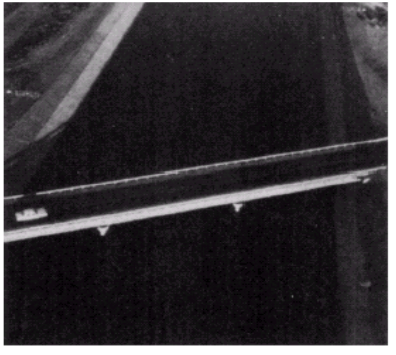
۱) این تبدیل بازه‌ی $[A,B]$ از سطوح خاکستری را واضح‌تر می‌کند و سایر سطوح خاکستری را به یک مقدار ثابت کاهش می‌دهد.

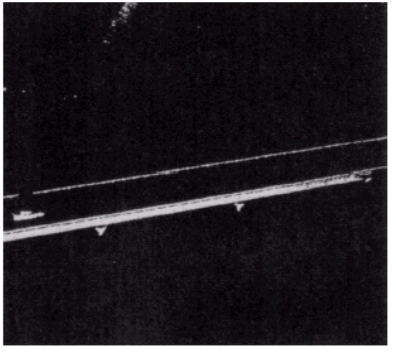




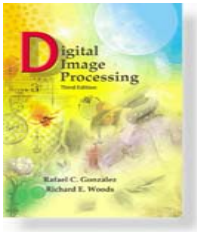
۲) این تبدیل بازه‌ی $[A,B]$ از سطوح خاکستری را واضح‌تر می‌کند اما سایر سطوح خاکستری را حفظ می‌کند.

۳) یک تصویر



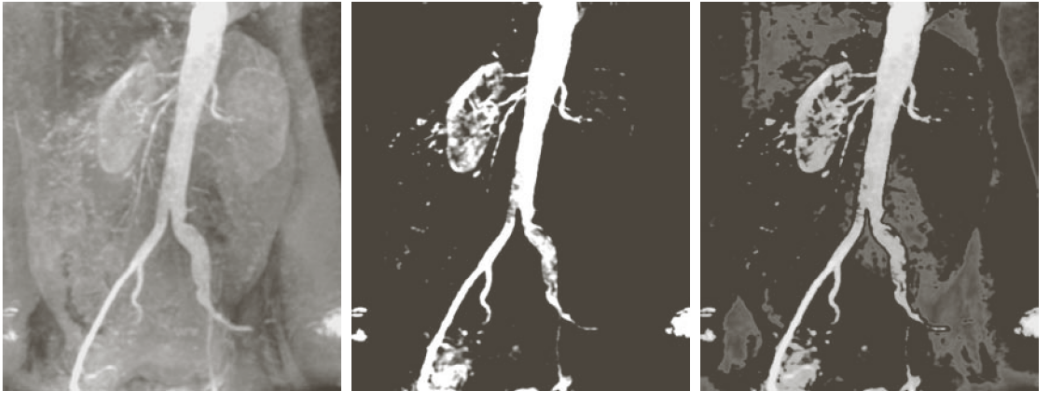


۴) حاصل اعمال تبدیل معرفی شده در شکل (۱)



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b c

FIGURE 3.12 (a) Aortic angiogram. (b) Result of using a slicing transformation of the type illustrated in Fig. 3.11(a), with the range of intensities of interest selected in the upper end of the gray scale. (c) Result of using the transformation in Fig. 3.11(b), with the selected area set to black, so that grays in the area of the blood vessels and kidneys were preserved. (Original image courtesy of Dr. Thomas R. Gest, University of Michigan Medical School.)

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

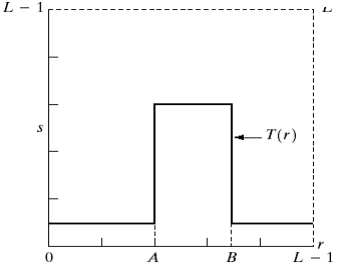
توابع تبدیل تکه تکه خطی

مورد ۲ : تکه‌برداری سطح خاکستری

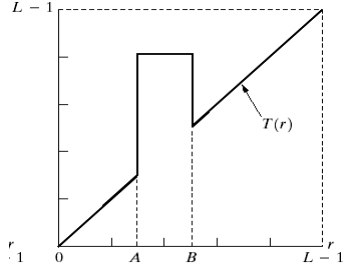
PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 2: GRAY-LEVEL SLICING

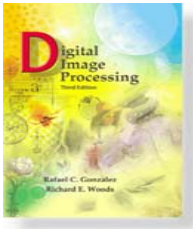
۱) تصویر آنژیوگرام آئورتی

۲) نتیجه‌ی تبدیل تکه‌برداری
با تابع تبدیل زیر
(انتخاب سطح دلخواه)



۳) نتیجه‌ی تبدیل تکه‌برداری
با تابع تبدیل زیر
(روشن‌تر کردن سطح دلخواه)





Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

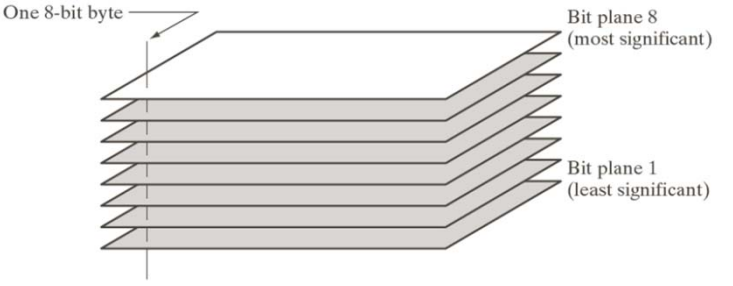


FIGURE 3.13 Bit-plane representation of an 8-bit image.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

توابع تبدیل تکه تکه خطی

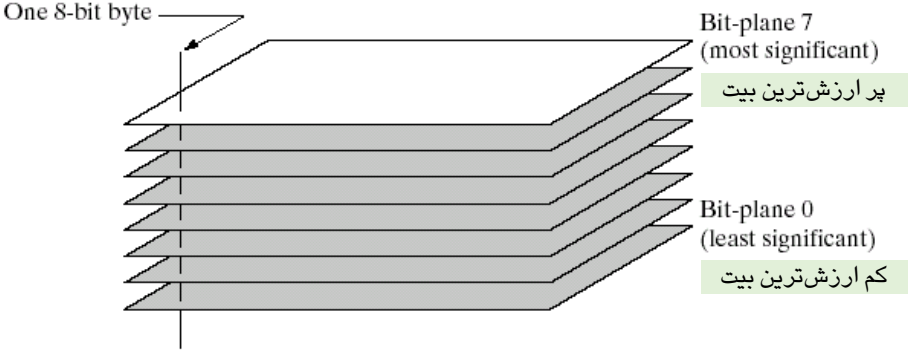
مورد ۳ : تکه‌برداری صفحه‌ی بیتی

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 3: BIT-PLANE SLICING

می‌توان نقش هر بیت خاص در ظاهر کلی یک تصویر را برجسته کرد.

هر پیکسل در یک تصویر دیجیتال، با ۸ بیت بازنمایی می‌شود
⇐ هر تصویر از ۸ صفحه‌ی یک–بیتی تشکیل می‌شود.

بازنمایی صفحه–بیتی یک تصویر ۸–بیتی



بیشترین تغییرات در بیت‌های پرارزش‌تر دیده می‌شود.

Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

a b c
d e f
g h i

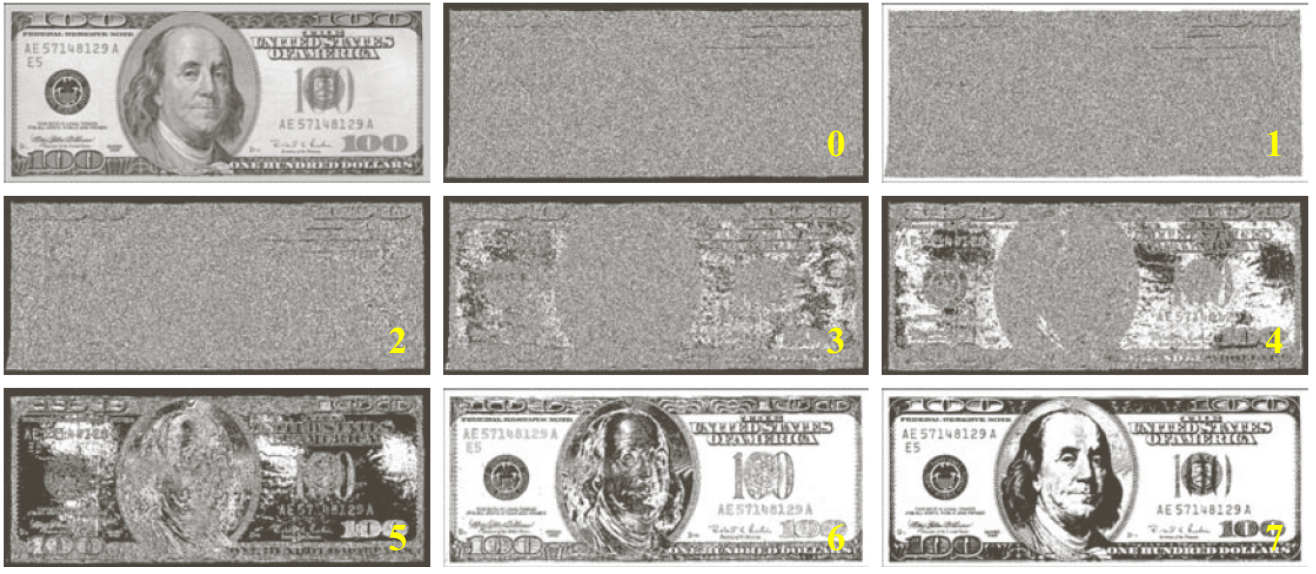
FIGURE 3.14 (a) An 8-bit gray-scale image of size 500 × 1192 pixels. (b) through (i) Bit planes 1 through 8, with bit plane 1 corresponding to the least significant bit. Each bit plane is a binary image.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

توابع تبدیل تکه تکه خطی

مورد ۳ : تکه‌برداری صفحه‌ی بیتی : مثال

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 3: BIT-PLANE SLICING; EXAMPLE



یک تصویر سطح خاکستری ۸–بیتی با ابعاد 1192 × 500 پیکسل
هر صفحه–بیتی یک تصویر دودویی است.

بیشترین تغییرات در بیت‌های پرارزش‌تر دیده می‌شود.

Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

a b c

FIGURE 3.15 Images reconstructed using (a) bit planes 8 and 7; (b) bit planes 8, 7, and 6; and (c) bit planes 8, 7, 6, and 5. Compare (c) with Fig. 3.14(a).

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

توابع تبدیل تکه تکه خطی

مورد ۳ : تکه‌برداری صفحه‌ی بیتی : مثال

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 3: BIT-PLANE SLICING; EXAMPLE

یک تصویر سطح خاکستری ۸–بیتی با ابعاد 1192×500 پیکسل
بازسازی تصویر اصلی با نگه‌داشتن صفحه–بیتی‌ها با بیت‌های پرارزش‌تر

bit planes 8, 7

bit planes 8, 7, 6

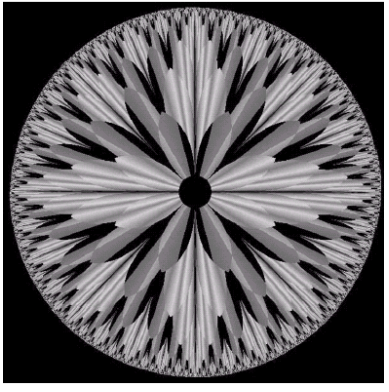
bit planes 8, 7, 6, 5

بیشترین تغییرات در بیت‌های پرارزش‌تر دیده می‌شود.

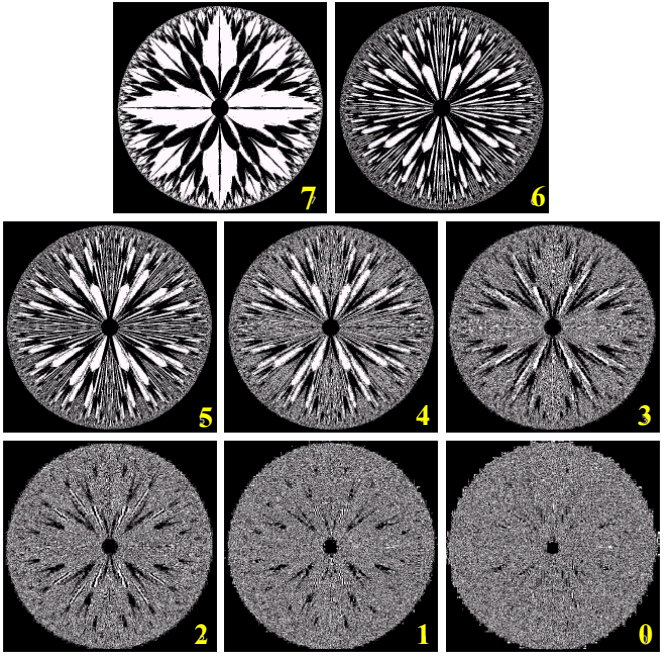
توابع تبدیل تکه تکه خطی

مورد ۳ : تکه‌برداری صفحه‌ی بیتی : مثال

PIECEWISE-LINEAR TRANSFORMATION FUNCTIONS; CASE 3: BIT-PLANE SLICING; EXAMPLE



A Fractal Image



بینایی کامپیوتری

تبدیل‌های روی شدت رنگ

۳

پردازش هیستوگرام

هیستوگرام

HISTOGRAM

هیستوگرام (بافت‌نگار)
Histogram

هیستوگرام یک تصویر دیجیتال با سطوح خاکستری در بازه‌ی $[0..L-1]$:
یک تابع گسسته به‌صورت $h(r_k) = n_k$ است که در آن
r_k = سطح خاکستری kام
n_k = تعداد پیکسل‌های تصویر با سطح خاکستری r_k

$$\sum_{k=0}^{L-1} h(r_k) = n$$

تعداد پیکسل‌های تصویر

- هیستوگرام، پایه‌ی بسیاری از تکنیک‌های پردازش مکانی است.
- محاسبه‌ی آن در نرم‌افزار ساده است و پیاده‌سازی سخت‌افزاری به‌صرفه دارد.
- ابزاری متداول برای پردازش تصویر بی‌درنگ (real-time) است.

هیستوگرام

هیستوگرام نرمال‌شده

NORMALIZED HISTOGRAM

هیستوگرام نرمال‌شده
Normalized Histogram

هیستوگرام نرمال‌شده
از تقسیم هیستوگرام بر تعداد پیکسل‌های تصویر (n) به دست‌می‌آید.

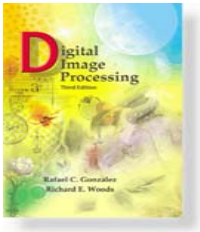
$$p(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad ,k = 0,1,\ldots,L-1$$

$p(r_k)$ احتمال وقوع سطح خاکستری r_k در تصویر است.

$$0 \le p(r_k) \le 1 \quad ,k = 0,1,\ldots,L-1$$

$$\sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) = 1$$

مجموع همه‌ی مؤلفه‌های یک هیستوگرام نرمال‌شده برابر با ۱ است.



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

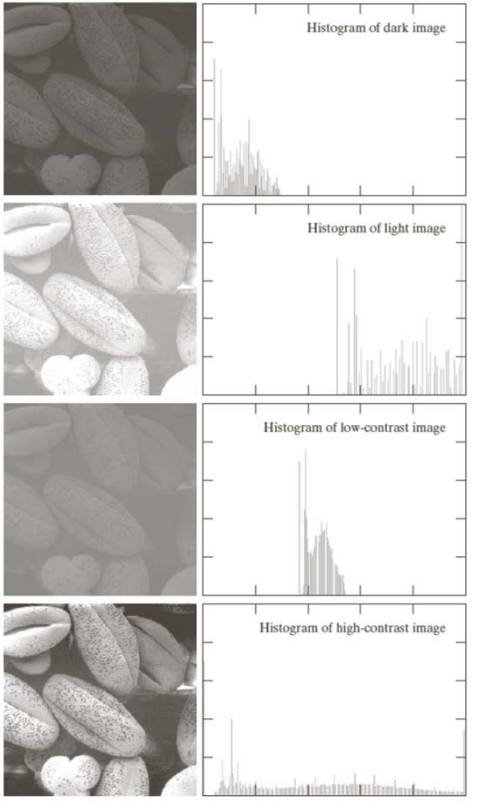


FIGURE 3.16 Four basic image types: dark, light, low contrast, high contrast, and their corresponding histograms.

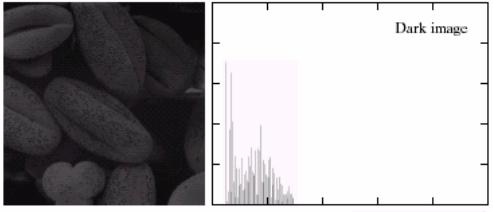
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

هیستوگرام

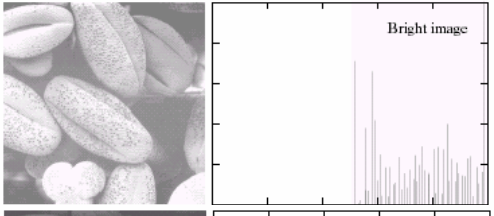
مثال

HISTOGRAM

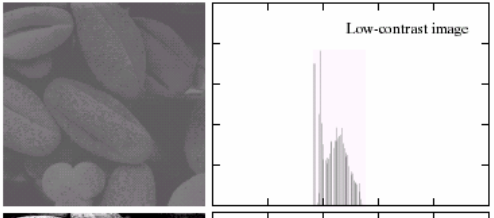
هیستوگرام تصویر تیره
Dark Image Histogram



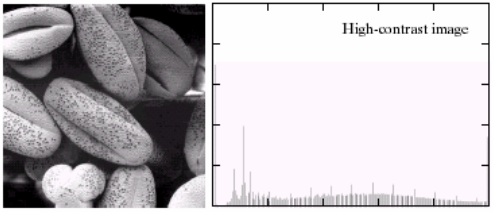
هیستوگرام تصویر روشن
Bright Image Histogram



هیستوگرام تصویر کنتراست پایین
Low-Contrast Image Histogram



هیستوگرام تصویر کنتراست بالا
High-Contrast Image Histogram



تعدیل هیستوگرام

HISTOGRAM EQUALIZATION

تعدیل هیستوگرام *Histogram Equalization*	اعمال تبدیلی بر روی مقادیر پیکسل‌های یک تصویر به منظور رسیدن به هیستوگرامی با توزیع (تقریباً) یکنواخت

تعدیل هیستوگرام:

- برای بهبود کنتراست یک تصویر
- برای تبدیل یک تصویر به‌گونه‌ای که تصویر تبدیل‌شده دارای توزیع مقادیر پیکسل نزدیک به یکنواخت باشد.

تعدیل هیستوگرام

تبدیل

HISTOGRAM EQUALIZATION

فرض می‌کنیم r در بازه‌ی $[0,L-1]$ قرار داشته باشد.

- $r=0$ بیانگر سیاه و $r=L-1$ بیانگر سفید

و تابع تبدیل پیوسته‌ی زیر را در نظر می‌گیریم.

$$s=T(r) \qquad 0\le r\le L-1$$

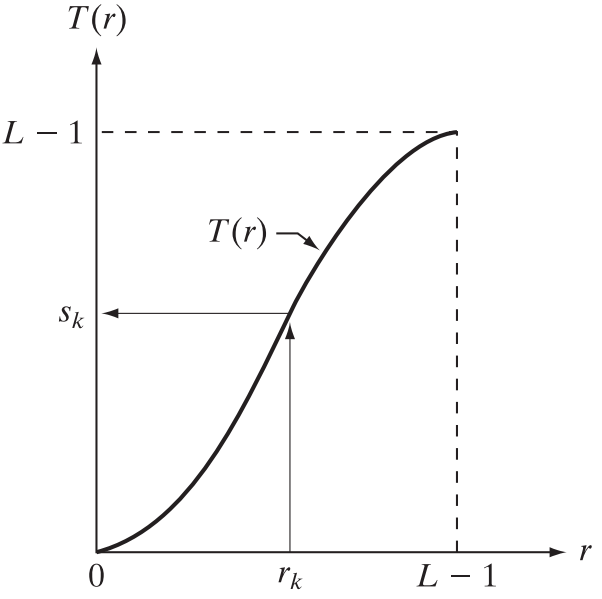
این تابع تبدیل باید شرایط زیر را ارضا کند:

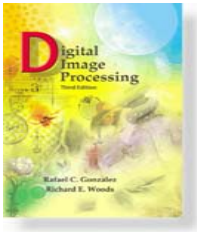
- $T(r)$ باید تک-مقداری باشد.
- $T(r)$ باید در بازه‌ی $0\le r\le L-1$ یکنوای صعودی باشد.
- باید $0\le T(r)\le L-1$ در بازه‌ی $0\le r\le L-1$.

تعدیل هیستوگرام

تابع تبدیل: مثال

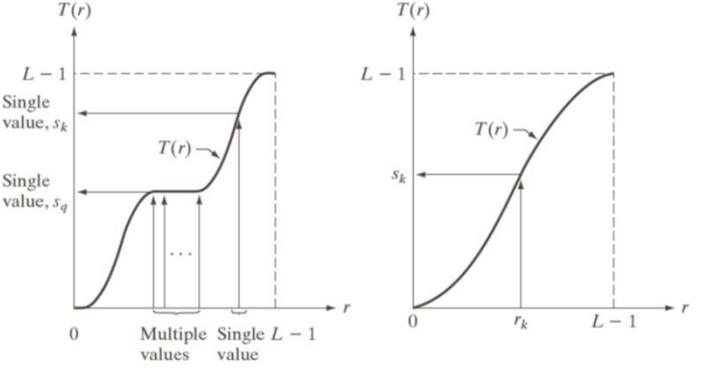
HISTOGRAM EQUALIZATION





Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b

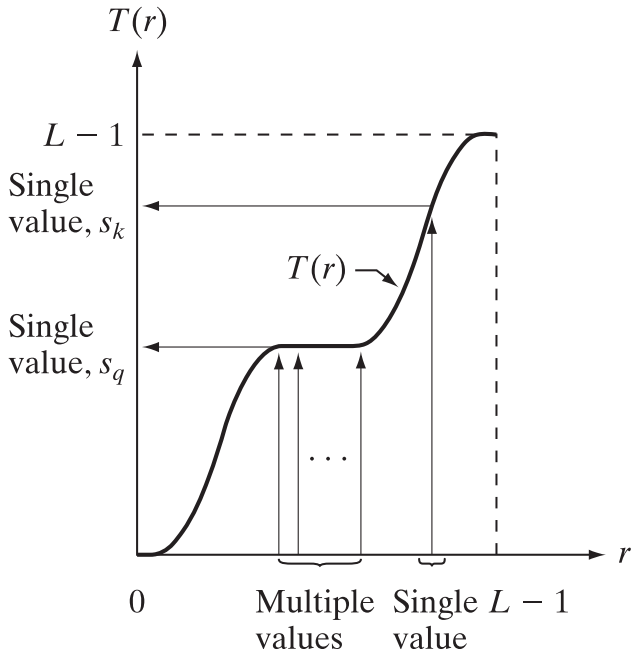
FIGURE 3.17 (a) Monotonically increasing function, showing how multiple values can map to a single value. (b) Strictly monotonically increasing function. This is a one-to-one mapping, both ways.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

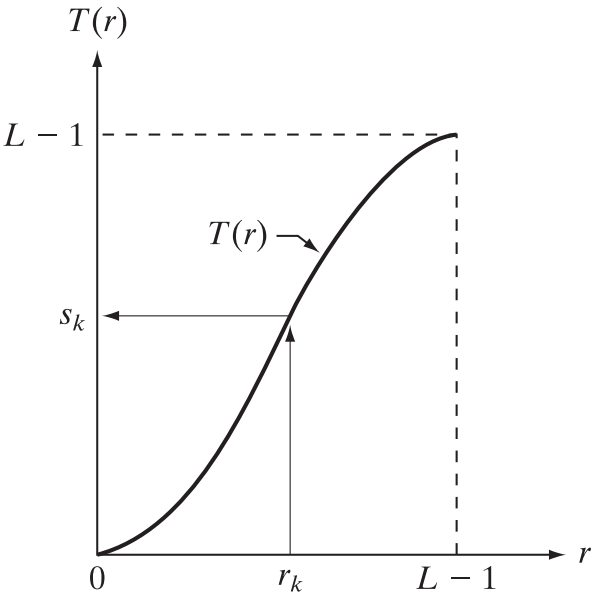
تعدیل هیستوگرام

تابع تبدیل: مثال

HISTOGRAM EQUALIZATION



تابع یکنوای صعودی
(نگاشت چند به یک: تابع وارون ندارد)



تابع یکنوای صعودی اکید
(نگاشت یک به یک: تابع وارون دارد)

تعدیل هیستوگرام

محاسبه تابع تبدیل (حالت پیوسته)

HISTOGRAM EQUALIZATION

تعدیل هیستوگرام مبتنی است بر یک تبدیل تابع چگالی احتمال از یک متغیر تصادفی.

- فرض می‌کنیم $p_r(r)$ و $p_s(s)$ به‌ترتیب بیانگر تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی r و s باشد.
- اگر $p_r(r)$ و $T(r)$ معلوم باشند، آن‌گاه تابع چگالی احتمال $p_s(s)$ برای متغیر تبدیل‌یافته s می‌تواند به‌صورت زیر به‌دست آید:

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right|$$

- تابع تبدیل را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s = T(r) = (L-1)\int_0^r p_r(w)dw$$

که در آن w متغیر تصادفی انتگرال‌گیری است.
(سمت راست معادله، تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی r است.)

تعدیل هیستوگرام

انجام تعدیل هیستوگرام با اعمال تبدیل

HISTOGRAM EQUALIZATION

با داشتن تابع تبدیل $T(r)$، خواهیم داشت:

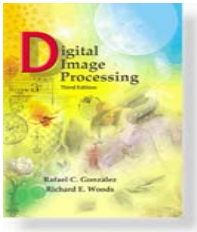
$$T(r) = (L-1)\int_0^r p_r(w)dw$$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = (L-1)\frac{d}{dr}\left[\int_0^r p_r(w)dw\right] = (L-1)p_r(r)$$

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right| = p_r(r)\left|\frac{1}{(L-1)p_r(r)}\right| = \frac{1}{L-1} \qquad 0 \le s \le L-1$$

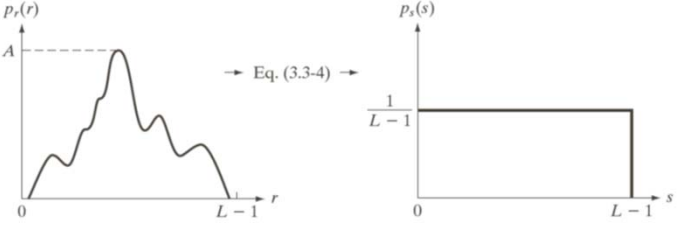
این یعنی: $p_s(s)$ یک تابع توزیع چگالی احتمال یکنواخت است.

$T(r)$ وابسته به $p_r(r)$ است، اما حاصل $p_s(s)$ همیشه یکنواخت است.



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b

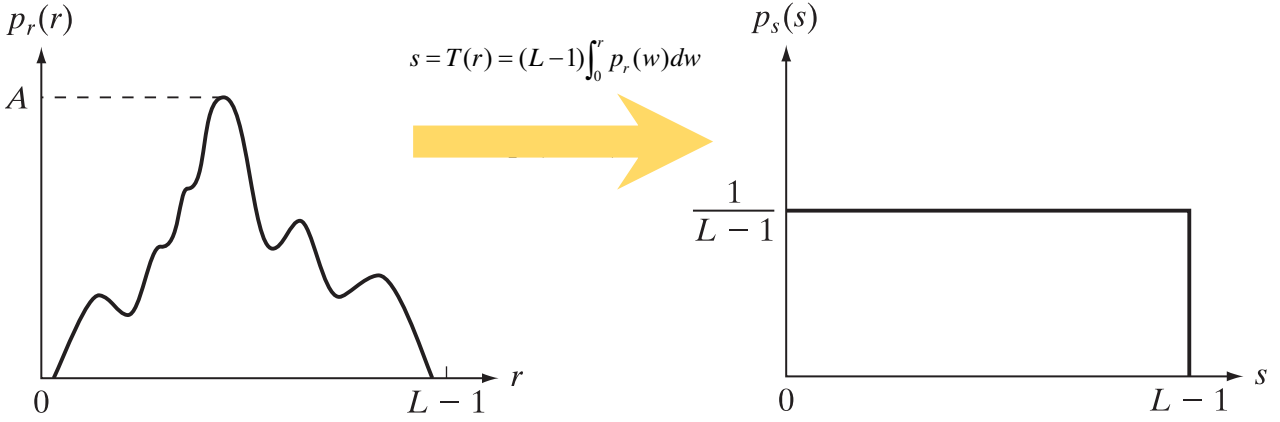
FIGURE 3.18 (a) An arbitrary PDF. (b) Result of applying the transformation in Eq. (3.3-4) to all intensity levels, r. The resulting intensities, s, have a uniform PDF, independently of the form of the PDF of the r's.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تعدیل هیستوگرام

انجام تعدیل هیستوگرام با اعمال تبدیل : مثال

HISTOGRAM EQUALIZATION



$T(r)$ وابسته به $p_r(r)$ است، اما حاصل $p_s(s)$ همیشه یکنواخت است.

تعدیل هیستوگرام

تابع تبدیل (حالت گسسته)

HISTOGRAM EQUALIZATION

در حالت گسسته:

- احتمال رخ‌داد سطح خاکستری r_k در یک تصویر عبارت است از (فراوانی نسبی آن):

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \qquad k = 0,1,2,\ldots,L-1$$

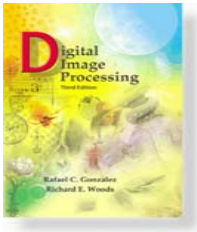
که در آن

- n = تعداد کل پیکسل‌ها در تصویر
- n_k = تعداد پیکسل‌هایی که در تصویر سطح خاکستری r_k دارند.
- L = تعداد کل سطوح خاکستری ممکن در تصویر

- تابع تبدیل عبارت است از:

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \qquad k = 0,1,2,\ldots,L-1$$

- بنابراین با این نگاشت، یک تصویر خروجی به‌دست می‌آید که هر پیکسل با سطح r_k در تصویر ورودی به پیکسل متناظر با سطح s_k در تصویر خروجی نگاشته می‌شود.



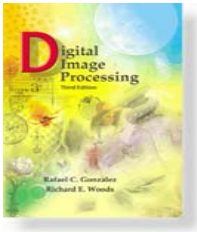
Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

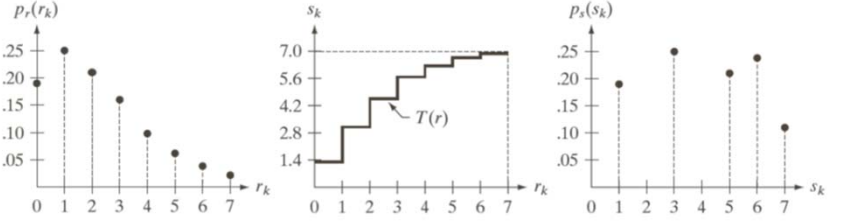
TABLE 3.1 Intensity distribution and histogram values for a 3-bit, 64×64 digital image.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b c

FIGURE 3.19 Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تعدیل هیستوگرام

مثال

HISTOGRAM EQUALIZATION

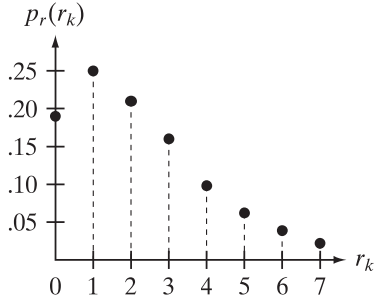
توزیع مقادیر پیکسل‌ها در یک تصویر دیجیتال ۳-بیتی با ابعاد ۶۴×۶۴ :

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

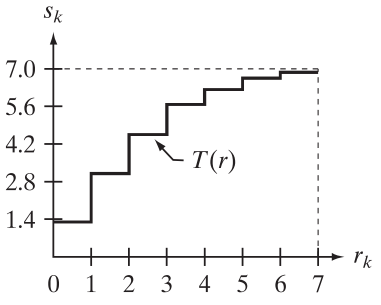
$$n = M \times N = 64 \times 64 = 4096$$

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j)$$

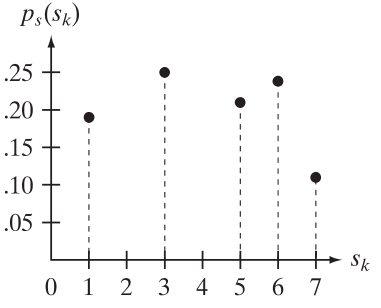
$$s_0 = 1.33 \rightarrow 1 \qquad s_4 = 6.23 \rightarrow 6$$
$$s_1 = 3.08 \rightarrow 3 \qquad s_5 = 6.65 \rightarrow 7$$
$$s_2 = 4.55 \rightarrow 5 \qquad s_6 = 6.86 \rightarrow 7$$
$$s_3 = 5.67 \rightarrow 6 \qquad s_7 = 7.00 \rightarrow 7$$



هیستوگرام تصویر



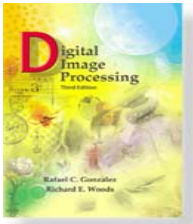
تابع تبدیل



هیستوگرام تعدیل‌یافته

به‌دلیل اینکه هیستوگرام تقریبی از PDF است، در کاربردهای عملی، هیستوگرام تخت بسیار نادر است (حالت گسسته).

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition
کاظم فولادی



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

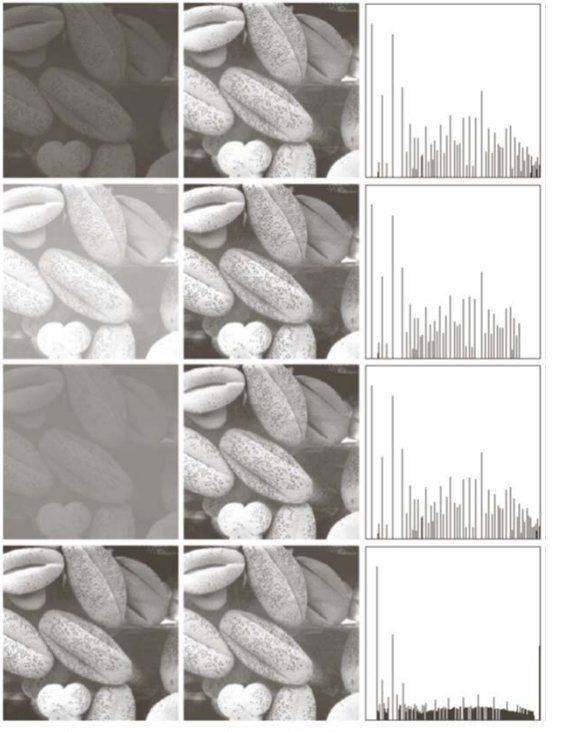


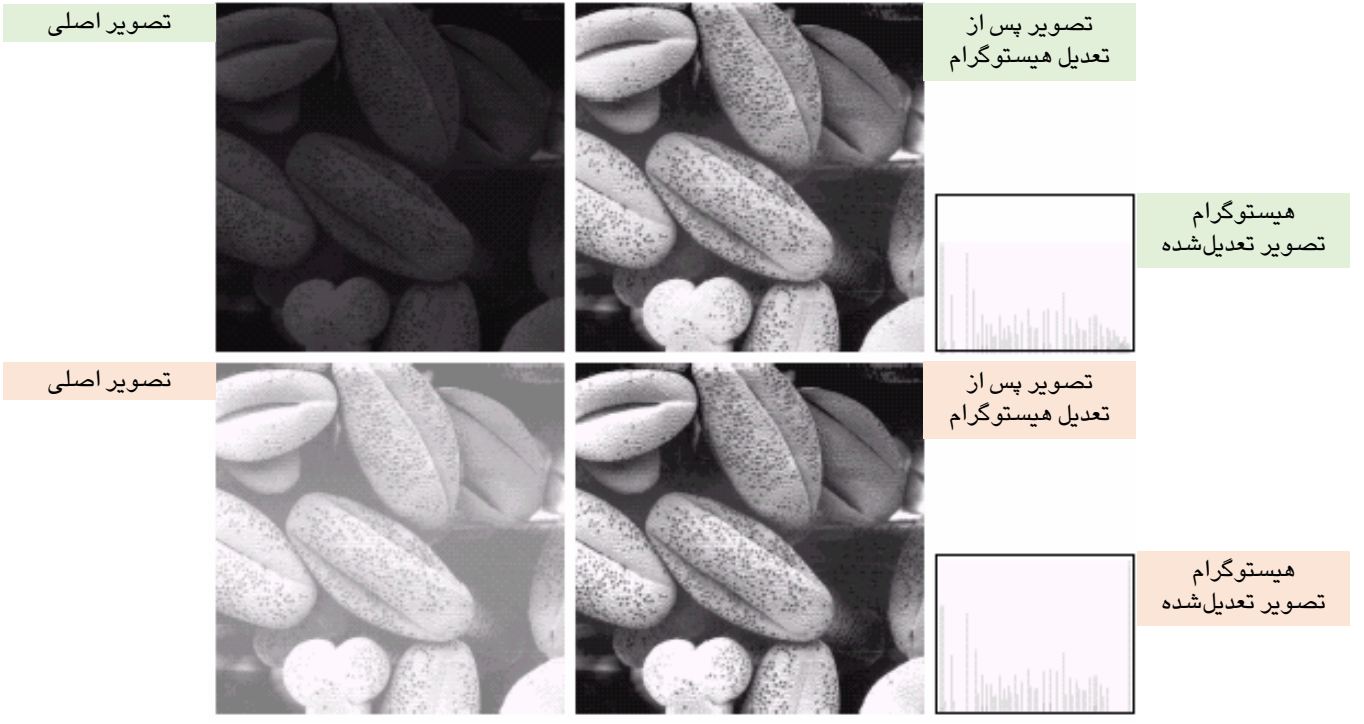
FIGURE 3.20 Left column: images from Fig. 3.16. Center column: corresponding histogram-equalized images. Right column: histograms of the images in the center column.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

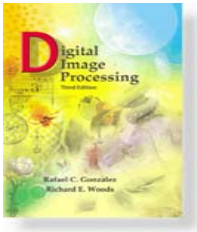
تعدیل هیستوگرام

مثال

HISTOGRAM EQUALIZATION



تعدیل هیستوگرام تصویر، باعث گسترش بازه‌ی دینامیکی سطوح خاکستری و در نتیجه کنتراست بیشتر تصویر می‌شود.



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

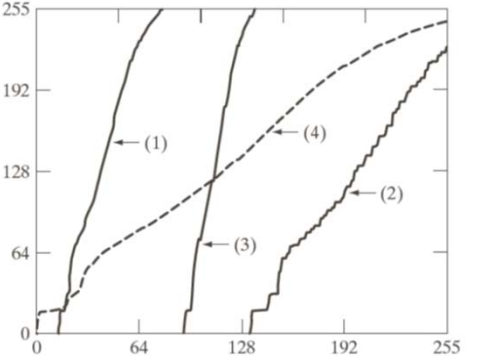


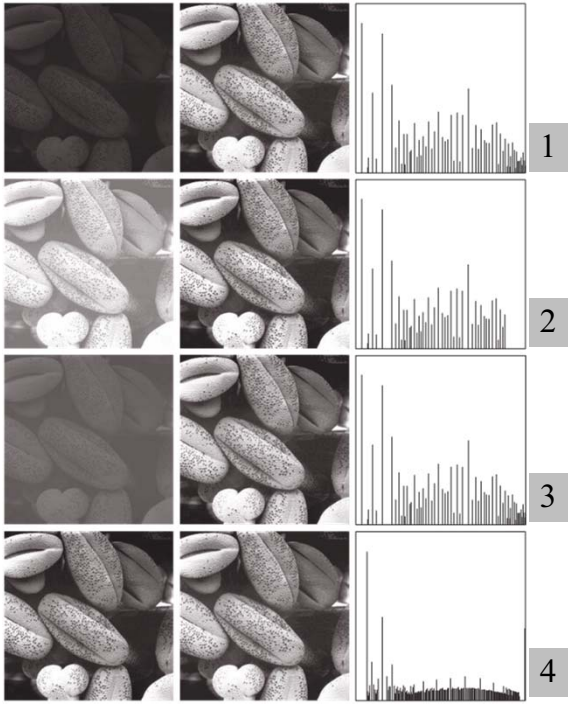
FIGURE 3.21 Transformation functions for histogram equalization. Transformations (1) through (4) were obtained from the histograms of the images (from top to bottom) in the left column of Fig. 3.20 using Eq. (3.3-8).

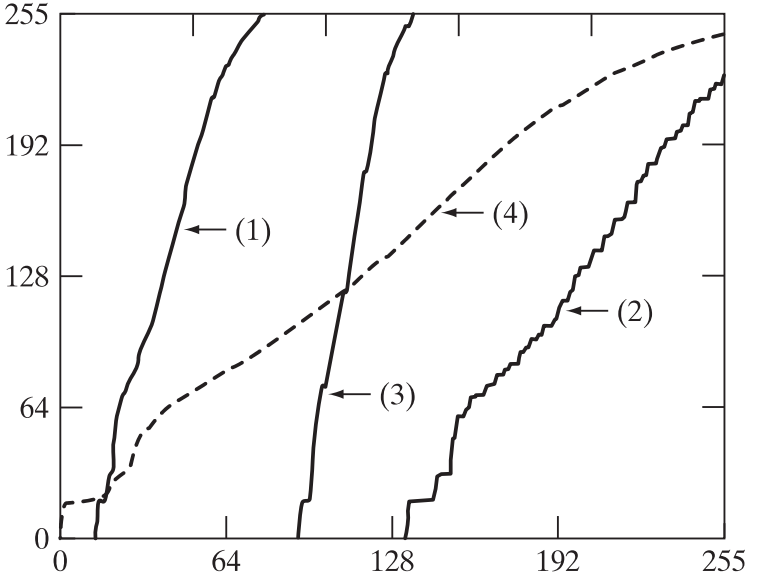
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تعدیل هیستوگرام

مثال

HISTOGRAM EQUALIZATION





توابع تبدیل به‌دست آمده از هیستوگرام‌های تصویر (1) تا (4)
با استفاده از معادله‌ی:

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \qquad k = 0,1,2,\ldots,L-1$$

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

تطبیق هیستوگرام
Histogram Matching

اعمال تبدیلی بر روی مقادیر پیکسل‌های یک تصویر به منظور رسیدن به هیستوگرامی با توزیع دلخواه

تطبیق هیستوگرام مشابه تعدیل هیستوگرام است،
به‌جز اینکه به‌جای اینکه سعی کنیم تصویر خروجی هیستوگرام تخت داشته باشد،
می‌خواهیم یک هیستوگرام دلخواه مشخص‌شده‌ی $p_z(z)$ داشته باشد.

* مفید برای زمانی که می‌خواهیم دو تصویر دارای **کنتراست و روشنایی مشابه** داشته باشیم.

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

حالت پیوسته

HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

فرض می‌کنیم که s یک متغیر تصادفی با خاصیت زیر باشد:

$$s = T(r) = (L-1)\int_0^r p_r(w)\,dw$$

حال متغیر تصادفی z را با خاصیت زیر تعریف می‌کنیم:

$$G(z) = (L-1)\int_0^z p_z(t)\,dt = s$$

از این دو معادله به‌دست می‌آوریم:

$$G(z) = T(r)$$

پس:

$$z = G^{-1}[T(r)] = G^{-1}(s)$$

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

حالت پیوسته : الگوریتم

HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

$$s = T(r) = (L-1)\int_0^r p_r(w)\,dw$$

$$G(z) = (L-1)\int_0^z p_z(t)\,dt = s$$

$$z = G^{-1}[T(r)] = G^{-1}(s)$$

- مقدار $p_r(r)$ را از روی تصویر ورودی محاسبه می‌کنیم.
- تابع تبدیل $s = T(r)$ را محاسبه می‌کنیم.
- تابع تبدیل $G(z)$ را محاسبه می‌کنیم.
- تبدیل معکوس $z = G^{-1}(s)$ را محاسبه می‌کنیم.
- تصویر خروجی را ابتدا با تعدیل تصویر ورودی به دست می‌آوریم.
  (مقادیر پیکسل در این تصویر، همان مقادیر s هستند.)
- برای هر پیکسل با مقدار s در تصویر تعدیل‌شده، تبدیل معکوس $z = G^{-1}(s)$ را اعمال می‌کنیم.
  (تا پیکسل‌های متناظر در تصویر خروجی به‌دست آید.)
- وقتی همه‌ی پیکسل‌ها به این صورت پردازش شدند،
  PDF تصویر خروجی برابر با PDF مشخص‌شده خواهد بود.

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

حالت گسسته

HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

فرض می‌کنیم که s یک متغیر تصادفی با خاصیت زیر باشد:

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{k} n_j \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, L-1$$

حال متغیر تصادفی z را با خاصیت زیر تعریف می‌کنیم:

$$G(z_q) = (L-1)\sum_{i=0}^{q} p_z(z_i)$$

می‌خواهیم:

$$G(z_q) = s_k$$

پس:

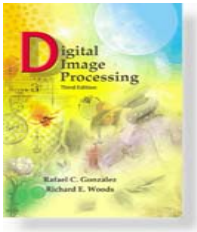
$$z_q = G^{-1}(s_k)$$

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

حالت گسسته: الگوریتم

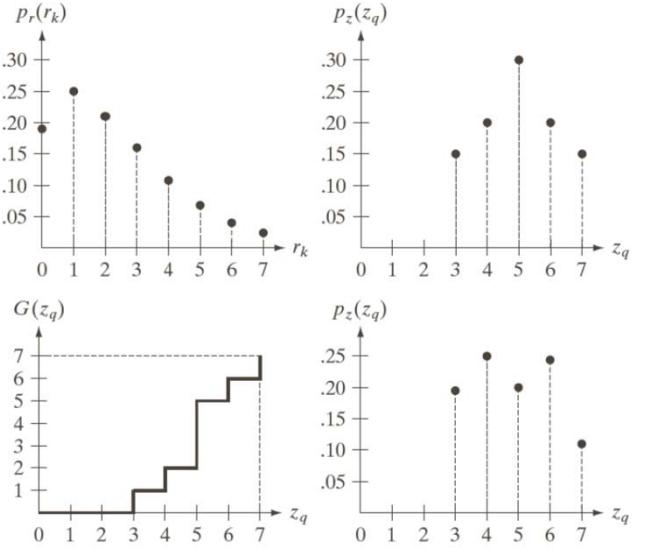
HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

1. Compute the histogram $p_r(r)$ of the given image, and use it to find the histogram equalization transformation in Eq. (3.3-13). Round the resulting values, s_k, to the integer range $[0, L-1]$.
2. Compute all values of the transformation function G using the Eq. (3.3-14) for $q = 0, 1, 2, \ldots, L-1$, where $p_z(z_i)$ are the values of the specified histogram. Round the values of G to integers in the range $[0, L-1]$. Store the values of G in a table.
3. For every value of s_k, $k = 0, 1, 2, \ldots, L-1$, use the stored values of G from step 2 to find the corresponding value of z_q so that $G(z_q)$ is closest to s_k and store these mappings from s to z. When more than one value of z_q satisfies the given s_k (i.e., the mapping is not unique), choose the smallest value by convention.
4. Form the histogram-specified image by first histogram-equalizing the input image and then mapping every equalized pixel value, s_k, of this image to the corresponding value z_q in the histogram-specified image using the mappings found in step 3. As in the continuous case, the intermediate step of equalizing the input image is conceptual. It can be skipped by combining the two transformation functions, T and G^{-1}, as Example 3.8 shows.



Chapter 3

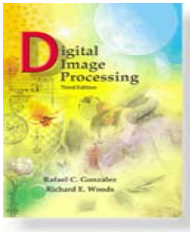
Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b
c d

FIGURE 3.22
(a) Histogram of a 3-bit image. (b) Specified histogram. (c) Transformation function obtained from the specified histogram. (d) Result of performing histogram specification. Compare (b) and (d).

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods



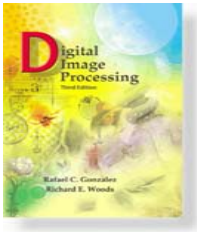
Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

z_q	Specified $p_z(z_q)$	Actual $p_z(z_k)$
$z_0 = 0$	0.00	0.00
$z_1 = 1$	0.00	0.00
$z_2 = 2$	0.00	0.00
$z_3 = 3$	0.15	0.19
$z_4 = 4$	0.20	0.25
$z_5 = 5$	0.30	0.21
$z_6 = 6$	0.20	0.24
$z_7 = 7$	0.15	0.11

TABLE 3.2
Specified and actual histograms (the values in the third column are from the computations performed in the body of Example 3.8).

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods



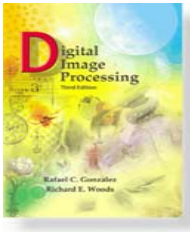
Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

z_q	$G(z_q)$
$z_0 = 0$	0
$z_1 = 1$	0
$z_2 = 2$	0
$z_3 = 3$	1
$z_4 = 4$	2
$z_5 = 5$	5
$z_6 = 6$	6
$z_7 = 7$	7

TABLE 3.3
All possible values of the transformation function G scaled, rounded, and ordered with respect to z.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering

s_k	$\rightarrow$	z_q
1	$\rightarrow$	3
3	$\rightarrow$	4
5	$\rightarrow$	5
6	$\rightarrow$	6
7	$\rightarrow$	7

TABLE 3.4
Mappings of all the values of s_k into corresponding values of z_q.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

حالت گسسته: الگوریتم: مثال (۱ از ۲)

HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

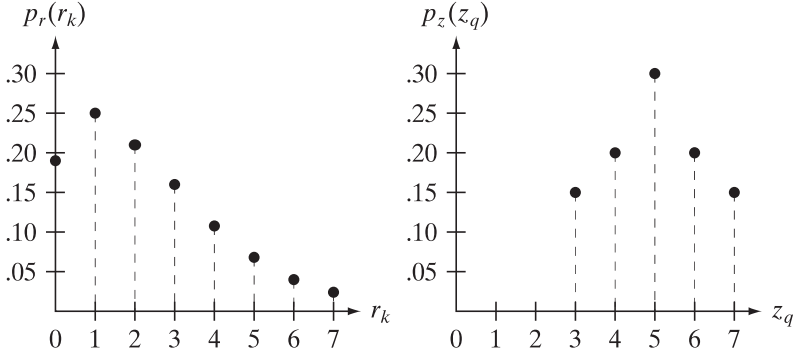
توزیع مقادیر پیکسل‌ها در یک تصویر دیجیتال فرضی ۳-بیتی با ابعاد ۶۴×۶۴:

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

مقادیر هیستوگرام تعدیل‌شده:

$$s_0 = 1 \quad s_2 = 5 \quad s_4 = 7 \quad s_6 = 7$$

$$s_1 = 3 \quad s_3 = 6 \quad s_5 = 7 \quad s_7 = 7$$



هیستوگرام تصویر | هیستوگرام مطلوب

تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

حالت گسسته : الگوریتم: مثال (۲ از ۲)

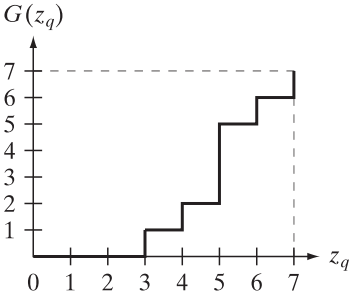
HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

$$G(z_0) = 7\sum_{j=0}^{0} p_z(z_j) = 0.00$$

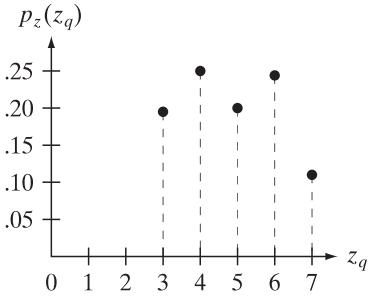
$$G(z_1) = 7\sum_{j=0}^{1} p_z(z_j) = 7\left[p(z_0) + p(z_1)\right] = 0.00$$

$$G(z_2) = 0.00 \quad G(z_4) = 2.45 \quad G(z_6) = 5.95$$

$$G(z_3) = 1.05 \quad G(z_5) = 4.55 \quad G(z_7) = 7.00$$



تبدیل حاصل از هیستوگرام مطلوب



نتیجه‌ی اعمال تطبیق هیستوگرام

z_q	Specified $p_z(z_q)$	Actual $p_z(z_k)$
$z_0 = 0$	0.00	0.00
$z_1 = 1$	0.00	0.00
$z_2 = 2$	0.00	0.00
$z_3 = 3$	0.15	0.19
$z_4 = 4$	0.20	0.25
$z_5 = 5$	0.30	0.21
$z_6 = 6$	0.20	0.24
$z_7 = 7$	0.15	0.11

مقادیر مطلوب و مقادیر واقعی محاسبه شده

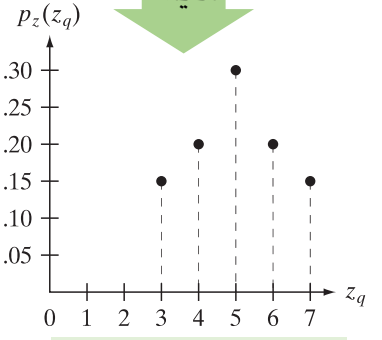
z_q	$G(z_q)$
$z_0 = 0$	0
$z_1 = 1$	0
$z_2 = 2$	0
$z_3 = 3$	1
$z_4 = 4$	2
$z_5 = 5$	5
$z_6 = 6$	6
$z_7 = 7$	7

نتایج پس از گرد کردن

s_k	$\rightarrow$	z_q
1	$\rightarrow$	3
3	$\rightarrow$	4
5	$\rightarrow$	5
6	$\rightarrow$	6
7	$\rightarrow$	7

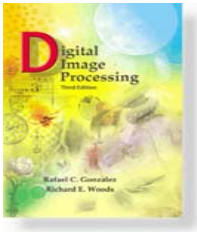
نگاشت نهایی

مقایسه



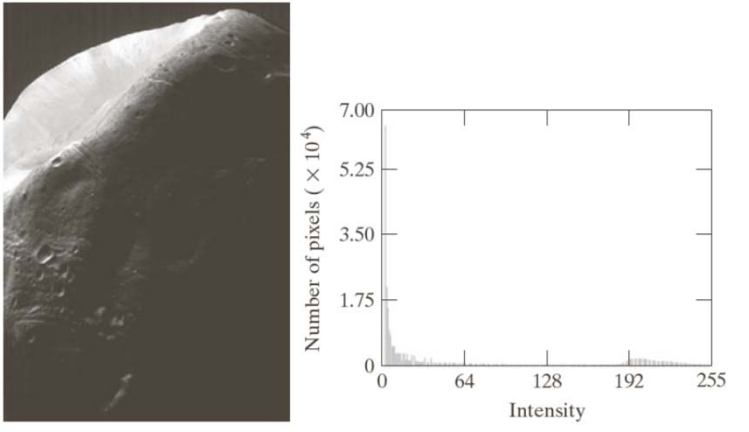
هیستوگرام مطلوب

Prepared by Kazim Fouladi | Fall 2016 | 2nd Edition
کاظم فولادی



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



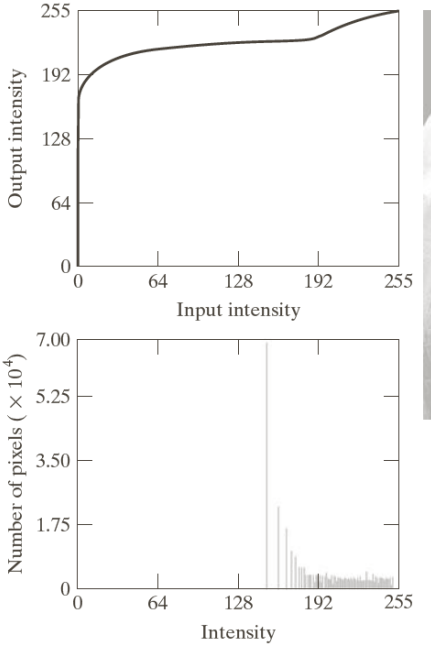
a b

FIGURE 3.23
(a) Image of the Mars moon Phobos taken by NASA's *Mars Global Surveyor.* (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b
c

FIGURE 3.24
(a) Transformation function for histogram equalization. (b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance). (c) Histogram of (b).

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

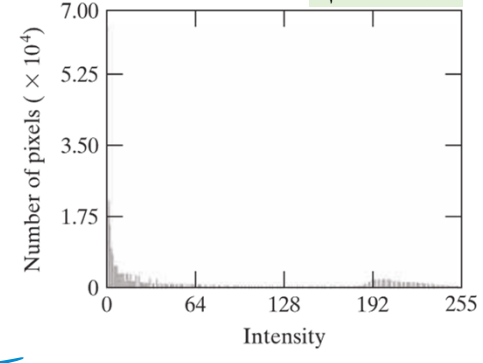
تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

مثال

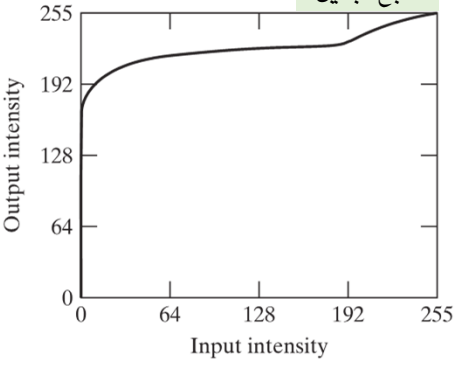
HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

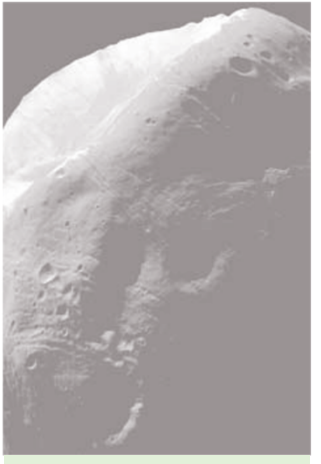
تصویر اولیه
(کره ماه)

هیستوگرام

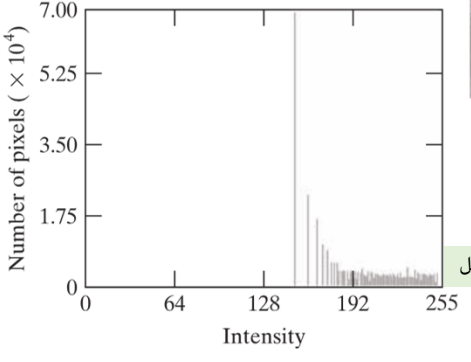


تابع تبدیل





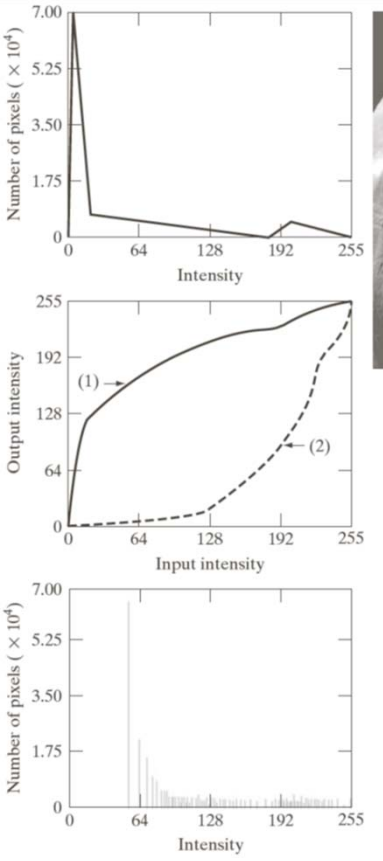
تصویر پس از تطبیق هیستوگرام



هیستوگرام حاصل

Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a c
b
d

FIGURE 3.25
(a) Specified histogram.
(b) Transformations.
(c) Enhanced image using mappings from curve (2).
(d) Histogram of (c).

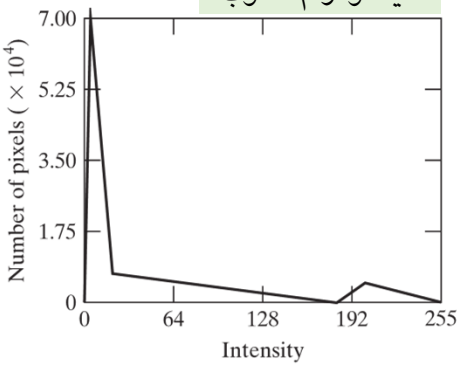
© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

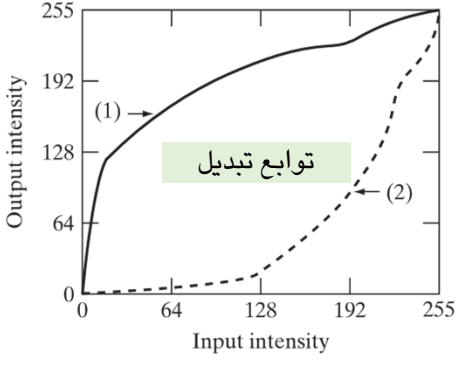
تطبیق هیستوگرام (مشخص‌سازی هیستوگرام)

مثال

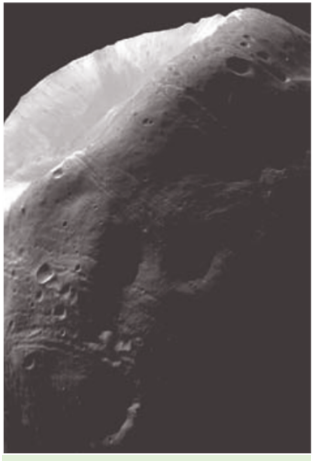
HISTOGRAM MATCHING (SPECIFICATION)

هیستوگرام مطلوب

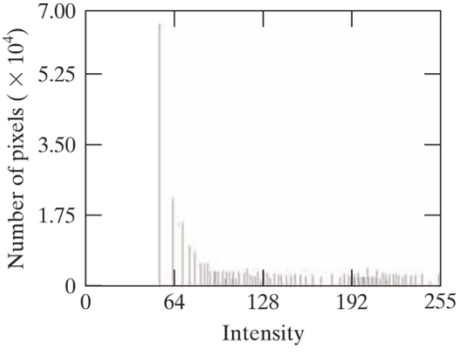




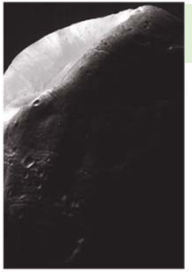
توابع تبدیل



تصویر حاصل از
تبدیل با منحنی (2)



هیستوگرام حاصل



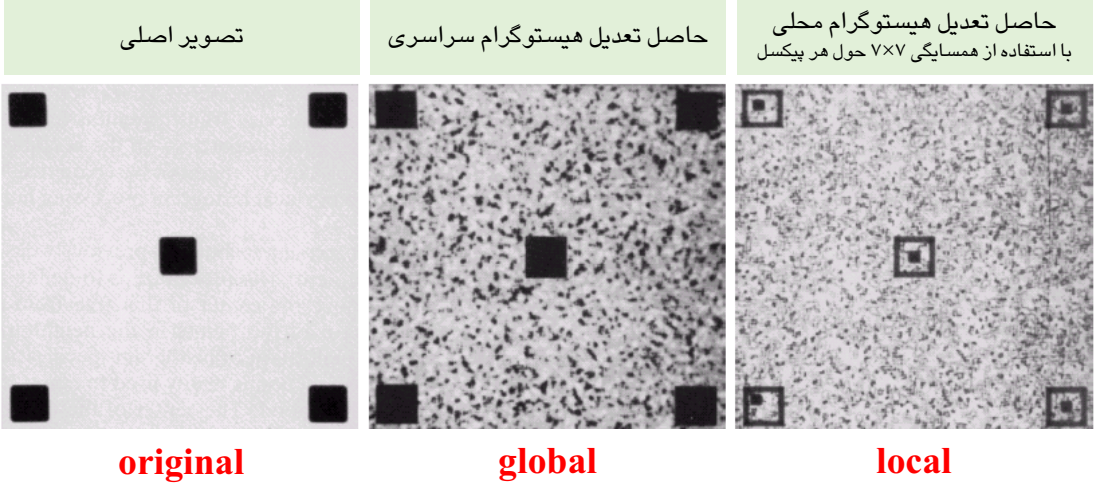
تصویر اولیه
(کره ماه)

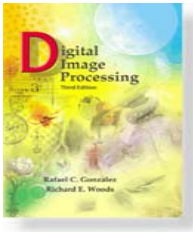
پردازش محلی هیستوگرام

LOCAL HISTOGRAM PROCESSING

روش‌های مطرح شده تا اینجا برای پردازش هیستوگرام، **سراسری (global)** بودند.
(**به این معنی که**: پیکسل‌ها توسط یک تابع تبدیل مبتنی بر محتوای سطح خاکستری کل تصویر تغییر پیدا می‌کردند.)

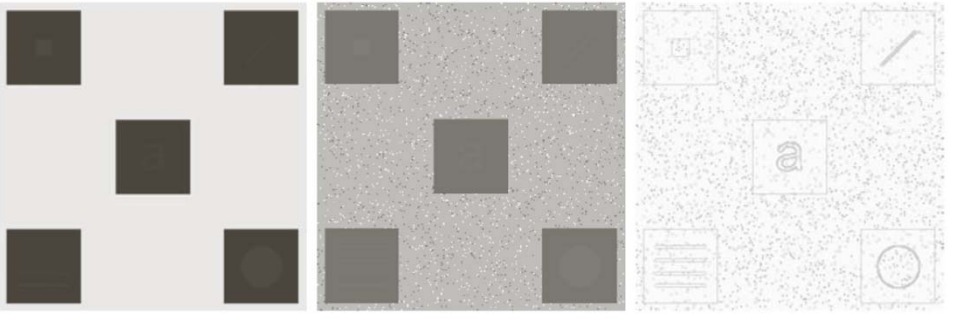
اما مواردی وجود دارد که لازم است، به‌سازی جزئیات بر روی **نواحی کوچکی** در یک تصویر صورت گیرد.





Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b c

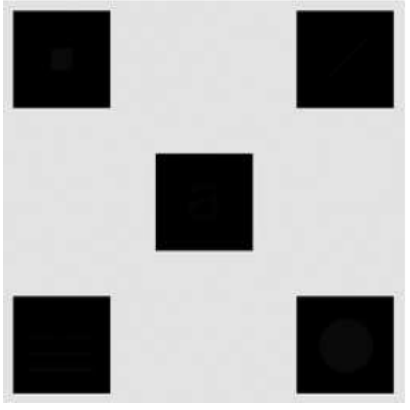
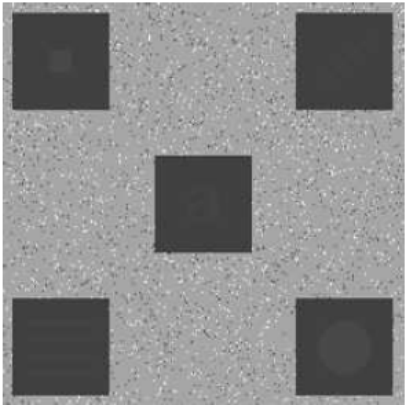
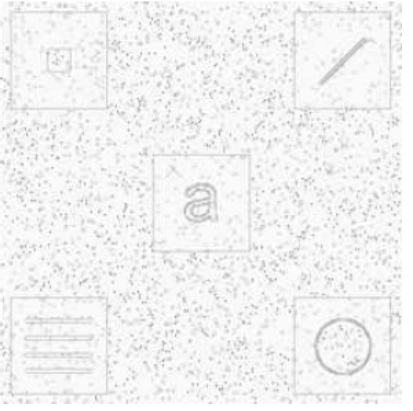
FIGURE 3.26 (a) Original image. (b) Result of global histogram equalization. (c) Result of local histogram equalization applied to (a), using a neighborhood of size 3 × 3.

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

پردازش محلی هیستوگرام

مثال

LOCAL HISTOGRAM PROCESSING

تصویر اصلی	حاصل تعدیل هیستوگرام سراسری	حاصل تعدیل هیستوگرام محلی با استفاده از همسایگی ۳×۳ حول هر پیکسل
		
original	**global**	**local**

استفاده از آماره‌های هیستوگرام برای به‌سازی تصویر

گشتاورها

USE OF HISTOGRAM STATISTICS FOR IMAGE ENHANCEMENT: MOMENTS

گشتاورها می‌توانند به طور مستقیم از روی هیستوگرام محاسبه شوند.
(خیلی سریع‌تر از اینکه مستقیماً از روی پیکسل‌ها محاسبه شوند.)

فرض کنید r یک متغیر تصادفی گسسته باشد که سطوح خاکستری در بازه‌ی $[0, L-1]$ را بازنمایی می‌کند و $p(r_i)$ به مؤلفه‌ی نرمال‌شده‌ی هیستوگرام متناظر با iامین مقدار r اشاره می‌کند.
در این‌صورت nامین گشتاور r حول میانگین آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i)$$

که در آن m مقدار میانگین r (گشتاور اول) است.

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i)$$

برای مثال، گشتاور دوم (همان واریانس r) عبارت است از:

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$$

استفاده از آماره‌های هیستوگرام برای به‌سازی تصویر

کاربرد

USE OF HISTOGRAM STATISTICS FOR IMAGE ENHANCEMENT

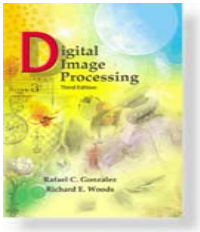
دو کاربرد میانگین و واریانس برای اهداف به‌سازی تصویر:

میانگین و واریانس سراسری (میانگین‌های سراسری برای کل تصویر)
برای تنظیم کلی کنتراست و شدت رنگ قابل استفاده است.

میانگین و انحراف استاندارد برای یک ناحیه‌ی محلی
برای تصحیح تغییرات بزرگ–مقیاس در شدت رنگ و کنتراست قابل استفاده است.

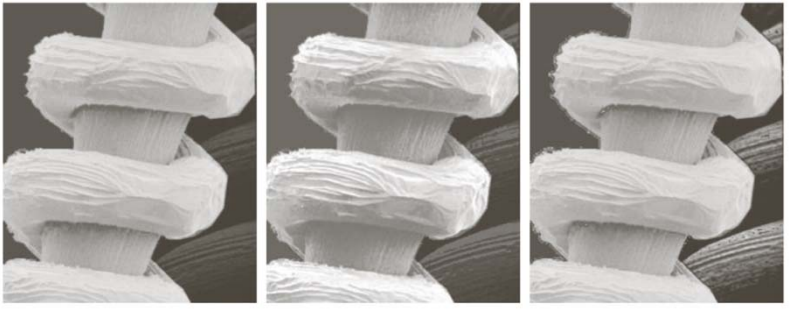
$$m_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p_{S_{xy}}(r_i)$$

$$\sigma^2_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m_{S_{xy}})^2 p_{S_{xy}}(r_i)$$



Chapter 3

Intensity Transformations & Spatial Filtering



a b c

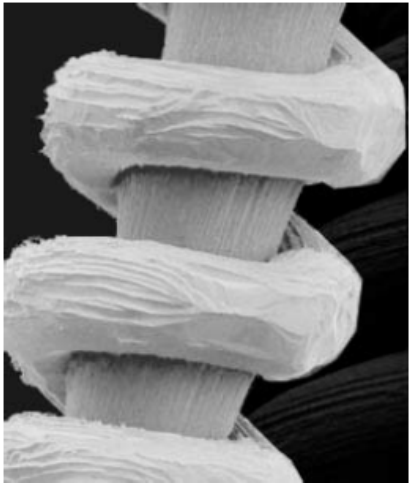
FIGURE 3.27 (a) SEM image of a tungsten filament magnified approximately 130×. (b) Result of global histogram equalization. (c) Image enhanced using local histogram statistics. (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)

© 1992–2008 R. C. Gonzalez & R. E. Woods

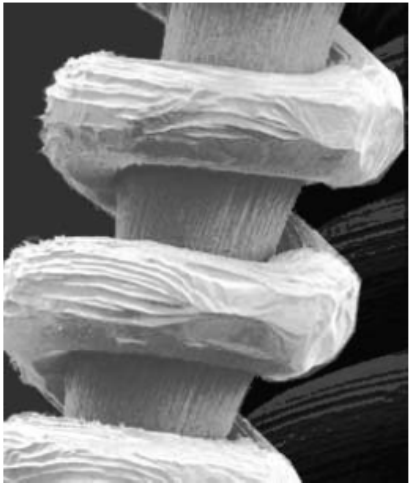
استفاده از آماره‌های هیستوگرام برای به‌سازی تصویر

به‌سازی بر اساس آماره‌های محلی

ENHANCEMENT BASED ON LOCAL STATISTICS



۱) تصویر اصلی:
تصویر SEM از فیلامان تنگستن
با بزرگنمایی ۱۳۰ برابر



۲) نتیجه‌ی تعدیل هیستوگرام سراسری

۳) به‌سازی تصویر
با استفاده از آماره‌های هیستوگرام محلی

استفاده از آماره‌های هیستوگرام برای به‌سازی تصویر

به‌سازی بر اساس آماره‌های محلی

ENHANCEMENT BASED ON LOCAL STATISTICS

۱) تصویر تشکیل‌شده از همه‌ی متوسطهای محلی حاصل از معادله‌ی:

$$m_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p_{S_{xy}}(r_i)$$

۲) تصویر تشکیل‌شده از همه‌ی انحراف‌های استاندارد محلی حاصل از معادله‌ی:

$$\sigma^2_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m_{S_{xy}})^2 p_{S_{xy}}(r_i)$$

۳) تصویر تشکیل‌شده از همه‌ی ثابت‌های ضربی برای تولید تصویر به‌سازی‌شده

بینایی کامپیوتری

تبدیل‌های روی شدت رنگ

۴

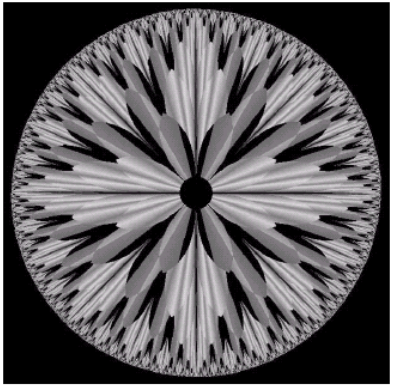
عملیات حسابی/ منطقی

تفریق تصویر

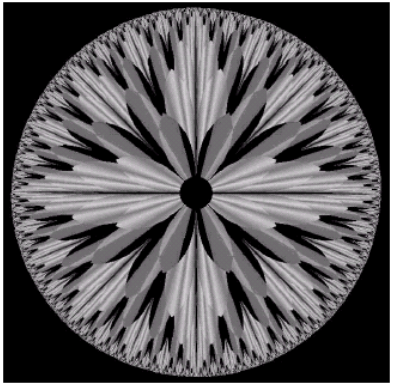
مثال ۱

IMAGE SUBTRACTION

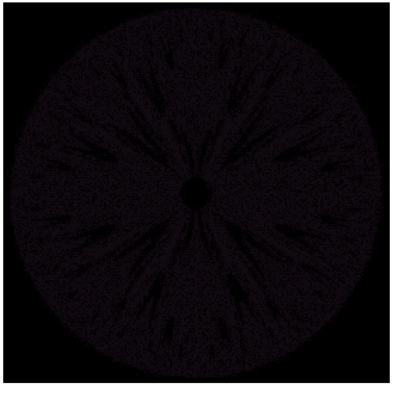
۱)
تصویر اصلی:
تصویر فراکتالی



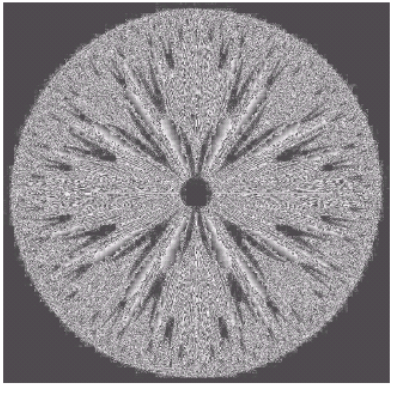
۲)
نتیجه‌ی صفر کردن
صفحه بیتی‌های
۴ مرتبه‌ی پایین‌تر



۳)
تفاضل دو تصویر
(۱) و (۲)



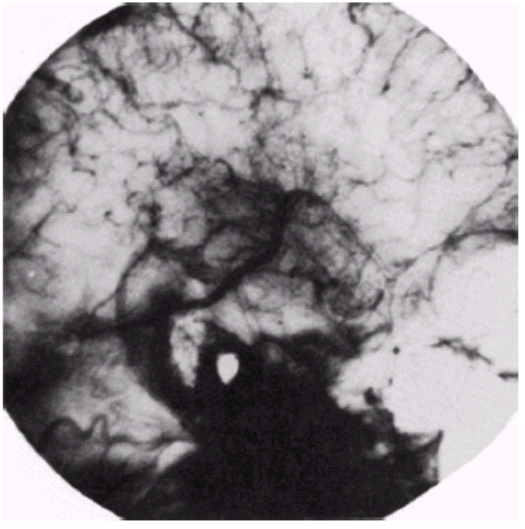
۴)
تصویر تفاضل
پس از تعدیل هیستوگرام



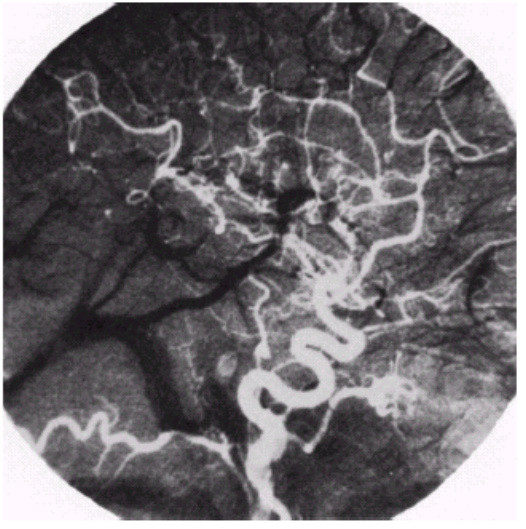
تفریق تصویر

مثال ۲

IMAGE SUBTRACTION



۱) تصویر ماسک



۲) یک تصویر پس از تفریق از ماسک
(گرفته شده پس از تزریق یک ماده
کنتراستی به جریان خون)

هنگام تفریق دو تصویر، ممکن است پیکسل‌های منفی ایجاد شوند.

برای همین هنگام نمایش تصویر نتیجه، لازم است بازه‌ی دینامیکی آن تنظیم مجدد شود (از طریق Scaling).

متوسط‌گیری تصویر

IMAGE AVERAGING

وقتی تصاویر در نور کم (مانند نورپردازی پایین) گرفته می‌شوند، نویز تصویر ظاهر می‌شود.

یک تصویر نویزی $g(x,y)$ می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$$

که در آن $f(x,y)$ یک تصویر اصلی و $\eta(x,y)$ نویز جمع شده است.

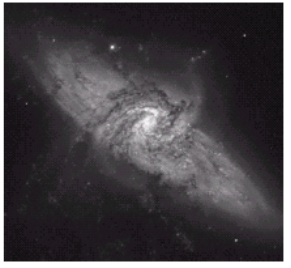
یک راه ساده برای کاهش نویز گرانولار (دانه‌های ریز)،
گرفتن تصاویر متعدد از یک صحنه و متوسط گیری از آنهاست.
(که باعث هموارسازی مقادیر تصادفی می‌شود.)

متوسط‌گیری تصویر

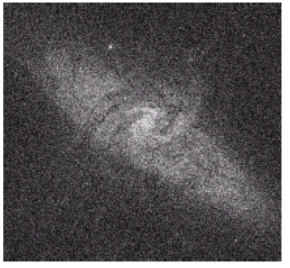
کاهش نویز از طریق متوسط گیری تصویر (مثال: اضافه کردن نویز گاوسی)

NOISE REDUCTION BY IMAGE AVERAGING (EXAMPLE: ADDING GAUSSIAN NOISE)

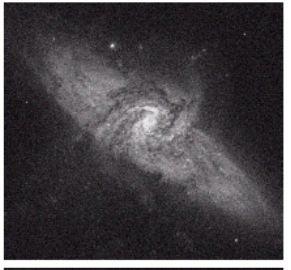
۱) تصویری از کهکشان



۲) تصویر تخریب‌شده با نویز گاوسی جمعی با میانگین صفر و یک انحراف استاندارد با ۶۴ سطح خاکستری

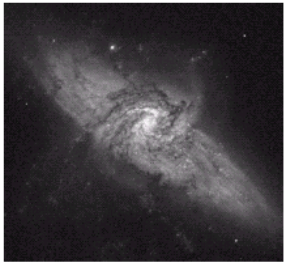


۳) حاصل متوسط گیری ۸ تصویر نویزی $k = 8$

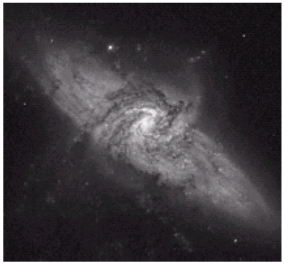


۴) حاصل متوسط گیری ۱۶ تصویر نویزی $k = 16$

۵) حاصل متوسط گیری ۶۴ تصویر $k = 64$



۶) حاصل متوسط گیری ۱۲۸ تصویر نویزی $k = 128$

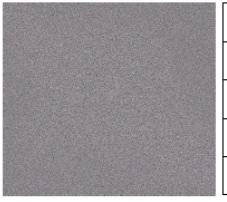


متوسط‌گیری تصویر

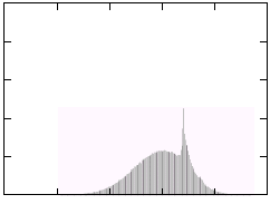
کاهش نویز از طریق متوسط گیری تصویر (مثال: اضافه کردن نویز گاوسی)

NOISE REDUCTION BY IMAGE AVERAGING (EXAMPLE: ADDING GAUSSIAN NOISE)

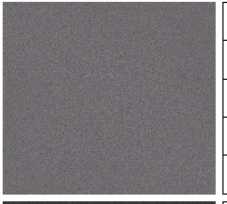
۱) تفاضل تصویر (۱) از تصویر (۳) در پلت قبل



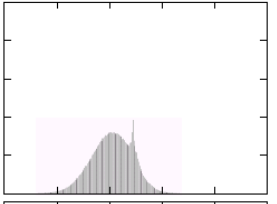
۳) هیستوگرام تصویر روبرو



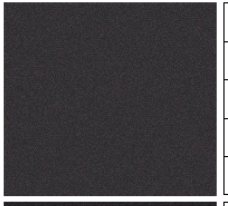
۳) تفاضل تصویر (۱) از تصویر (۴) در پلت قبل



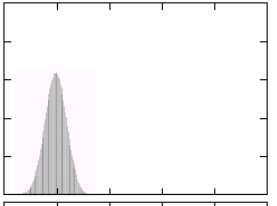
۴) هیستوگرام تصویر روبرو



۵) تفاضل تصویر (۱) از تصویر (۵) در پلت قبل

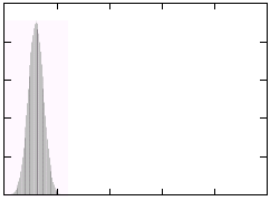


۶) هیستوگرام تصویر روبرو



۷) تفاضل تصویر (۱) از تصویر (۶) در پلت قبل

۸) هیستوگرام تصویر روبرو

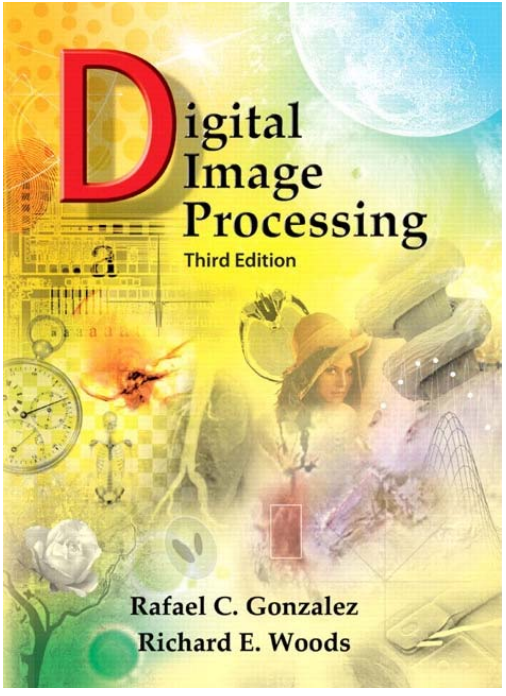


تبدیل‌های روی شدت رنگ

۵

منابع

منبع اصلی



Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods,
Digital Image Processing,
Third Edition, Pearson Prentice Hall, 2008.
Chapter 3 (3-1 .. 3-3)