

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



بینایی کامپیوتری

درس ۳

مبانی تصویر دیجیتال

Digital Image Fundamentals

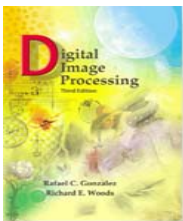
کاظم فولادی
دانشکده مهندسی، پردیس فارابی
دانشگاه تهران

<http://courses.fouladi.ir/vision>

مبانی تصویر دیجیتال

۱

عناصر
ادراک
بصری

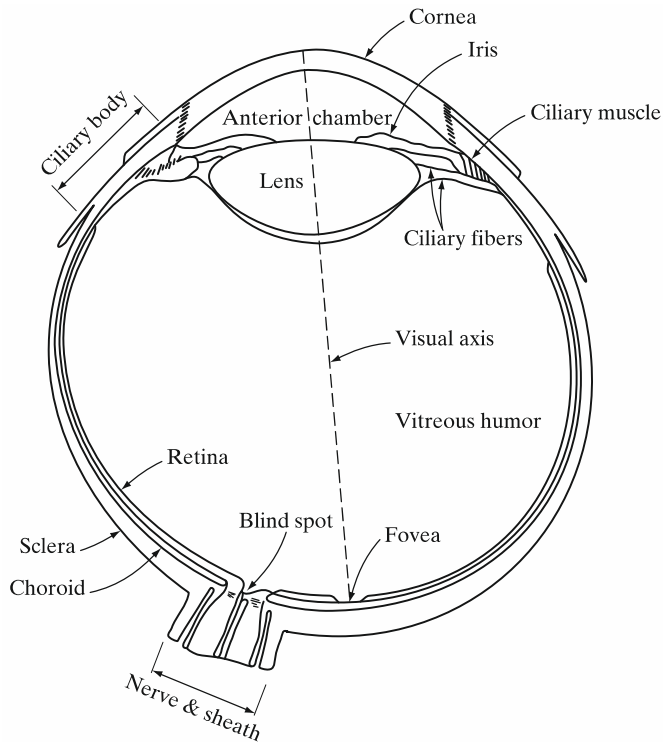


Chapter 2

Introduction

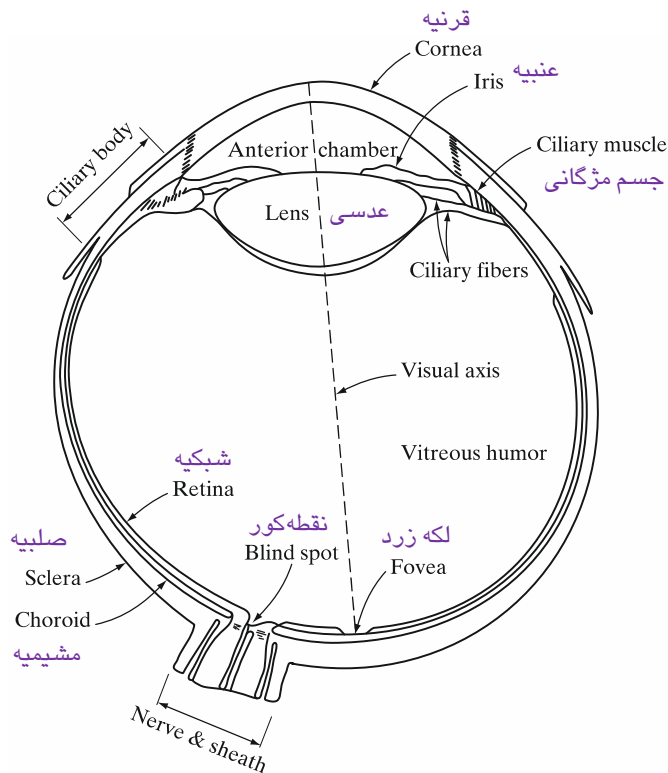
FIGURE 2.1

Simplified diagram of a cross section of the human eye.



ساختار چشم انسان

STRUCTURE OF THE HUMAN EYE



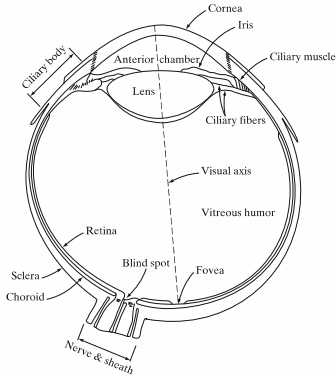
الگوی بینایی از طریق
توزیع گیرنده‌های نور
گسسته بر روی سطح
شبکیه‌ی چشم ایجاد
می‌شود.

دو نوع گیرنده داریم:

- مخروطی‌ها
- میله‌ای‌ها

ساختار چشم انسان

STRUCTURE OF THE HUMAN EYE



دو نوع گیرنده وجود دارد: مخروطی‌ها (cones)، میله‌ای‌ها (rods)

میله‌ای‌ها
Rods

۷۵ تا ۱۵۰ میلیون در هر چشم
توزیع شده در سطح شبکیه

مخروطی‌ها
Cones

۶ تا ۷ میلیون در هر چشم
متمرکز در بخش مرکزی شبکیه

دو نوع بینایی

بینایی اسکوتوپیک (کم نور)
Scotopic (Dim-Light) Vision

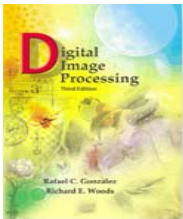
بینایی با میله‌ای‌ها

کوررنگی، حساسیت بیشتر به نور
(بینایی شب)، رزولوشن پایین‌تر

بینایی فوتوپیک (پر نور)
Photopic (Bright-Light) Vision

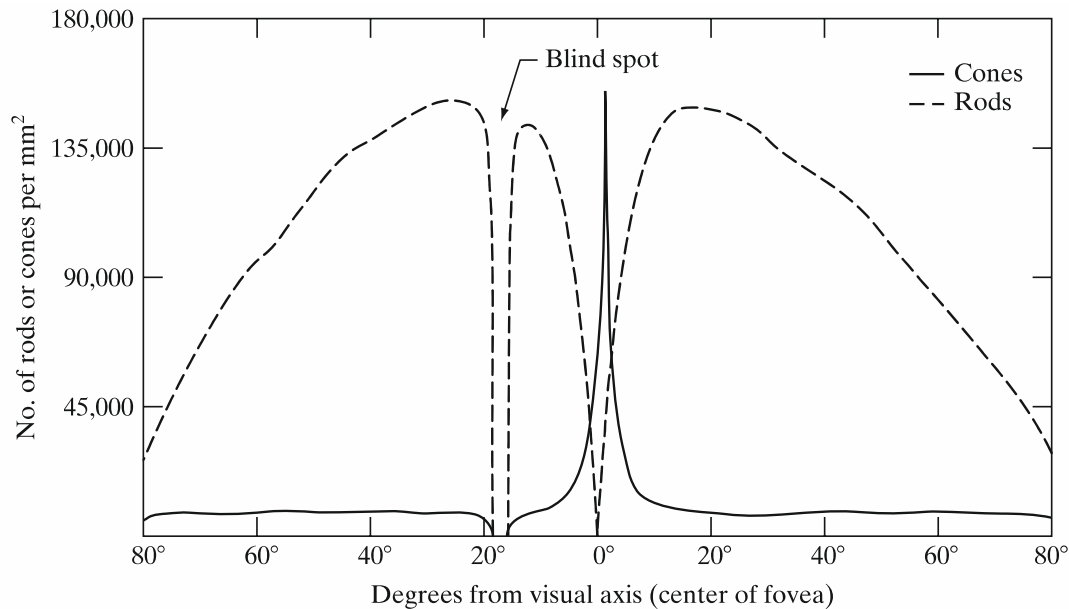
بینایی با مخروطی‌ها

گیرنده‌های رنگ، رزولوشن بالا در
فرورفتگی‌ها، حساسیت کمتر به نور



Chapter 2 Introduction

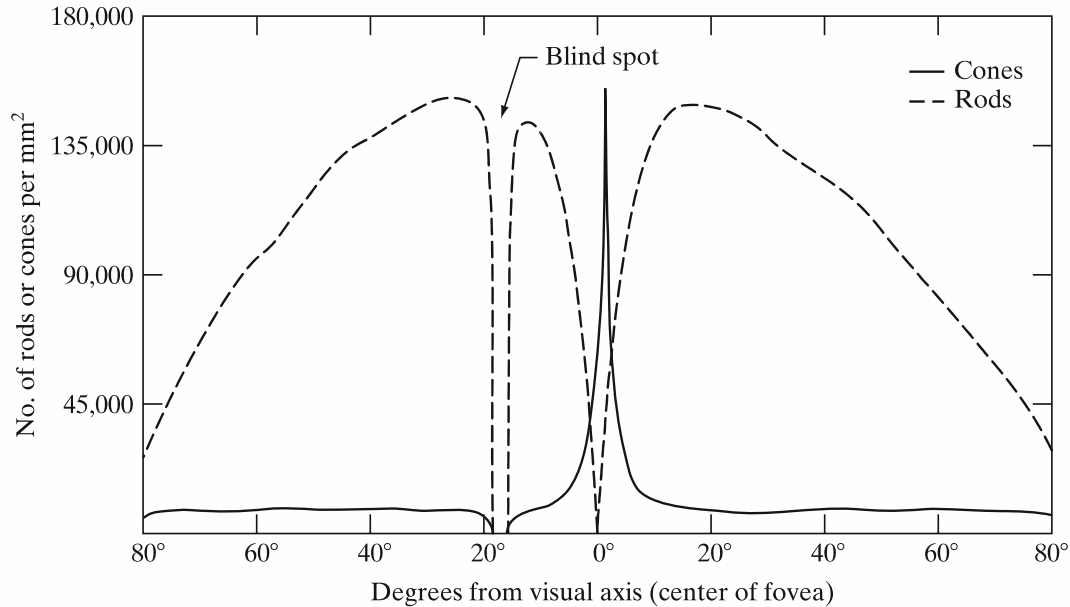
FIGURE 2.2
Distribution of
rods and cones in
the retina.



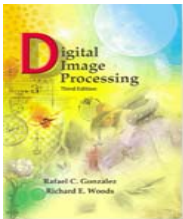
ساختار چشم انسان

توزیع مخروطی ها و میله ای ها در شبکیه

STRUCTURE OF THE HUMAN EYE



توزیع متقارن شعاعی: به جز در نقطه کور



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction

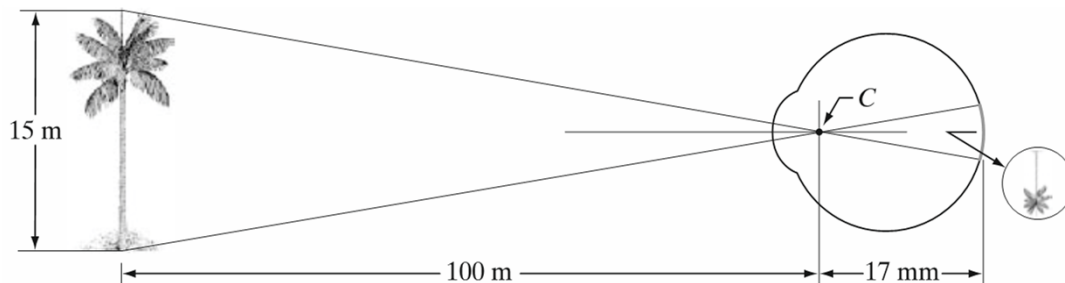
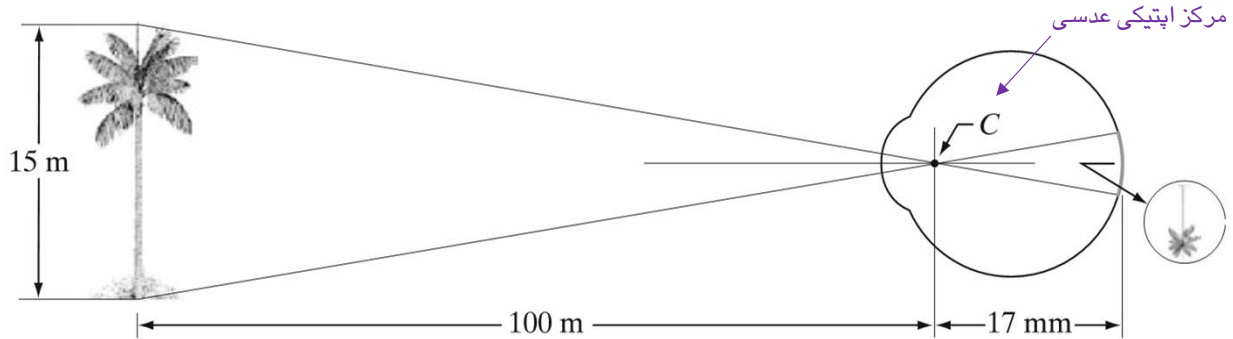


FIGURE 2.3
Graphical representation of the eye looking at a palm tree. Point *C* is the optical center of the lens.

تشکیل تصویر در چشم

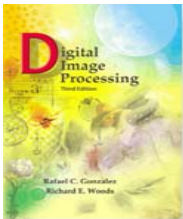
IMAGE FORMATION IN THE EYE

فاصله‌ی کانونی چشم: ۱۷ تا ۱۴ میلی‌متر



اگر h ارتفاع شیئی در تصویر شبکیه باشد داریم:

$$15 / 100 = h / 17 \Rightarrow h = 2.55 \text{ mm}$$



Chapter 2 Introduction

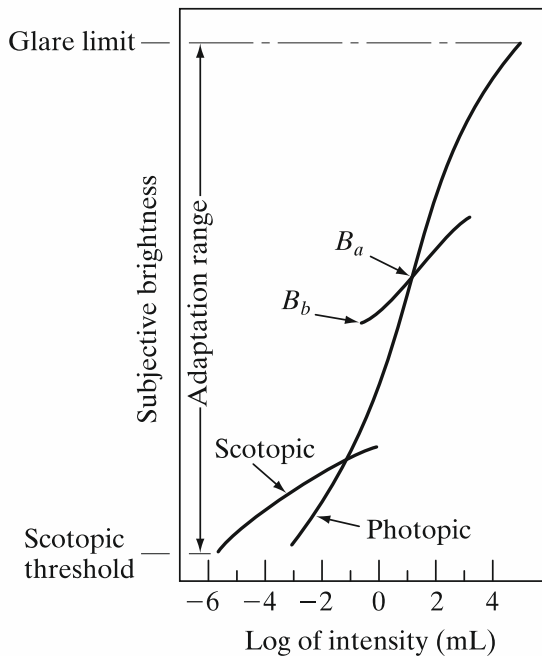
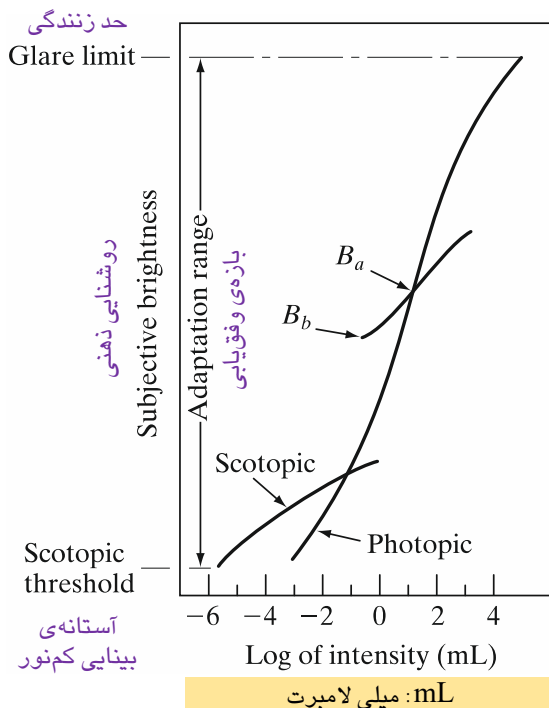


FIGURE 2.4
Range of subjective brightness sensations showing a particular adaptation level.

وفقیابی روشنایی و جداسازی

BRIGHTNESS ADAPTATION AND DISCRIMINATION



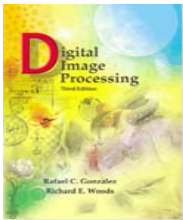
بازه‌ی روشنایی که چشم می‌تواند با آن وفق یابد، بزرگ است. تقریباً از ۱۰ میلیارد تا ۱.

بینایی فوتوپیک به‌تنهایی بازه‌ی تقریبی ۱ میلیون تا ۱ را دارد.

وفقیابی روشنایی: مانند B_a

روشنایی ذهنی، تابعی لگاریتمی از شدت نور تابشی به چشم است.

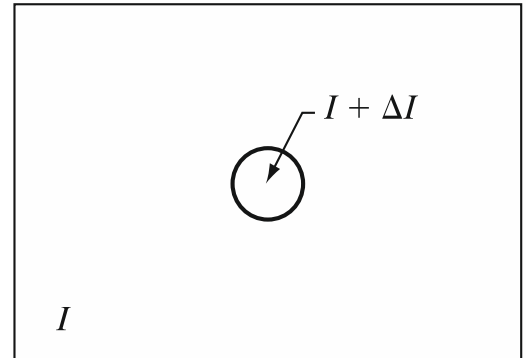
سیستم بینایی نمی‌تواند در یک زمان در تمام محدوده (۱۰ میلیارد) کار کند: در عوض، تغییرات بزرگ را با تغییر در حساسیت کلی انجام می‌دهد (پدیده‌ی وفقیابی روشنایی).



Chapter 2

Introduction

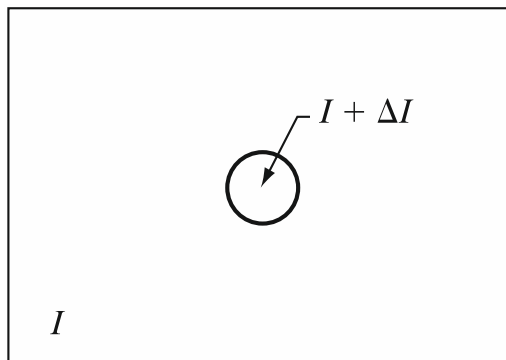
FIGURE 2.5 Basic experimental setup used to characterize brightness discrimination.



وَفقیایی روشنایی و جداسازی

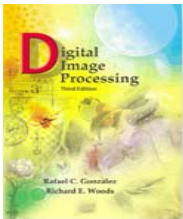
آزمایش پایه مورد استفاده برای مشخص سازی تفکیک روشنایی

BRIGHTNESS ADAPTATION AND DISCRIMINATION



نورپردازی برای مدت کوتاهی با شدت نور I افزایش می یابد.

ΔI = میزان افزایش در نورپردازی که در نیمی از موارد نسبت به شدت نور زمینه I قابل تشخیص است.



Chapter 2

Introduction

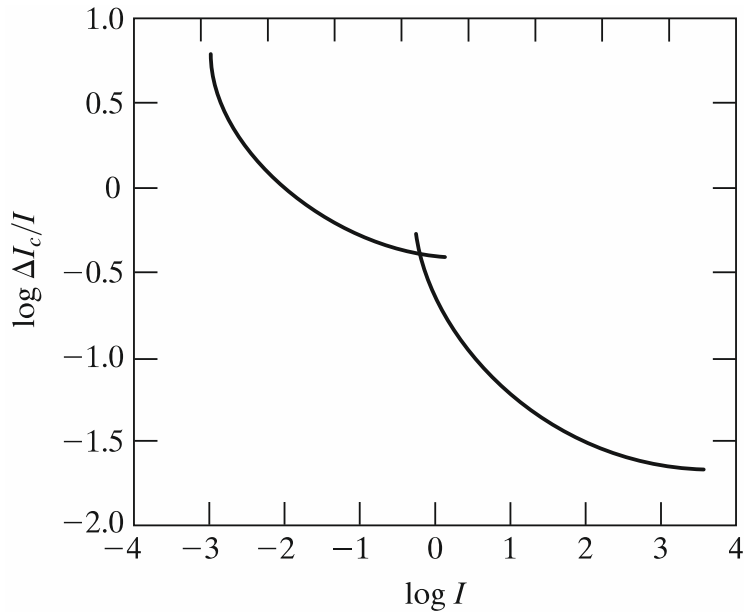


FIGURE 2.6
Typical Weber
ratio as a function
of intensity.

وفقیابی روشنایی و جداسازی

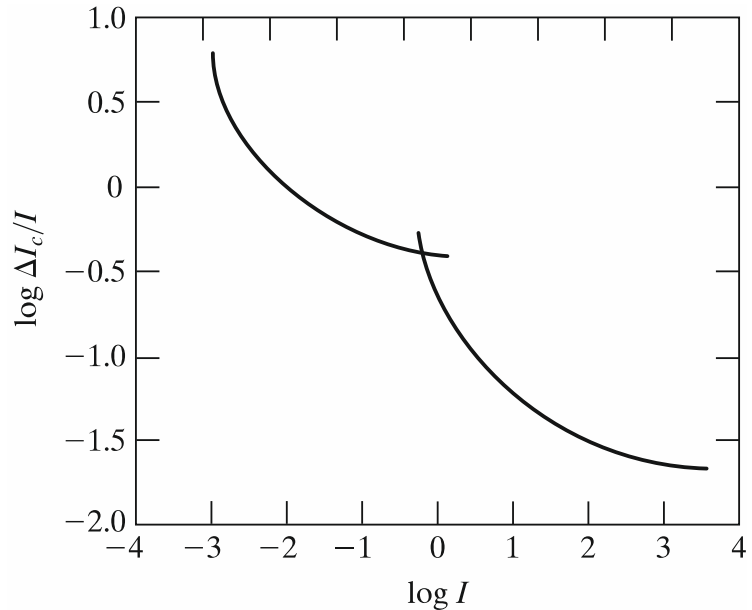
نسبت وبر

WEBER RATIO

$$\frac{\Delta I_c}{I}$$

نسبت وبر:

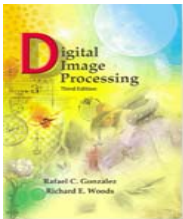
معیار توانایی در تفکیک کنتراست



• نسبت وبر کوچک = درصد کوچکی از تغییرات شدت نور قابل مشاهده است = تفکیک روشنایی خوب

• نسبت وبر بزرگ = درصد بزرگی از تغییرات برای تفکیک لازم است = تفکیک روشنایی ضعیف

معمولاً تفکیک روشنایی در سطوح پایین نورپردازی ضعیف است و در سطوح بالاتر نورپردازی زمینه بهبود می یابد.



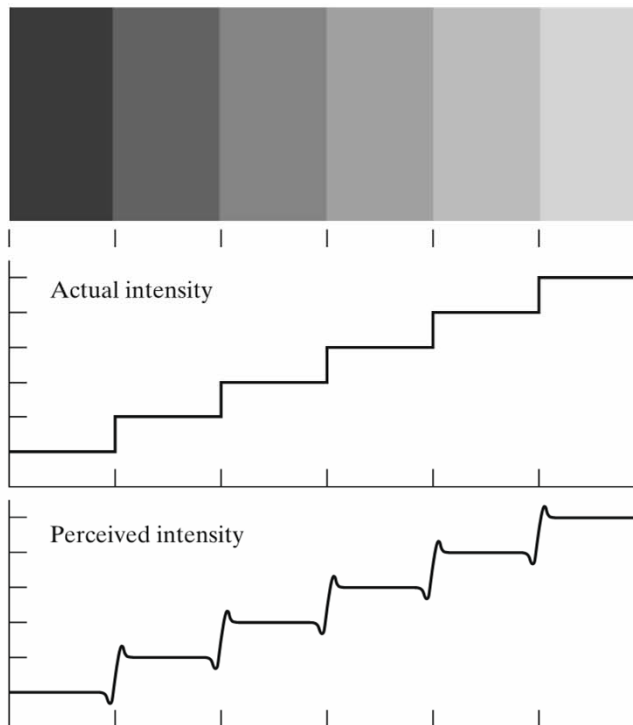
Chapter 2

Introduction

a
b
c

FIGURE 2.7

Illustration of the Mach band effect. Perceived intensity is not a simple function of actual intensity.

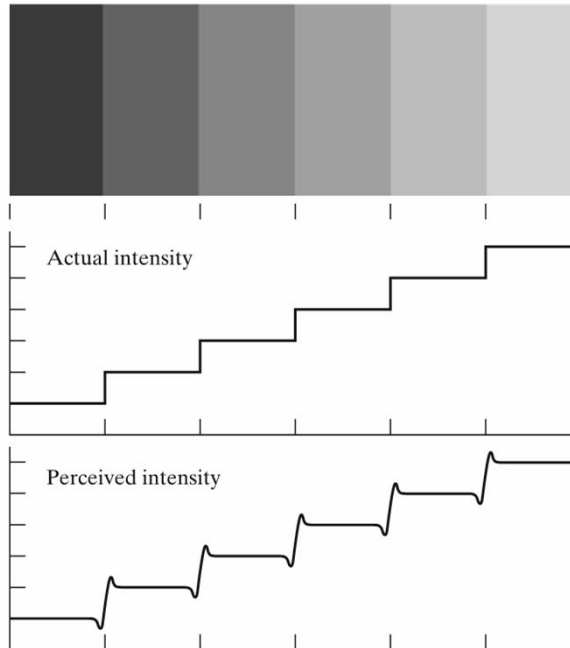


Mach bands

وَفْقِیَایِ رُوشَنایی وَ جَداسازی

نوارهای ماخ

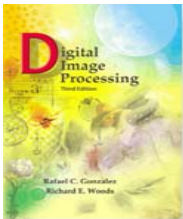
MACH BANDS



شدت نور، تابع ساده‌ای از شدت نور واقعی نیست:

الگوهای جهشی نزدیک مرزهای نوارهای دارای شدت نور ثابت دیده می‌شود.

از این نوارها برای کالبراسیون تجهیزات نمایش استفاده می‌شود.

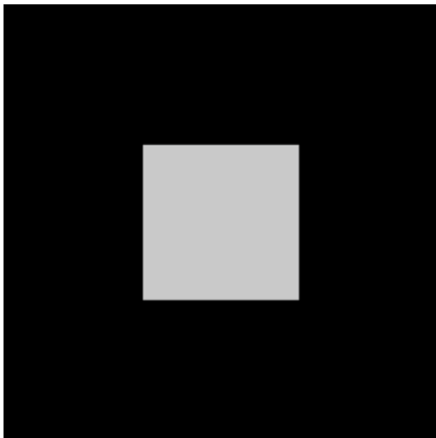


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b c

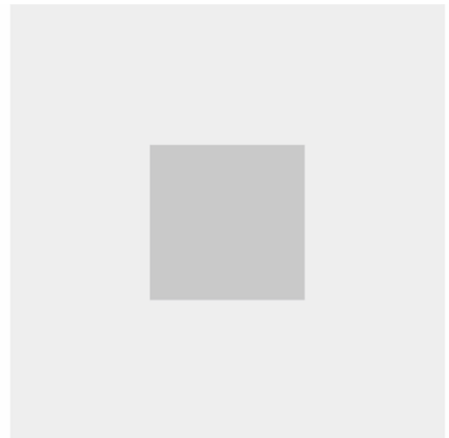


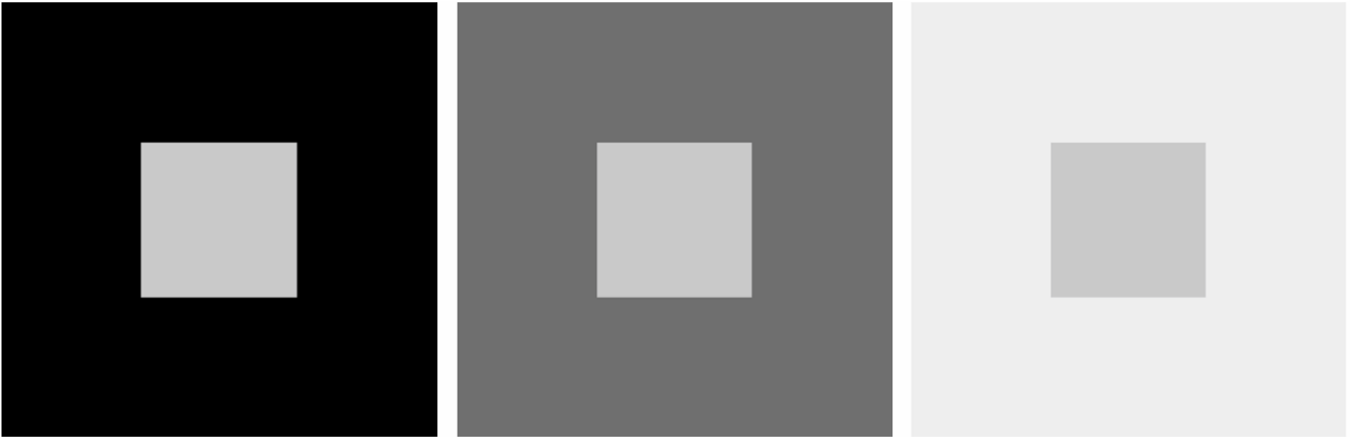
FIGURE 2.8 Examples of simultaneous contrast. All the inner squares have the same intensity, but they appear progressively darker as the background becomes lighter.

Simultaneous Contrast

وفقیابی روشنایی و جداسازی

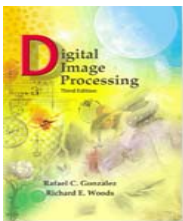
کنتراست همزمان

SIMULTANEOUS CONTRAST



مثالهایی از کنتراست همزمان:

همه‌ی مربع‌های داخلی، شدت نور یکسانی دارند؛ اما با روشن‌تر شدن پس‌زمینه تیره‌تر به نظر می‌رسند.

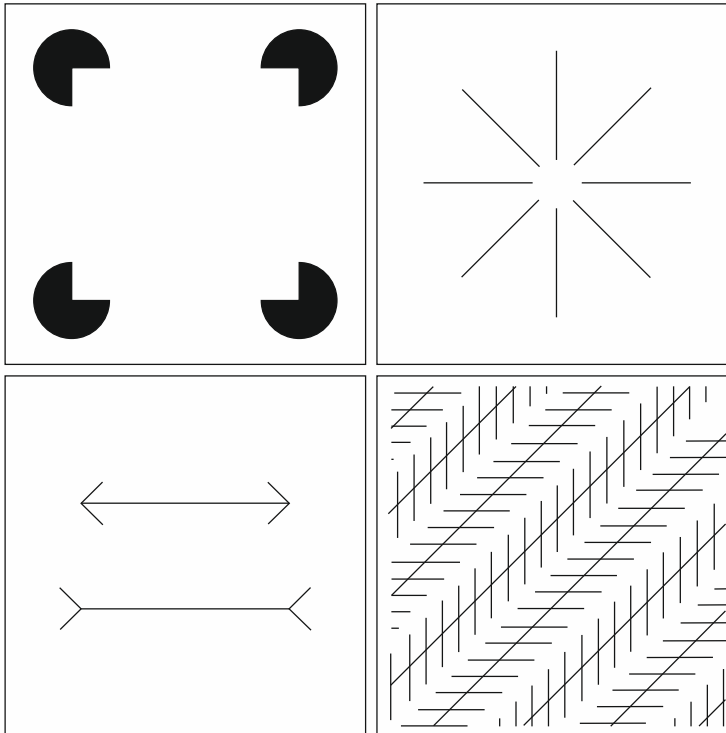


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b
c d

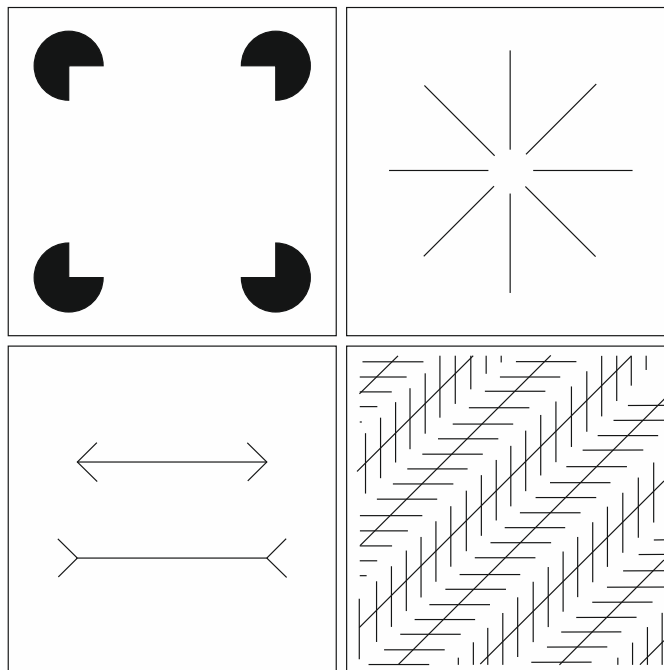
FIGURE 2.9 Some well-known optical illusions.

Examples for
Human
Perception
Phenomena

وَفْقِیَا بَی رُوشنایی و جداسازی

خطاهای دید

OPTICAL ILLUSIONS



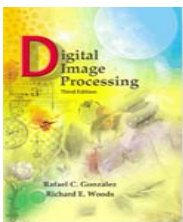
نمونه‌هایی از خطای دید انسان:

جبران‌سازی انجام شده توسط چشم را نشان می‌دهد.

مبانی تصویر دیجیتال

۲

نور
و
طیف
الکترومغناطیس



Chapter 2

Introduction

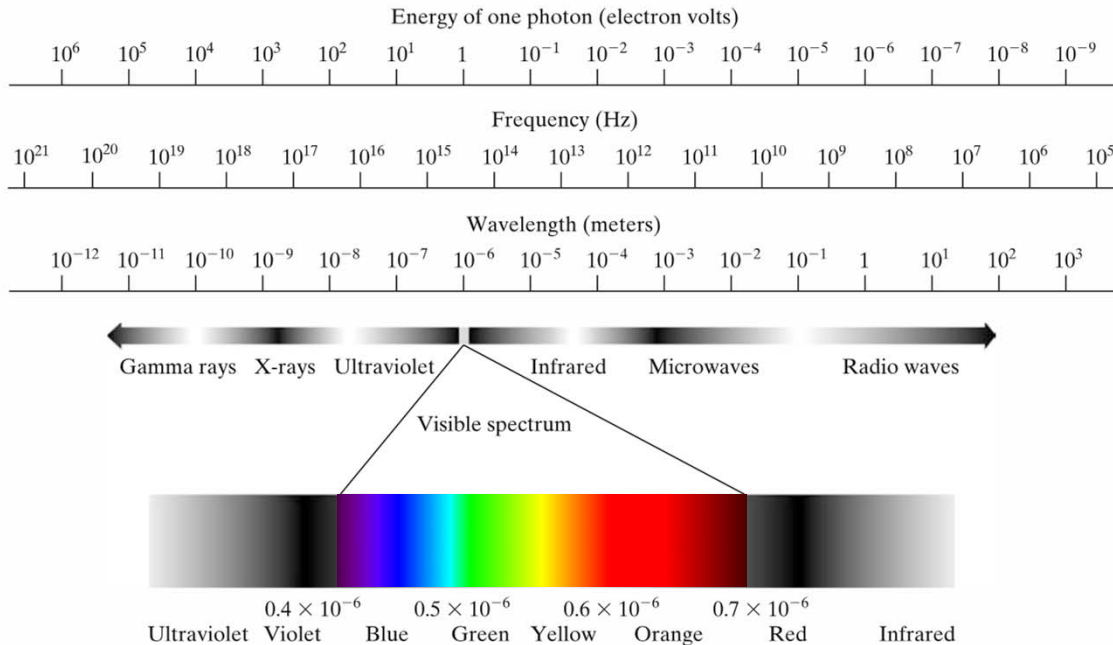
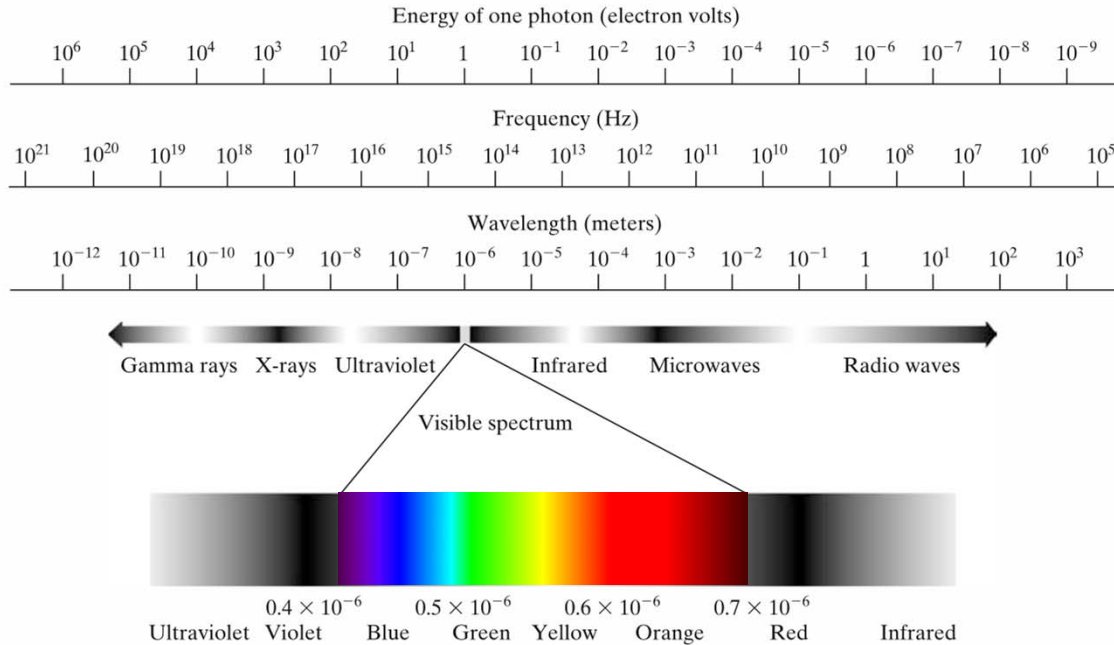


FIGURE 2.10 The electromagnetic spectrum. The visible spectrum is shown zoomed to facilitate explanation, but note that the visible spectrum is a rather narrow portion of the EM spectrum.

طیف الکترومغناطیس

THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM

نور و طیف الکترومغناطیس

LIGHT AND THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM

سه کمیت پایه برای توصیف کیفیت یک منبع نور رنگی

روشنایی
Brightness

یک توصیف‌گر ذهنی از ادراک نور؛
کمیت درک شده از نور ساطع شده

(غیر قابل اندازه‌گیری)

لومینانس
Luminance

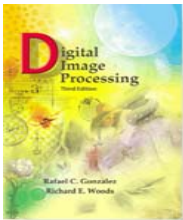
انرژی دریافت‌شده توسط یک
بیننده از منبع نور

(قابل اندازه‌گیری)

تشدع
Radiance

انرژی کل جریان‌یافته از منبع نور

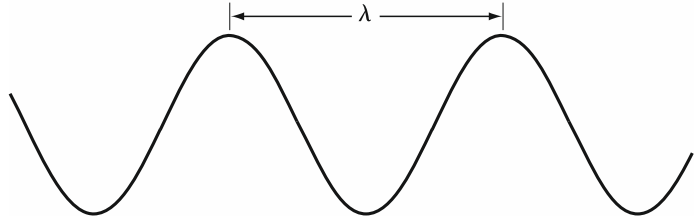
(قابل اندازه‌گیری)



Chapter 2

Introduction

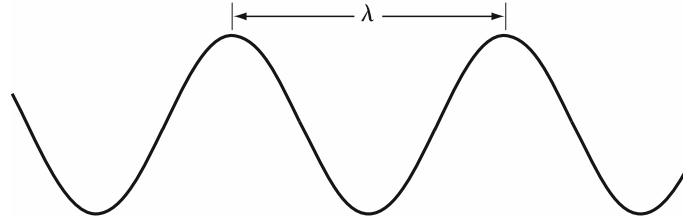
FIGURE 2.11
Graphical
representation of
one wavelength.



نور و طیف الکترومغناطیس

طول موج

LIGHT AND THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

سرعت نور

رابطه‌ی فرکانس و طول موج

$$E = h\nu$$

ثابت پلانک

میزان انرژی یک فوتون

مبانی تصویر دیجیتال

۳

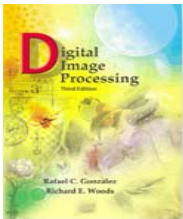
حس کردن
و
اکتساب
تصویر

حس کردن و اکتساب تصویر

IMAGE SENSING AND ACQUISITION

امروزه بیشتر تصویربرداری‌های الکترومغناطیسی مرئی و نزدیک مادون قرمز، با دوربین‌های دوبعدی CCD انجام می‌شود.

Charged-Coupled Devices (CCDs)

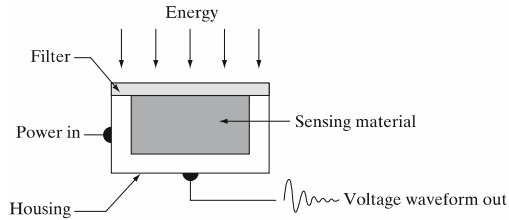


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

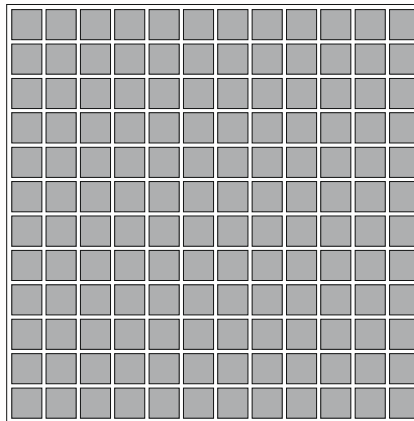
Chapter 2 Introduction



a
b
c

FIGURE 2.12

(a) Single imaging sensor.
(b) Line sensor.
(c) Array sensor.

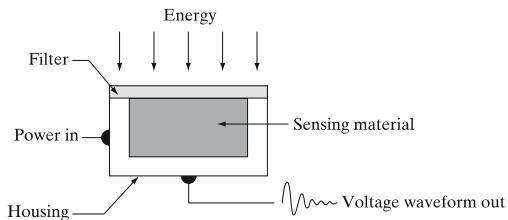


حس کردن و اکتساب تصویر

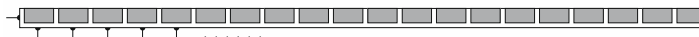
حسگرها

IMAGE SENSING AND ACQUISITION

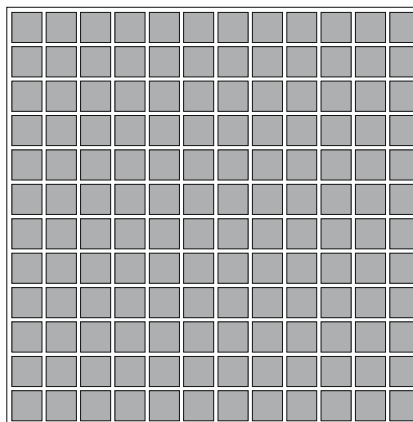
یک حسگر تصویربرداری تنها

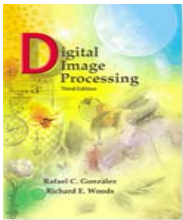


یک آرایه‌ی حسگری خطی



یک آرایه‌ی حسگری دوبعدی (ماتریس)



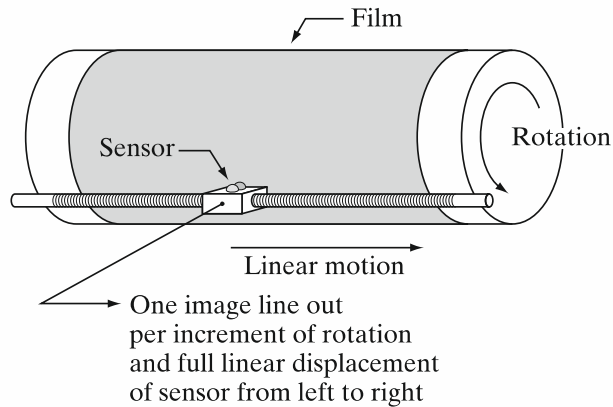


Chapter 2

Introduction

FIGURE 2.13

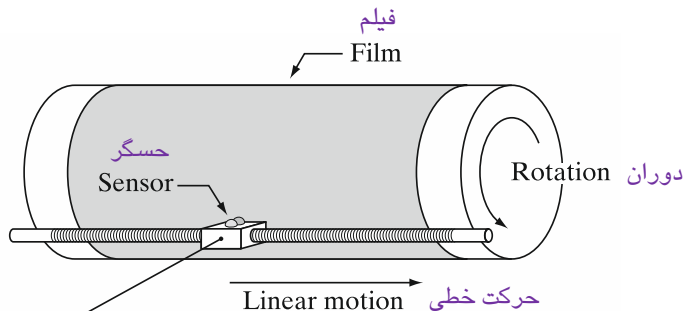
Combining a single sensor with motion to generate a 2-D image.



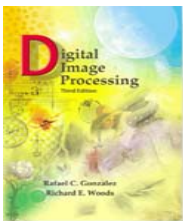
حس کردن و اکتساب تصویر

ترکیب یک حسگر تنها با حرکت برای تولید یک تصویر دوبعدی

IMAGE SENSING AND ACQUISITION

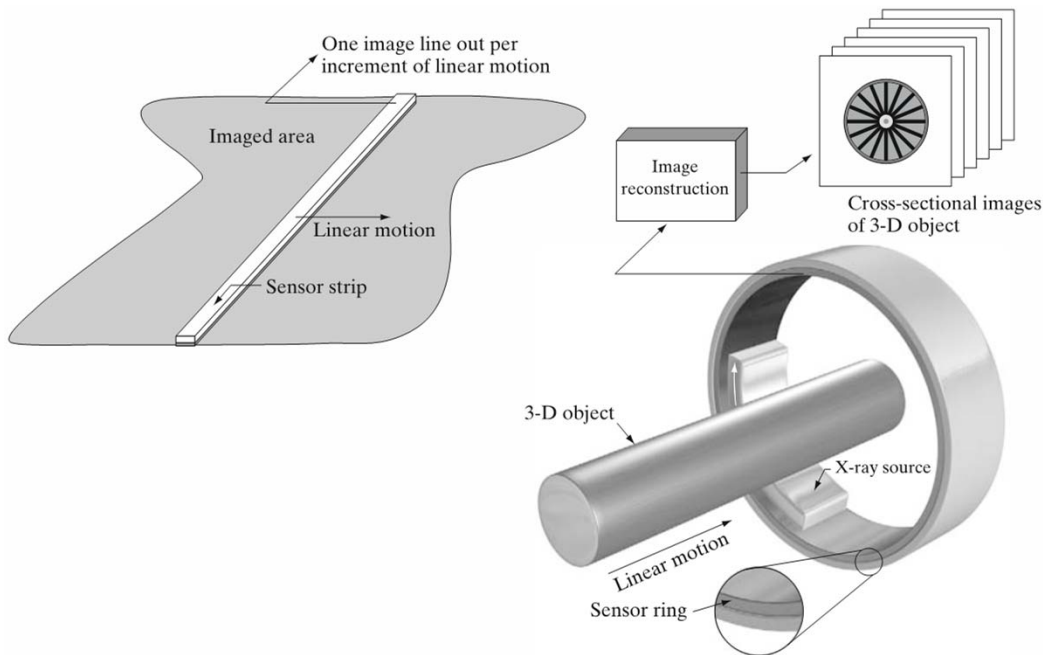


با هر افزایش دوران و جابجایی
خطی کامل حسگر از چپ به راست،
یک خط از تصویر تولید می شود.



Chapter 2

Introduction



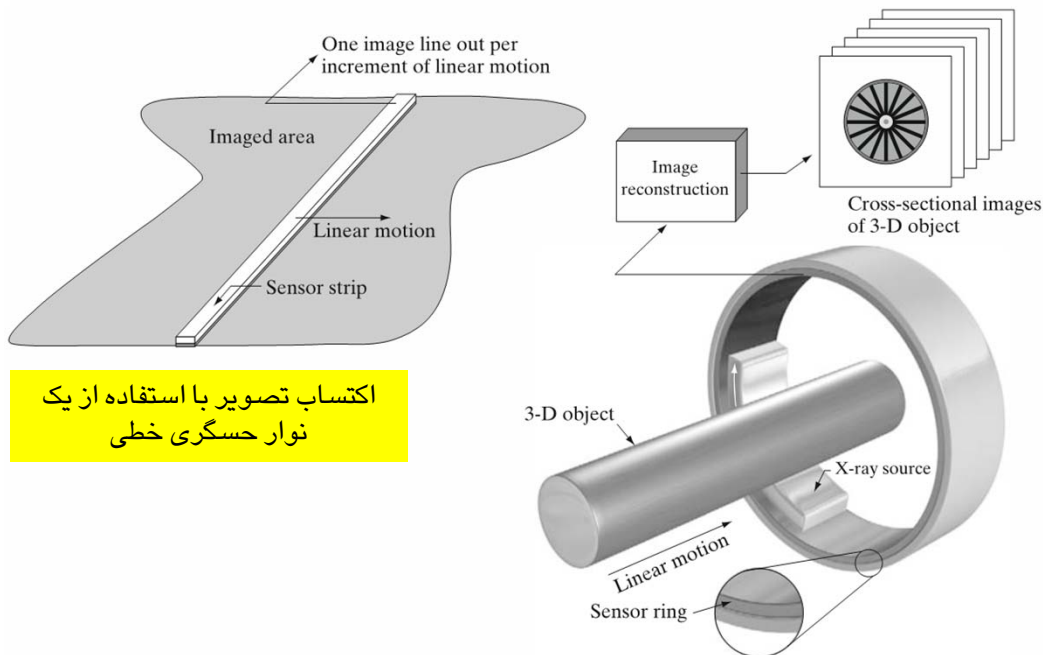
a b

FIGURE 2.14 (a) Image acquisition using a linear sensor strip. (b) Image acquisition using a circular sensor strip.

حس کردن و اکتساب تصویر

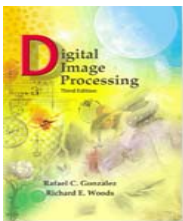
اکتساب تصویر با روش‌های پیشرفته‌تر

IMAGE SENSING AND ACQUISITION



اکتساب تصویر با استفاده از یک
نوار حسگری خطی

اکتساب تصویر با استفاده از یک
نوار حسگری دایره‌ای



Chapter 2

Introduction

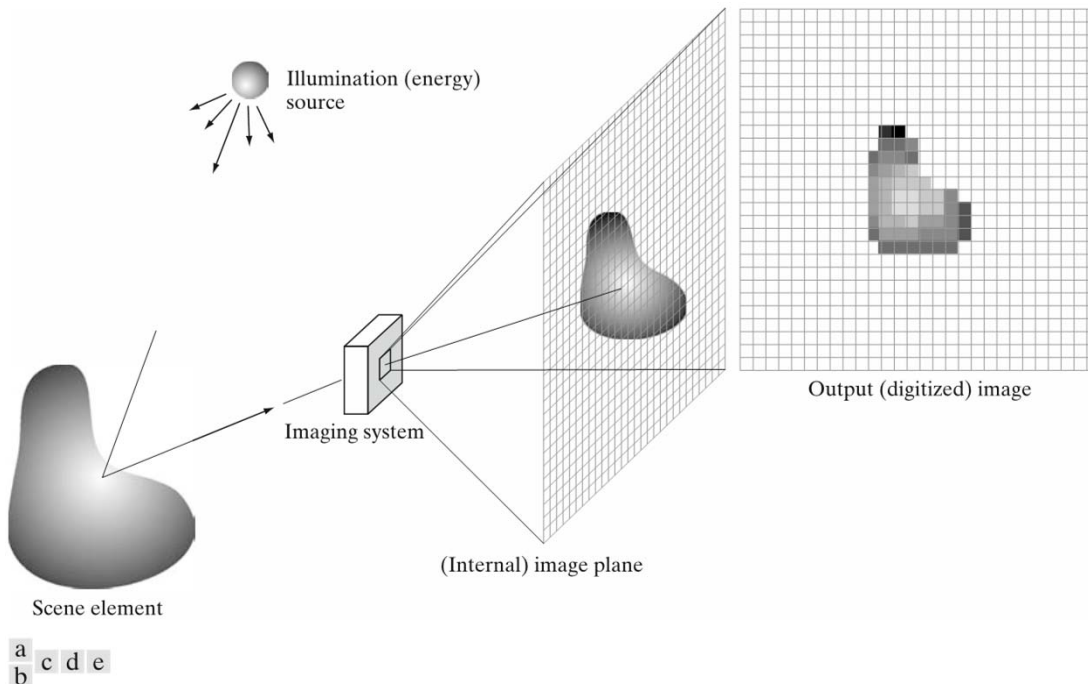
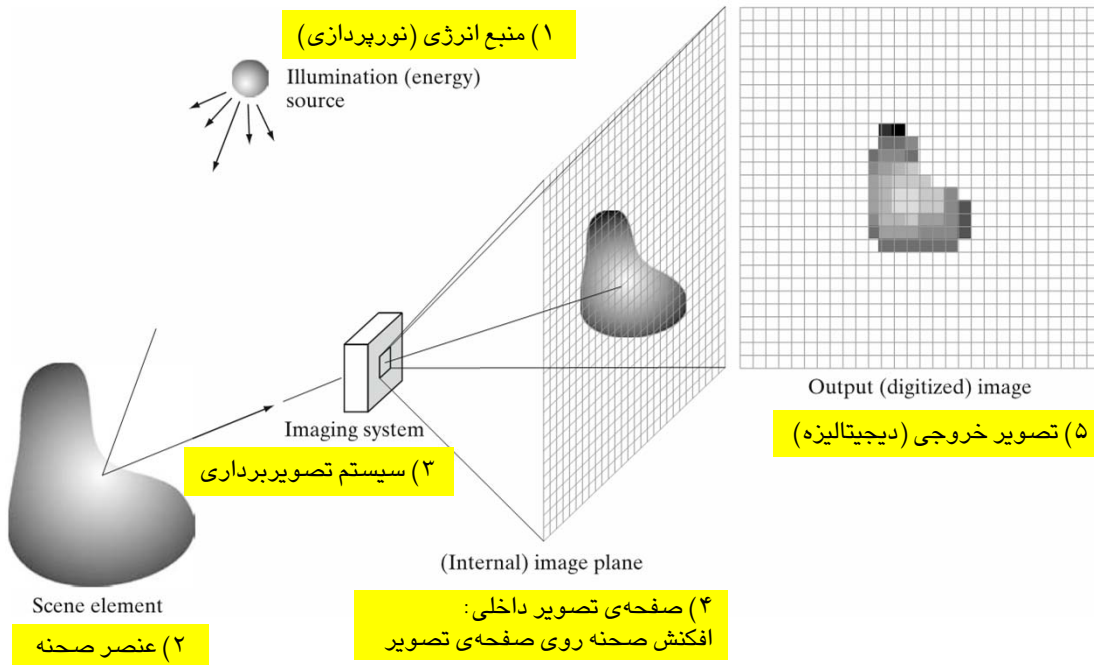


FIGURE 2.15 An example of the digital image acquisition process. (a) Energy (“illumination”) source. (b) An element of a scene. (c) Imaging system. (d) Projection of the scene onto the image plane. (e) Digitized image.

مدلی ساده برای تشکیل تصویر

فرآیند اکتساب تصویر دیجیتال

A SIMPLE IMAGE FORMATION MODEL



مدلی ساده برای تشکیل تصویر

انواع تصویر

A SIMPLE IMAGE FORMATION MODEL

انواع تصویر

تابع تصویر

IMAGE FUNCTION

$$f(x, y)$$

مقدار تصویر در مختصات داده شده

$$f(x, y) = i(x, y) \cdot r(x, y)$$

تابع نورپردازی
Illumination

$$0 < i(x, y) < \infty$$

تابع بازتابش
Reflection

$$0 < r(x, y) < 1$$

سطوح خاکستری

GRAY-LEVELS

$$l = f(x_0, y_0)$$

برای یک نقطه‌ی مشخص

$$L_{\min} \leq l \leq L_{\max}$$

$$L_{\min} = i_{\min} r_{\min}$$

$$L_{\max} = i_{\max} r_{\max}$$

$$[L_{\min}, L_{\max}] \text{ مقیاس خاکستری (Gray Scale)}$$

متداول است که این بازه به لحاظ عددی به $[0, L - 1]$ منتقل شود.

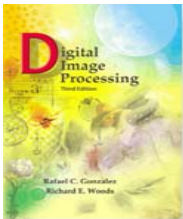
$$\ell = 0 \quad \ell = L - 1$$

سیاه

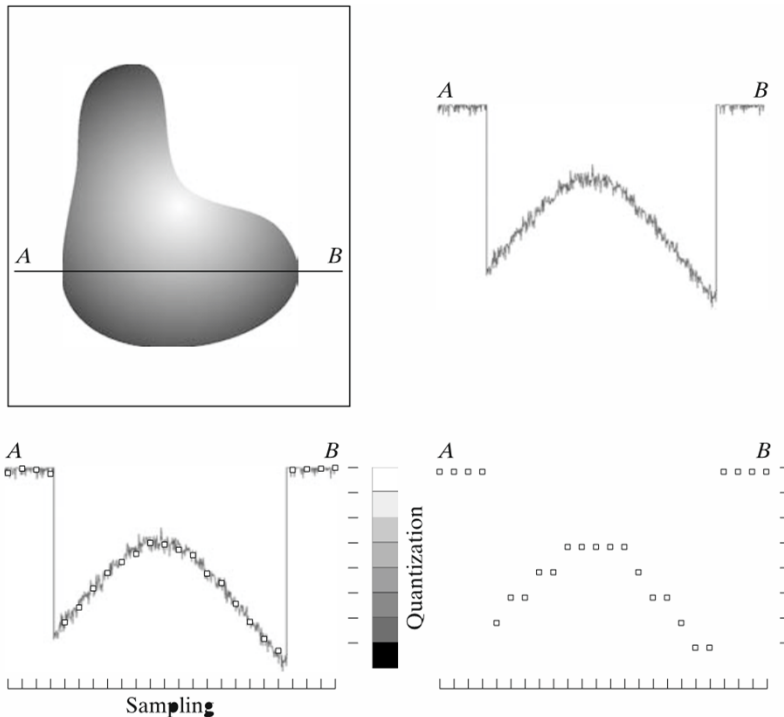
سفید

۴

نمونه برداری و چند سازی تصویر



Chapter 2 Introduction



a b
c d

FIGURE 2.16

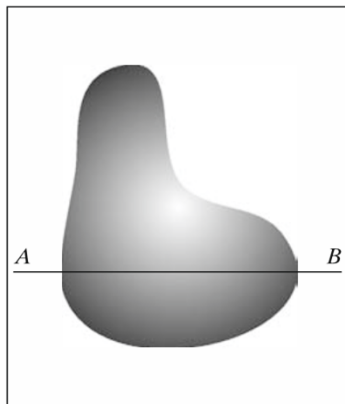
Generating a digital image.

(a) Continuous image. (b) A scan line from A to B in the continuous image, used to illustrate the concepts of sampling and quantization. (c) Sampling and quantization. (d) Digital scan line.

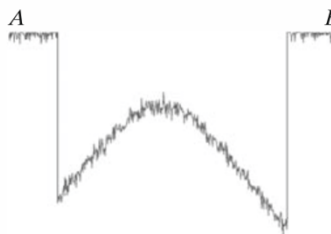
نمونه برداری و چندی سازی تصویر

IMAGE SAMPLING AND QUANTIZATION

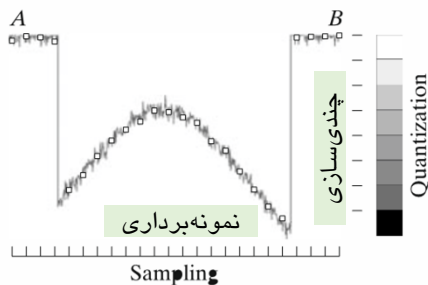
(۱)
تصویر پیوسته



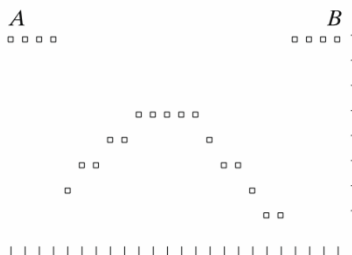
(۲)
یک خط اسکن
از A به B در تصویر
پیوسته، برای نمایش
مفاهیم نمونه برداری و
چندی سازی

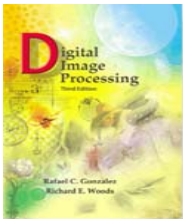


(۳)
نمونه برداری و
چندی سازی



(۴)
خط اسکن دیجیتال



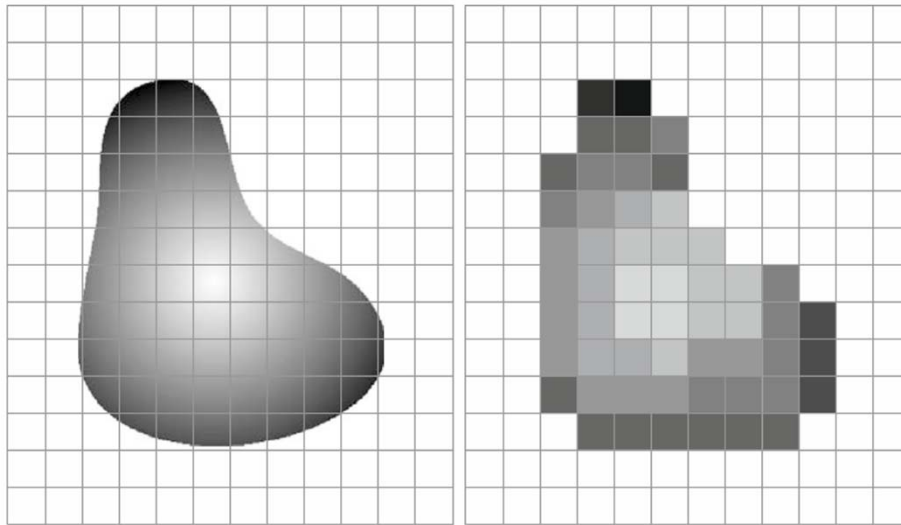


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b

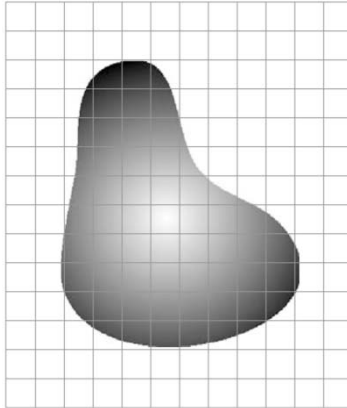
FIGURE 2.17 (a) Continuous image projected onto a sensor array. (b) Result of image sampling and quantization.

نمونه برداری و چندی سازی تصویر

IMAGE SAMPLING AND QUANTIZATION

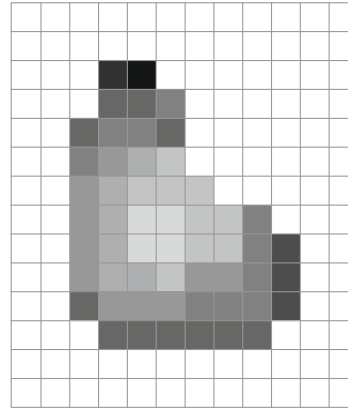
نمونه برداری *Sampling*

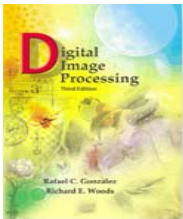
دیجیتال سازی مقادیر
مختصات مکانی دوبعدی



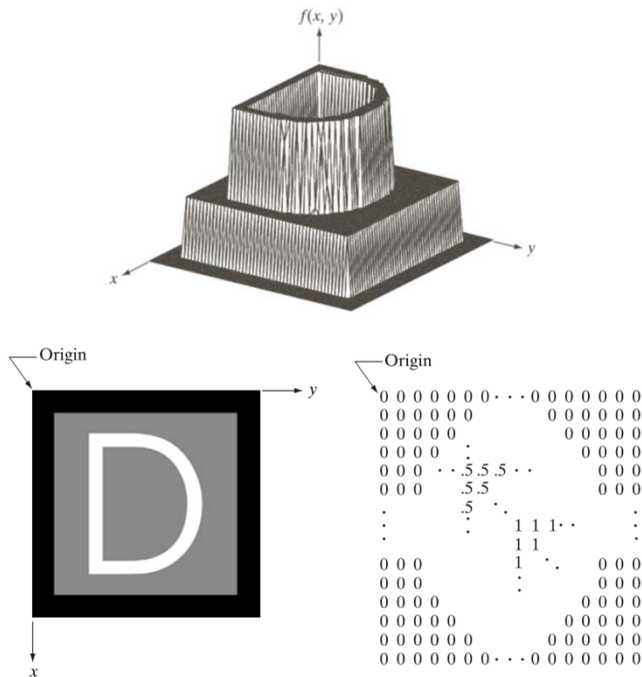
چندی سازی *Quantization*

دیجیتال سازی مقادیر دامنه
(سطح روشنایی)





Chapter 2 Introduction



a
b c

FIGURE 2.18

(a) Image plotted as a surface.

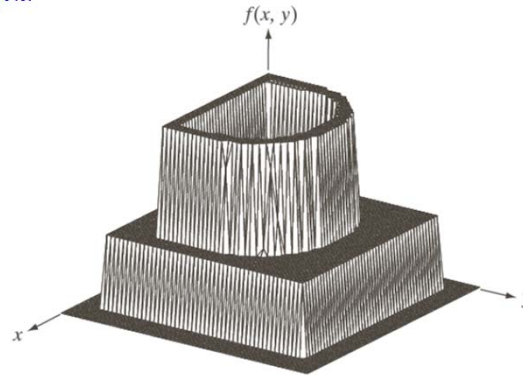
(b) Image displayed as a visual intensity array.

(c) Image shown as a 2-D numerical array (0, .5, and 1 represent black, gray, and white, respectively).

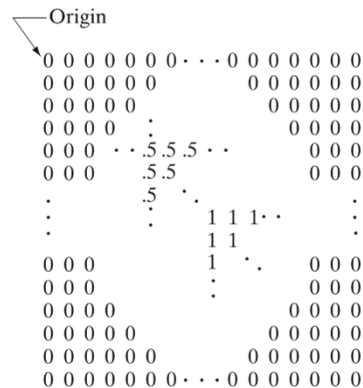
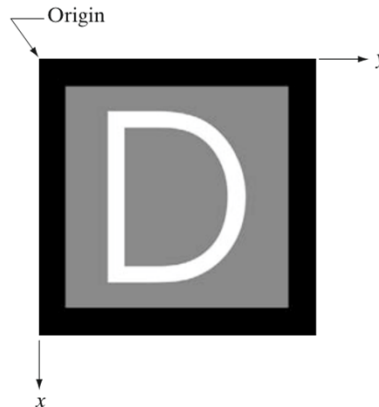
بازنمایی تصاویر دیجیتال

REPRESENTING DIGITAL IMAGES

(۱)
تصویر رسم شده
به صورت یک رویه



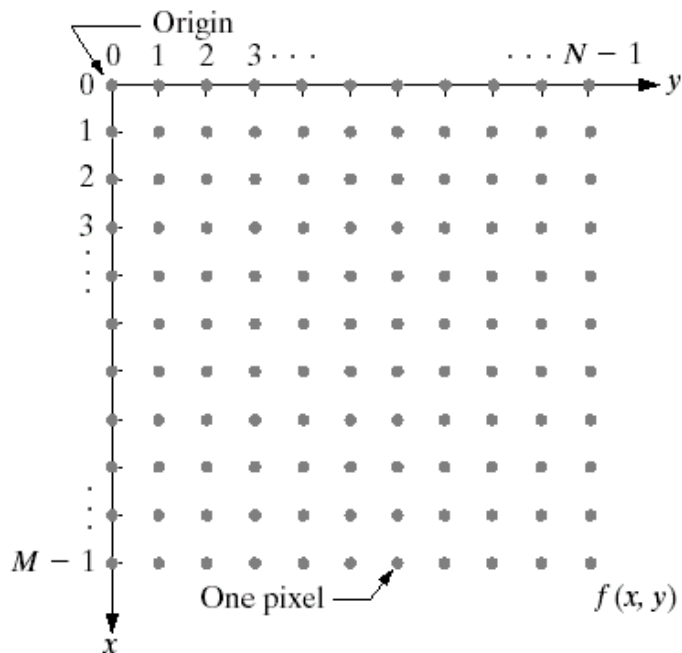
(۲)
تصویر رسم شده
به صورت یک آرایه ی
شدت رنگ بصری



(۳)
تصویر نشان داده شده
به صورت یک آرایه ی
عددی دوبعدی:
سیاه = 0
سفید = 1
خاکستری = 0.5

بازنمایی تصاویر دیجیتال

REPRESENTING DIGITAL IMAGES



بازنمایی تصاویر دیجیتال

نمایش ماتریسی

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \cdots & f(0, N - 1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \cdots & f(1, N - 1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M - 1, 0) & f(M - 1, 1) & \cdots & f(M - 1, N - 1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}$$

پارامترهای دیجیتال سازی تصویر

پارامترهای لازم برای دیجیتال سازی تصویر: سه عدد صحیح مثبت

$$M = \text{تعداد سطرها}$$

$$N = \text{تعداد ستون ها}$$

$$L = \text{تعداد سطوح خاکستری گسسته}$$

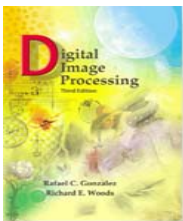
$$L = 2^k$$

$$k = \text{تعداد بیت ها برای بازنمایی هر سطح خاکستری}$$

با فرض فواصل مساوی بین سطوح گسسته

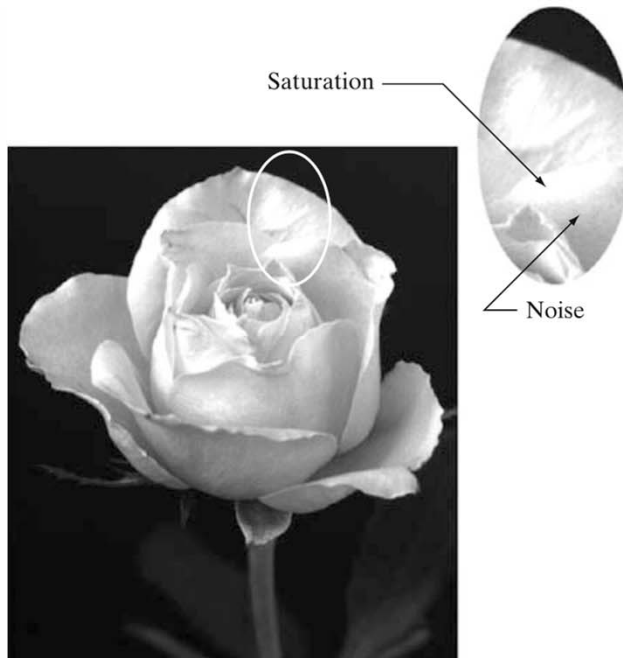
اندازه ی تصویر بر حسب بیت:

$$M \times N \times k$$



Chapter 2 Introduction

FIGURE 2.19 An image exhibiting saturation and noise. Saturation is the highest value beyond which all intensity levels are clipped (note how the entire saturated area has a high, *constant* intensity level). Noise in this case appears as a grainy texture pattern. Noise, especially in the darker regions of an image (e.g., the stem of the rose) masks the lowest detectable true intensity level.



اشباع و نویز

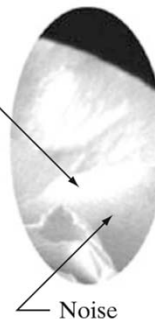
SATURATION AND NOISE

اشباع:

در این نقاط در بالاترین حد شدت رنگ توقف شده است.
(ناحیه‌ی مربوطه، شدت رنگ ثابتی دارد.)



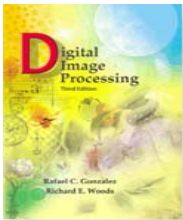
Saturation



Noise

نویز:

در اینجا به صورت الگوی بافت دانه
دانه دیده می‌شود.



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction

TABLE 2.1

Number of storage bits for various values of N and k . L is the number of intensity levels.

N/k	1 ($L = 2$)	2 ($L = 4$)	3 ($L = 8$)	4 ($L = 16$)	5 ($L = 32$)	6 ($L = 64$)	7 ($L = 128$)	8 ($L = 256$)
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152
1024	1,048,576	2,097,152	3,145,728	4,194,304	5,242,880	6,291,456	7,340,032	8,388,608
2048	4,194,304	8,388,608	12,582,912	16,777,216	20,971,520	25,165,824	29,369,128	33,554,432
4096	16,777,216	33,554,432	50,331,648	67,108,864	83,886,080	100,663,296	117,440,512	134,217,728
8192	67,108,864	134,217,728	201,326,592	268,435,456	335,544,320	402,653,184	469,762,048	536,870,912

حافظه‌ی لازم برای ذخیره‌سازی تصویر دیجیتال

مثال

N/k	1 ($L = 2$)	2 ($L = 4$)	3 ($L = 8$)	4 ($L = 16$)	5 ($L = 32$)	6 ($L = 64$)	7 ($L = 128$)	8 ($L = 256$)
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152
1024	1,048,576	2,097,152	3,145,728	4,194,304	5,242,880	6,291,456	7,340,032	8,388,608
2048	4,194,304	8,388,608	12,582,912	16,777,216	20,971,520	25,165,824	29,369,128	33,554,432
4096	16,777,216	33,554,432	50,331,648	67,108,864	83,886,080	100,663,296	117,440,512	134,217,728
8192	67,108,864	134,217,728	201,326,592	268,435,456	335,544,320	402,653,184	469,762,048	536,870,912

M = تعداد سطرها، N = تعداد ستون‌ها، L = تعداد سطوح خاکستری گسسته

$$L = 2^k$$

تعداد بیت بر حسب طول، عرض و تعداد بیت:

$$M \times N \times k = N^2 k$$

رزولوشن تصویر

IMAGE RESOLUTION

رزولوشن تصویر

Image Resolution

رزولوشن سطح خاکستری

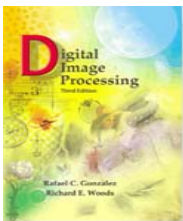
Gray-level Resolution

از طریق تعداد سطوح خاکستری تعیین می شود:
کوچکترین تغییرات قابل تشخیص در سطوح خاکستری

رزولوشن مکانی

Spatial Resolution

از طریق نمونه برداری تعیین می شود:
کوچکترین جزئیات قابل تشخیص در یک تصویر



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b
c d

FIGURE 2.20 Typical effects of reducing spatial resolution. Images shown at: (a) 1250 dpi, (b) 300 dpi, (c) 150 dpi, and (d) 72 dpi. The thin black borders were added for clarity. They are not part of the data.

رزولوشن مکانی

اثر کاهش رزولوشن مکانی بدون کاهش اندازه‌ی تصویر

SPATIAL RESOLUTION

1250 dpi



300 dpi



150 dpi



72 dpi



رزولوشن مکانی

اثر کاهش رزولوشن مکانی با کاهش اندازه‌ی تصویر

SPATIAL RESOLUTION



1024



512



256



128



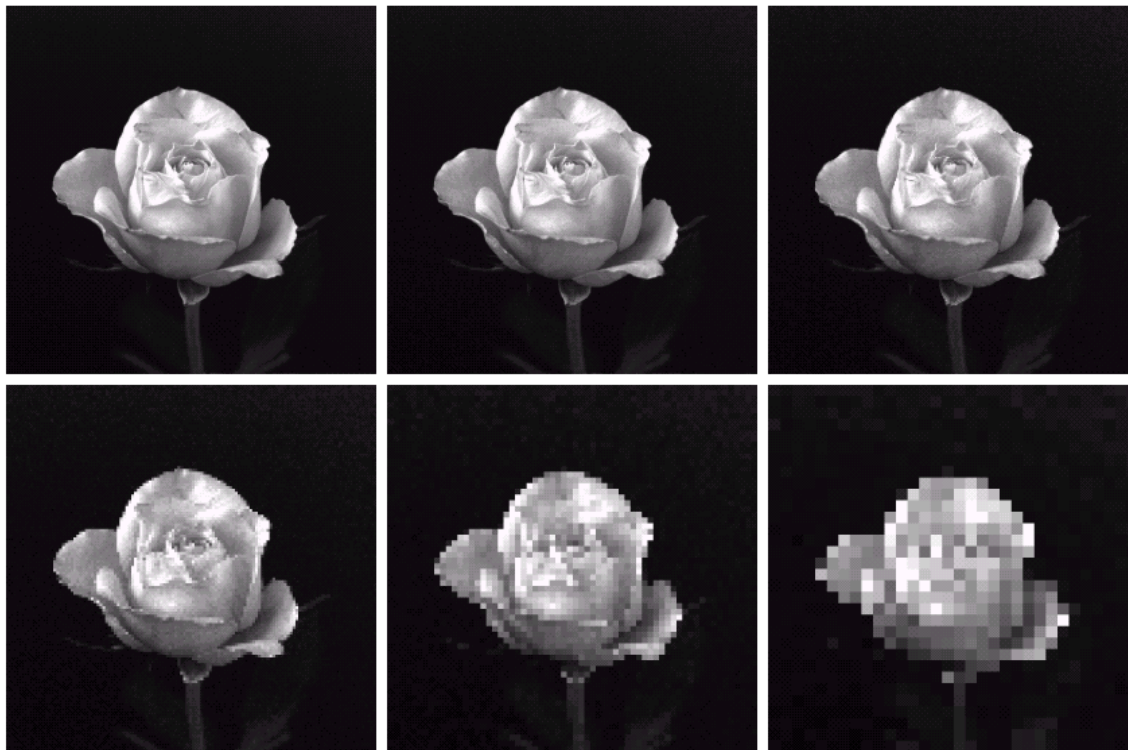
64

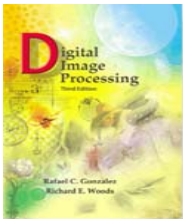
32

رزولوشن مکانی از طریق بازنمونه برداری

اثر ثابت نگاه داشتن اندازه‌ی تصویر پس از کاهش رزولوشن مکانی

SPATIAL RESOLUTION BY RE-SAMPLING





Digital Image Processing, 3rd ed.

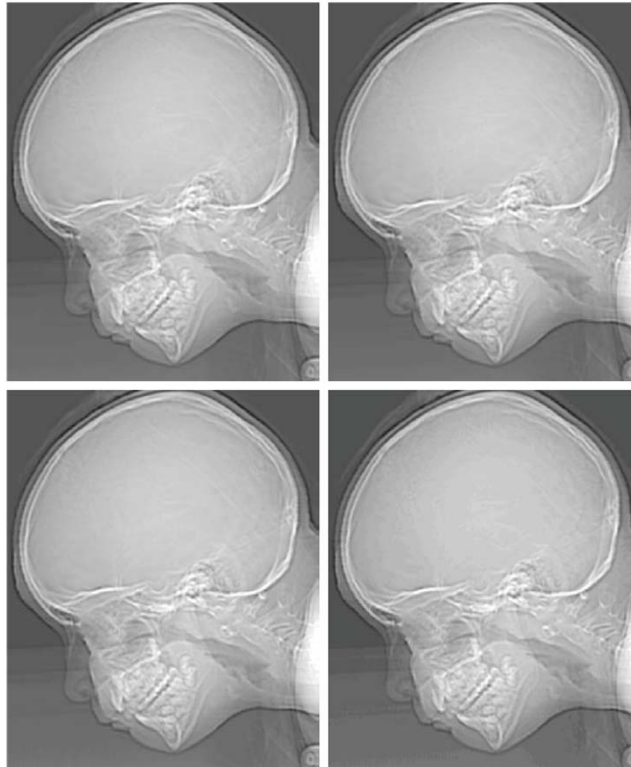
Gonzalez & Woods

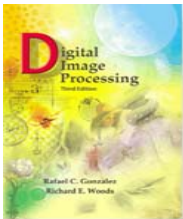
www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction

a b
c d

FIGURE 2.21
(a) 452×374 ,
256-level image.
(b)–(d) Image
displayed in 128,
64, and 32
intensity levels,
while keeping the
image size
constant.



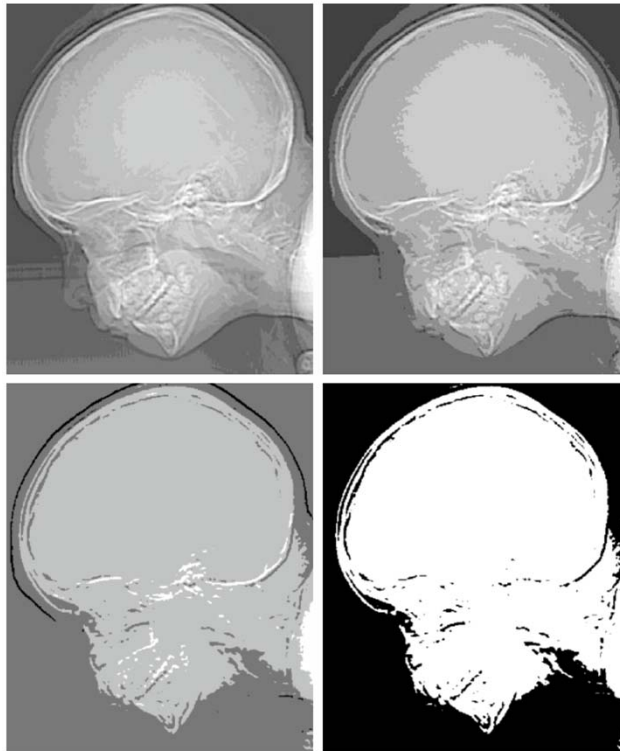


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



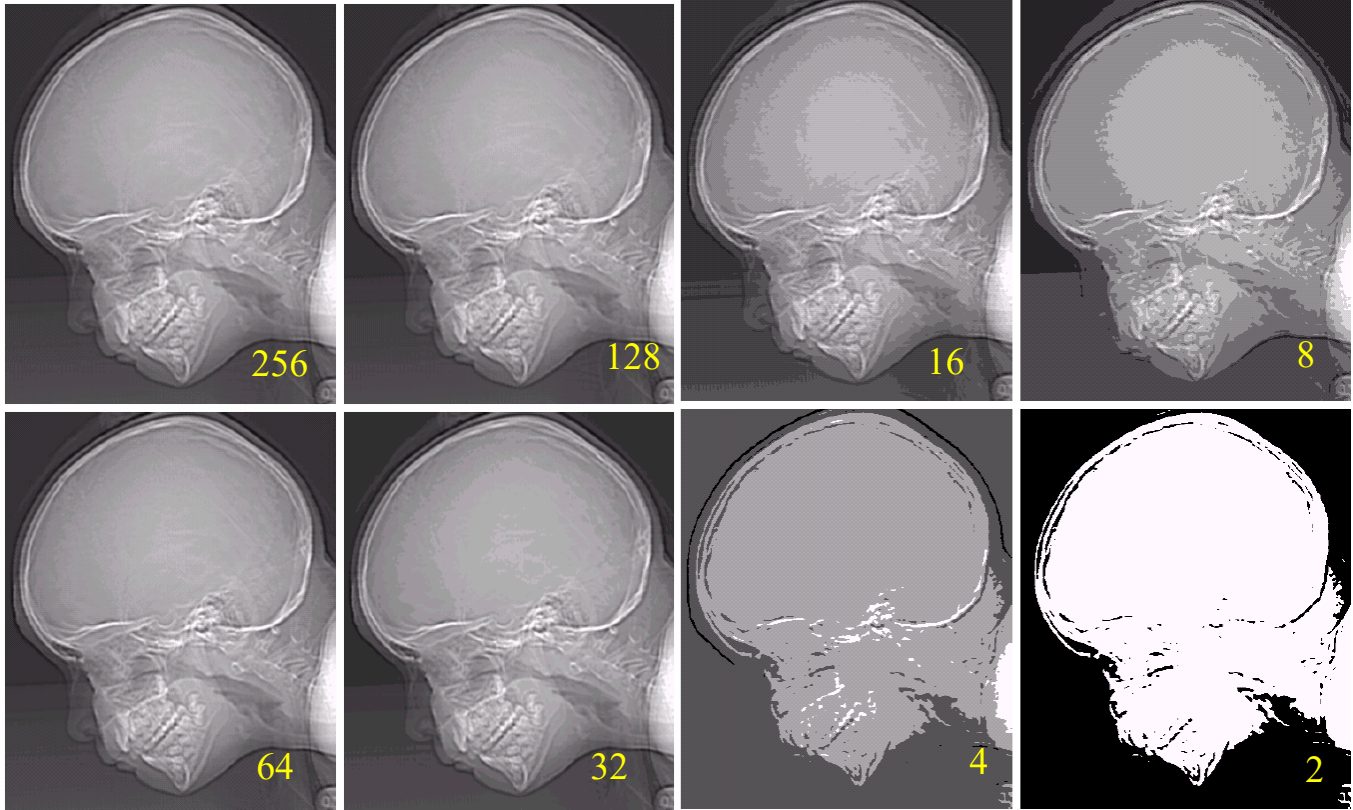
c f
g h

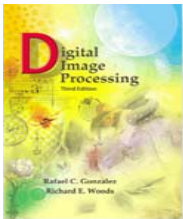
FIGURE 2.21
(Continued)
(c)–(h) Image displayed in 16, 8, 4, and 2 intensity levels. (Original courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology & Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

رزولوشن سطح خاکستری

کاهش تعداد سطوح خاکستری با ثابت نگاه داشتن اندازه‌ی تصویر

GRAY-LEVEL RESOLUTION





Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b c

FIGURE 2.22 (a) Image with a low level of detail. (b) Image with a medium level of detail. (c) Image with a relatively large amount of detail. (Image (b) courtesy of the Massachusetts Institute of Technology.)

انتخاب رزولوشن مکانی / سطح خاکستری

HOW TO DECIDE SPATIAL AND GRAY-LEVEL RESOLUTION?



تصویری با
سطح جزئیات پایین

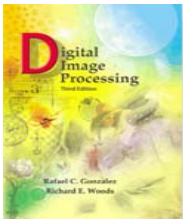


تصویری با
سطح جزئیات متوسط



تصویری با
میزان جزئیات نسبتاً بزرگ

برای تصاویر با میزان جزئیات زیاد، تنها تعداد کمی از سطوح خاکستری لازم است.
اما رزولوشن مکانی بالا لازم است.



Chapter 2

Introduction

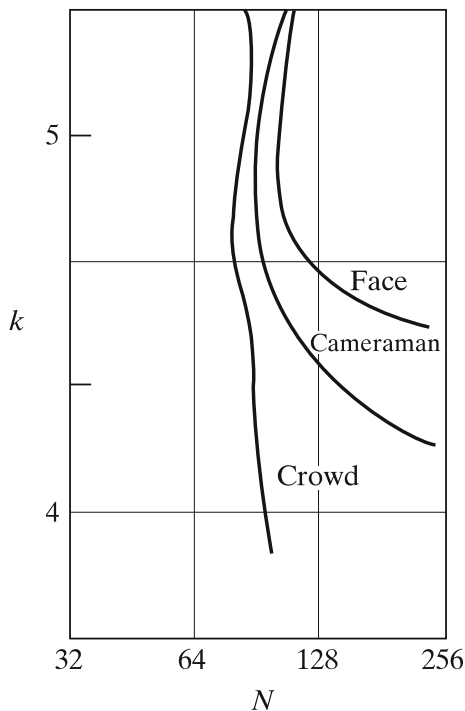


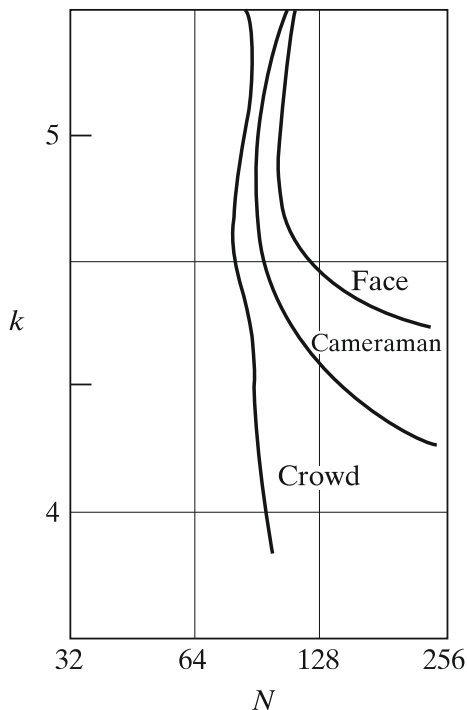
FIGURE 2.23

Typical isopreference curves for the three types of images in Fig. 2.22.



انتخاب رزولوشن مکانی / سطح خاکستری

HOW TO DECIDE SPATIAL AND GRAY-LEVEL RESOLUTION?



منحنی‌های ایزوپرفرنس (یک‌ترجیحی)
برای سه نوع تصاویر زیر:

برای مقدار ثابت N (اندازه‌ی تصویر)،
کیفیت درک شده برای تصویر شلوغ، تقریباً مستقل از
تعداد سطوح خاکستری استفاده شده است.



آلیاسینگ و الگوهای مویره

ALIASING AND MOIRÉ PATTERN

همه‌ی سیگنال‌ها را می‌توان به صورت ترکیبی خطی از سیگنال‌های سینوسی با فرکانس‌های مختلف نوشت.

به دلایل فیزیکی، برای همه‌ی سیگنال‌های دنیای فیزیکی،
مؤلفه‌ی دارای بالاترین فرکانس وجود دارد.

در تئوری،

اگر یک سیگنال با نرخ بیش از دو برابر بالاترین مؤلفه‌ی فرکانسی خود
نمونه‌برداری شود،

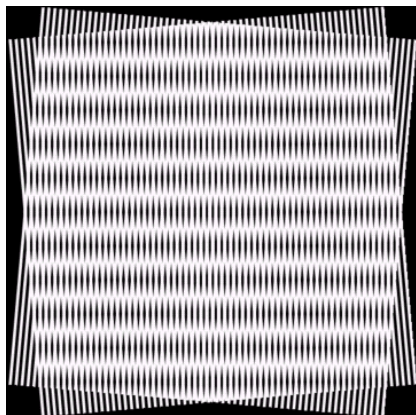
می‌تواند از روی نمونه‌هایش به‌طور دقیق بازسازی شود.

اما، اگر با نرخ کمتر از آن فرکانس نمونه‌برداری شود

0 (زیرنمونه‌برداری: **undersampling**)، در این صورت نتیجه **آلیاسینگ** (**aliasing**) خواهد بود.

0 این باعث می‌شود فرکانس‌هایی در سیگنال نمونه‌برداری شده ظاهر
شود که در سیگنال اصلی وجود ندارد!

0 **الگوهای مویره (Moiré pattern)** مثالی از این موضوع است: الگوی
فرکانس پایین عمودی یک فرکانس جدید است که در الگوهای اصلی
وجود ندارد.



Moiré Pattern

بزرگنمایی و کوچکنمایی تصاویر دیجیتال

ZOOMING AND SHRINKING DIGITAL IMAGES

کوچکنمایی

Shrinking

کاهش تعداد پیکسل‌ها در یک تصویر؛
تا تصویر کوچک‌تر به نظر برسد.

(زیرنمونه‌برداری: subsampling)

- 0 از طریق حذف سطر/ستون
- 0 رفع آلیاسینگ با اعمال فیلتر بلار

بزرگنمایی

Zooming

افزایش تعداد پیکسل‌ها در یک تصویر؛
تا تصویر بزرگ‌تر به نظر برسد.

(oversampling)

- 0 تکرار پیکسل‌ها (replication)
- 0 درونیابی نزدیک‌ترین همسایه
- 0 درونیابی دوخطی (Bilinear)
- 0 درونیابی دومکعبی (Bicubic)
- 0 درونیابی‌های مرتبه بالاتر

درونیابی تصویر

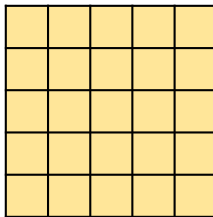
درونیابی

IMAGE INTERPOLATION

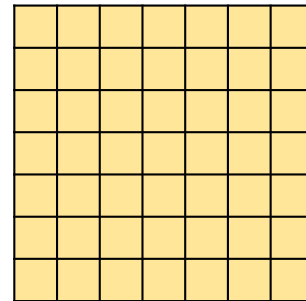
فرآیند استفاده از داده‌های معلوم برای تخمین مقادیر در مکان‌های نامعلوم

درونیابی
Interpolation

به پیکسل با مقدار نامعلوم، از روی سایر پیکسل‌های معلوم، مقداری داده می‌شود.



5×5 image



7×7 image

درون‌یابی تصویر

درون‌یابی نزدیک‌ترین همسایه

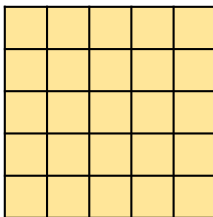
IMAGE INTERPOLATION

فرآیند استفاده از داده‌های معلوم برای تخمین مقادیر در مکان‌های نامعلوم

درون‌یابی
Interpolation

به پیکسل با مقدار نامعلوم،
مقدار **نزدیک‌ترین پیکسل معلوم** نسبت داده می‌شود.

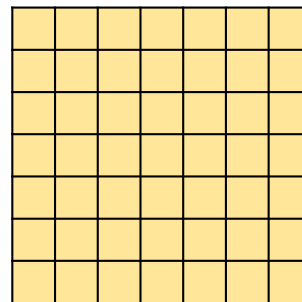
درون‌یابی نزدیک‌ترین همسایه
Nearest Neighbor Interpolation



5 × 5 image



یک آرایه‌ی 7×7 می‌سازیم.
سپس آن را به اندازه‌ی تصویر اصلی کوچک
تصور می‌کنیم (تا دقیقاً روی آن بیفتد).
به **نزدیک‌ترین پیکسل در تصویر اصلی نگاه**
می‌کنیم و مقدار شدت رنگ آن را به پیکسل
مربوطه در تصویر جدید نسبت می‌دهیم.



7 × 7 image

درون‌یابی تصویر

درون‌یابی دوخطی

IMAGE INTERPOLATION

فرآیند استفاده از داده‌های معلوم برای تخمین مقادیر در مکان‌های نامعلوم

درون‌یابی
Interpolation

به پیکسل با مقدار نامعلوم، مقداری بر اساس
چهار نزدیک‌ترین پیکسل معلوم نسبت داده می‌شود.

درون‌یابی دوخطی
Bilinear Interpolation

$$v(x, y) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 a_{ij} x^i y^j = ax + by + cxy + d$$

چهار ضریب نامعلوم

از روی چهار نقطه‌ی معلوم که نزدیک‌ترین نقاط به نقطه‌ی مجهول هستند، محاسبه می‌شود.
(دستگاه ۴ معادله ۴ مجهولی)

* هزینه‌ی محاسباتی این روش بیشتر است، اما کیفیت تصویر حاصل بالاتر است.

بزرگنمایی و کوچکنمایی تصاویر دیجیتال

مثال

ZOOMING AND SHRINKING DIGITAL IMAGES



درون‌یابی نزدیک‌ترین همسایه
(تکرار پیکسل)

درون‌یابی دوخطی (Bilinear)

a	b	c
d	e	f

Top row: images zoomed from 128×128 , 64×64 , and 32×32 pixels to 1024×1024 pixels, using nearest neighbor gray-level interpolation. Bottom row: same sequence, but using bilinear interpolation.

درون‌یابی تصویر

درون‌یابی دومتکعبی

IMAGE INTERPOLATION

فرآیند استفاده از داده‌های معلوم برای تخمین مقادیر در مکان‌های نامعلوم

درون‌یابی
Interpolation

به پیکسل با مقدار نامعلوم، مقداری بر اساس
شانزده نزدیک‌ترین پیکسل معلوم نسبت داده می‌شود.

درون‌یابی دومتکعبی
Bicubic Interpolation

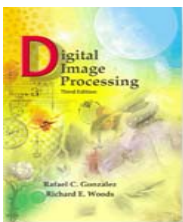
$$v(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j$$

شانزده ضریب نامعلوم

از روی شانزده نقطه‌ی معلوم که نزدیک‌ترین نقاط به نقطه‌ی مجهول هستند، محاسبه می‌شود.
(دستگاه ۱۶ معادله ۱۶ مجهولی)

* هزینه‌ی محاسباتی این روش بیشتر است، اما کیفیت تصویر حاصل بالاتر است.

** روش استاندارد مورد استفاده در نرم‌افزارهای ویرایش تصویر تجاری مثل: Adobe Photoshop



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction

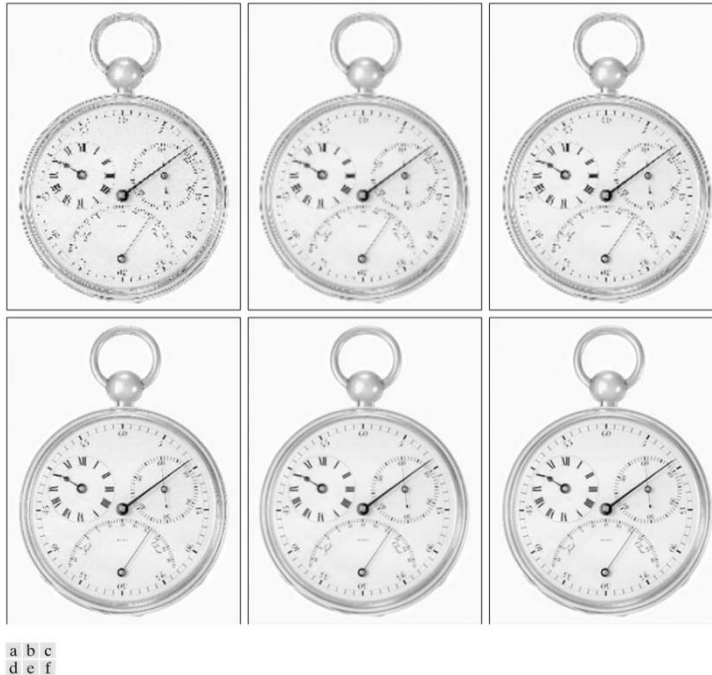
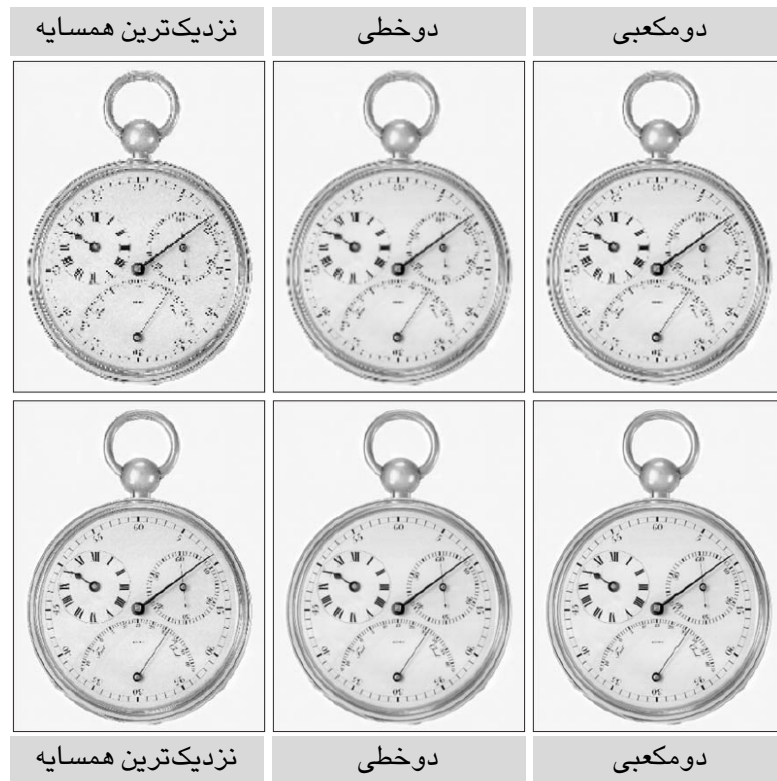


FIGURE 2.24 (a) Image reduced to 72 dpi and zoomed back to its original size (3692×2812 pixels) using nearest neighbor interpolation. This figure is the same as Fig. 2.20(d). (b) Image shrunk and zoomed using bilinear interpolation. (c) Same as (b) but using bicubic interpolation. (d)–(f) Same sequence, but shrinking down to 150 dpi instead of 72 dpi [Fig. 2.24(d) is the same as Fig. 2.20(e)]. Compare Figs. 2.24(e) and (f), especially the latter, with the original image in Fig. 2.20(a).

بزرگنمایی و کوچکنمایی تصاویر دیجیتال

مثال

ZOOMING AND SHRINKING DIGITAL IMAGES



تصویر اصلی در اندازه‌ی 3692×2812 به 72 dpi کاهش رزولوشن داده شده و مجدد به اندازه‌ی اصلی برگردانده شده است.

تصویر اصلی در اندازه‌ی 3692×2812 به 150 dpi کاهش رزولوشن داده شده و مجدد به اندازه‌ی اصلی برگردانده شده است.

مبانی تصویر دیجیتال

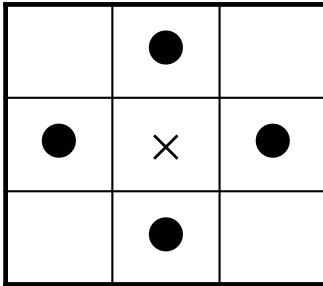
۵

برخی
روابط پایه
میان
پیکسل‌ها

برخی روابط پایه میان پیکسل‌ها

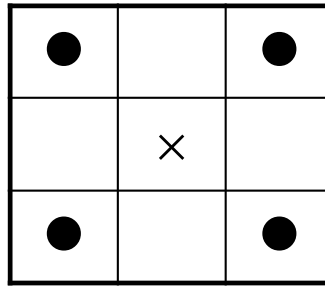
(۱) همسایه‌های یک پیکسل

SOME BASIC RELATIONSHIPS BETWEEN PIXELS: NEIGHBORS OF A PIXEL



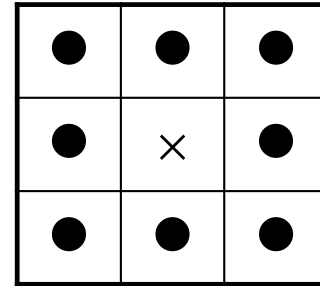
$$N_4(p)$$

۴ همسایه :
مجموعه‌ی همسایه‌های
افقی و عمودی



$$N_D(p)$$

۴ همسایه :
مجموعه‌ی همسایه‌های
قطری



$$N_8(p)$$

۸ همسایه :
مجموعه‌ی همسایه‌های
افقی، عمودی و قطری

$$N_8(p) = N_4(p) \cup N_D(p)$$

برخی روابط پایه میان پیکسل‌ها

(۲) مجاورت

SOME BASIC RELATIONSHIPS BETWEEN PIXELS: ADJACENCY

دو پیکسل مجاور هستند اگر همسایه باشند و مقدار مشابهی (بر اساس یک معیار شباهت) داشته باشند.

مجاورت
Adjacency

دو پیکسل مجاور-۴ هستند اگر همسایه‌ی افقی/عمودی باشند و مقدار مشابهی داشته باشند.

مجاورت چهار
4-Adjacency

Two pixels p and q with values from V are 4-adjacent if q is in the set $N_4(p)$.

دو پیکسل مجاور-۸ هستند اگر همسایه‌ی افقی/عمودی/قطری باشند و مقدار مشابهی داشته باشند.

مجاورت هشت
4-Adjacency

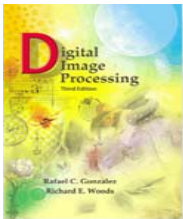
Two pixels p and q with values from V are 4-adjacent if q is in the set $N_8(p)$.

دو پیکسل مجاور مخلوط هستند اگر مجاور-۴ باشند یا مجاور قطری باشند و هیچ دو همسایه‌ی مجاور-۴ مشترکی نداشته باشند.

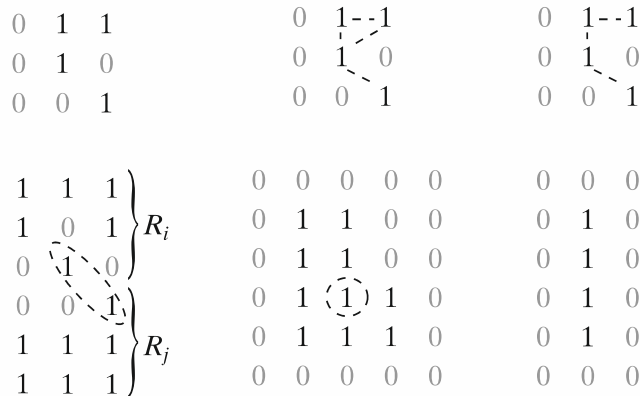
مجاورت مخلوط
m-Adjacency

Two pixels p and q with values from V are m-adjacent if

- q is in the set $N_4(p)$ or
- q is in the set $N_D(p)$ and the set $N_4(p) \cap N_4(q)$ has no pixels whose values are from V .



Chapter 2 Introduction



a	b	c
d	e	f

FIGURE 2.25 (a) An arrangement of pixels. (b) Pixels that are 8-adjacent (adjacency is shown by dashed lines; note the ambiguity). (c) m -adjacency. (d) Two regions (of 1s) that are adjacent if 8-adjacency is used. (e) The circled point is part of the boundary of the 1-valued pixels only if 8-adjacency between the region and background is used. (f) The inner boundary of the 1-valued region does not form a closed path, but its outer boundary does.

برخی روابط پایه میان پیکسل‌ها

(۳) مسیر و همبندی

SOME BASIC RELATIONSHIPS BETWEEN PIXELS: PATH AND CONNECTIVITY

مسیر <i>Path</i>	دنباله‌ای از پیکسل‌های مجاور (طول مسیر / مسیر بسته)
همبندی <i>Connectivity</i>	همبندی در زیرمجموعه‌ی S از یک تصویر: دو پیکسل همبند هستند، هرگاه مسیری بین آن دو وجود داشته باشد که کاملاً درون S قرار گیرد.
مؤلفه‌ی همبند <i>Connected Component</i>	مؤلفه‌ی همبند S : مجموعه‌ی همه‌ی پیکسل‌ها در S که به یک پیکسل داده شده در S همبند باشد.
ناحیه <i>Region</i>	ناحیه در یک تصویر
مرز/کناره/هم‌دور <i>Boundary / Border / Contour</i>	مرز، کناره یا هم‌دور یک ناحیه
لبه <i>Edge</i>	یک مسیر از یک یا چند پیکسل که دو ناحیه از سطوح خاکستری با تفاوت چشمگیر را جدا می‌کند.

برخی روابط پایه میان پیکسل‌ها

(۲) مجاورت: مثال

SOME BASIC RELATIONSHIPS BETWEEN PIXELS: ADJACENCY

(۱) آرایشی از پیکسل‌ها

0	1	1
0	1	0
0	0	1

(۲) پیکسل‌های مجاور-۸

0	1	-1
0	1	0
0	0	1

(۳) پیکسل‌های مجاور مخلوط

0	1	-1
0	1	0
0	0	1

(۴) دو ناحیه از ۱ها که مجاور هستند، اگر از مجاورت-۸ استفاده شود.

1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1
1	1	1
1	1	1

$\left. \begin{matrix} R_i \\ R_j \end{matrix} \right\}$

(۵) بخش مرز پیکسل‌های دارای مقدار 1 اگر مجاورت-۸ بین ناحیه و پس‌زمینه در نظر گرفته شود.

0	0	0	0	0
0	1	1	0	0
0	1	1	0	0
0	1	(1)	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

(۶) مرز داخلی ناحیه‌ی پیکسل‌های دارای مقدار 1 یک مسیر بسته تشکیل نمی‌دهد، اما مرز بیرونی مسیر بسته تشکیل می‌دهد.

0	0	0
0	1	0
0	1	0
0	1	0
0	1	0
0	0	0

برخی روابط پایه میان پیکسل‌ها

(۴) معیارهای فاصله

SOME BASIC RELATIONSHIPS BETWEEN PIXELS: DISTANCE MEASURES

تابع فاصله

Distance Function

تابعی از دو نقطه، p و q که سه شرط زیر را برآورده کند:

$$(a) D(p, q) \geq 0$$

$$(b) D(p, q) = D(q, p), \text{ and}$$

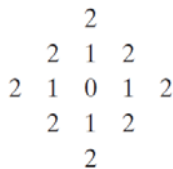
$$(c) D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$$

$$D_e(p, q) = \sqrt{(x-s)^2 + (y-t)^2}$$

فاصله‌ی اقلیدسی

Euclidean Distance

نقاط هم‌فاصله: روی دایره



$$D_4(p, q) = |x-s| + |y-t|$$

فاصله‌ی بلوک-شهری

City-Block Distance

نقاط هم‌فاصله: روی لوزی



$$D_8(p, q) = \max(|x-s|, |y-t|)$$

فاصله‌ی صفحه شطرنجی

Chessboard Distance

نقاط هم‌فاصله: روی مربع



۶

مقدمه‌ای بر
ابزارهای
ریاضی
مورد استفاده
در پردازش
تصویر
دیجیتال

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

	عملیات آرایه‌ای و ماتریسی <i>Array and Matrix Operations</i>
	عملیات خطی و غیرخطی <i>Linear and Non-Linear Operations</i>
	عملیات حسابی <i>Arithmetic Operations</i>
عملیات مجموعه‌ای پایه، عملیات منطقی مجموعه‌های فازی	عملیات مجموعه‌ای و منطقی <i>Set and Logical Operations</i>
عملیات تک-پیکسلی، عملیات همسایه‌ای تبدیل‌های مکانی هندسی و رجیستر کردن تصویر	عملیات مکانی <i>Spatial Operations</i>
	عملیات برداری و ماتریسی <i>Vector and Matrix Operations</i>
تبدیل فوریه، تبدیل کسینوسی، تبدیل موجک، ...	تبدیل‌های تصویر <i>Image Transforms</i>
	روش‌های احتمالاتی <i>Probabilistic Methods</i>

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات آرایه‌ای و ماتریسی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات آرایه‌ای و ماتریسی

Array and Matrix Operations

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

ضرب آرایه‌ای

Array Product

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

ضرب ماتریسی

Matrix Product

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات خطی و غیرخطی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات خطی و غیرخطی

Linear and Non-Linear Operations

$$\text{عملگر خطی} \quad H[f(x, y)] = g(x, y)$$

$$\begin{aligned} H[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] &= a_i H[f_i(x, y)] + a_j H[f_j(x, y)] \\ &= a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum [a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] &= \sum a_i f_i(x, y) + \sum a_j f_j(x, y) \\ &= a_i \sum f_i(x, y) + a_j \sum f_j(x, y) \\ &= a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y) \end{aligned}$$

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات حسابی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات حسابی

Arithmetic Operations

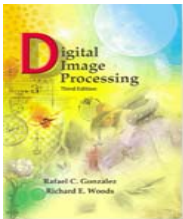
$$s(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$$

$$d(x, y) = f(x, y) - g(x, y)$$

$$p(x, y) = f(x, y) \times g(x, y)$$

$$v(x, y) = f(x, y) \div g(x, y)$$

$$x = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \text{ and } y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction

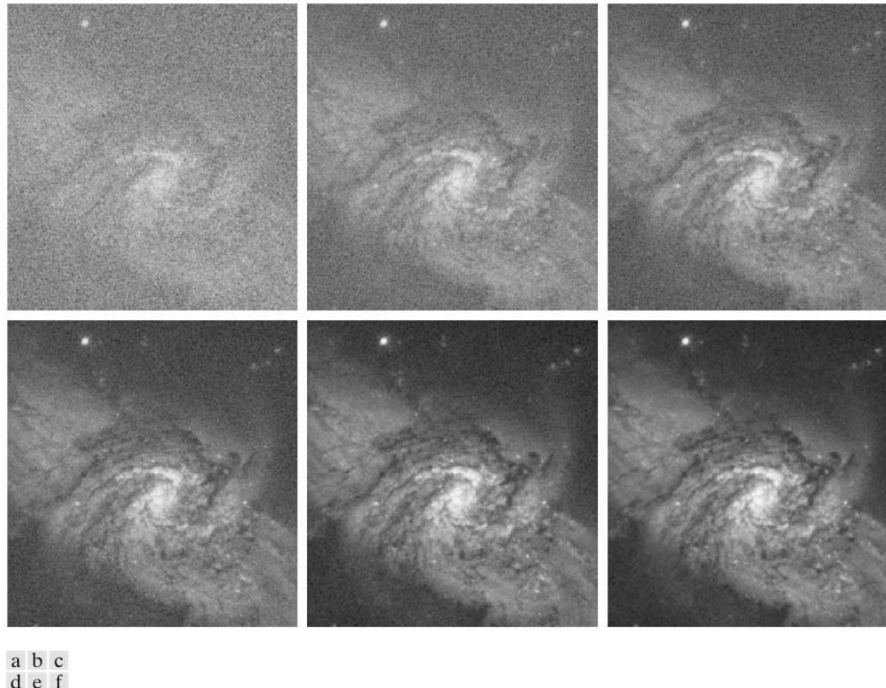


FIGURE 2.26 (a) Image of Galaxy Pair NGC 3314 corrupted by additive Gaussian noise. (b)–(f) Results of averaging 5, 10, 20, 50, and 100 noisy images, respectively. (Original image courtesy of NASA.)

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات حسابی: کاربرد جمع در کاهش نویز

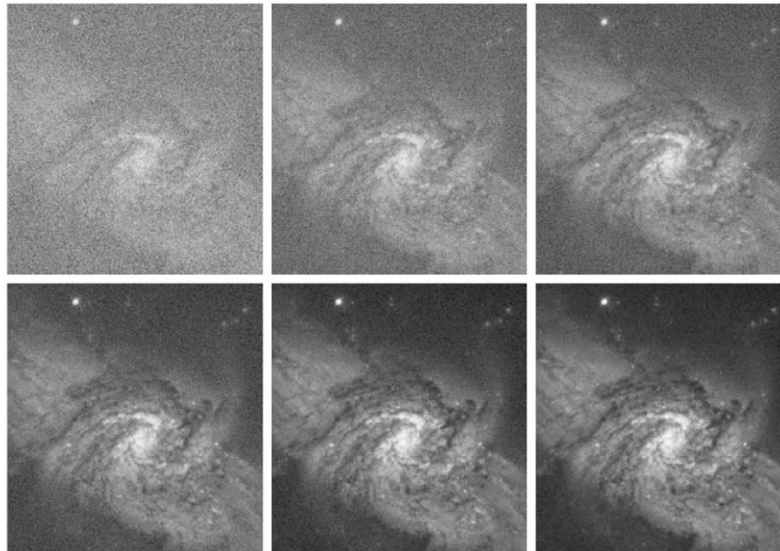
ADDITION (AVERAGING) OF NOISY IMAGES FOR NOISE REDUCTION

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K g_i(x, y)$$

(۳) متوسط گیری
۵ تصویر نویزی

(۱)
تصویر تخریب شده
با افزودن نویز
گاوسی

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$



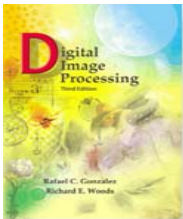
(۲)
متوسط گیری
۲۰ تصویر نویزی

(۳)
متوسط گیری
۱۰ تصویر نویزی

(۳)
متوسط گیری
۱۰۰ تصویر نویزی

(۲)
متوسط گیری
۵۰ تصویر نویزی

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$$

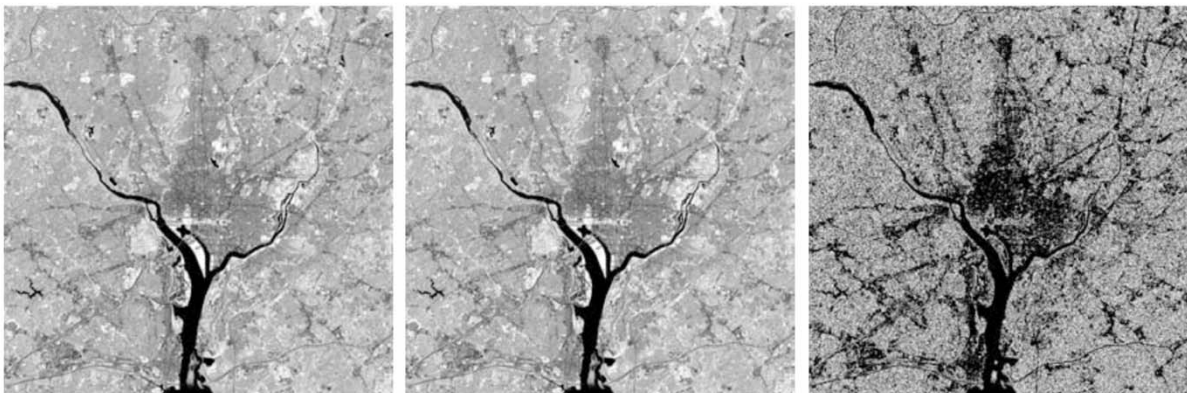


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



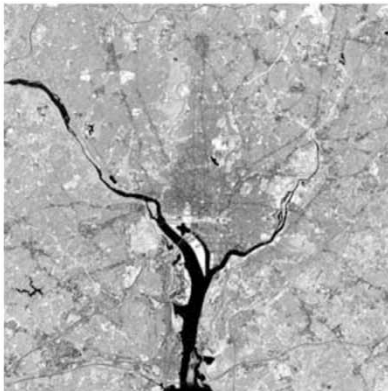
a b c

FIGURE 2.27 (a) Infrared image of the Washington, D.C. area. (b) Image obtained by setting to zero the least significant bit of every pixel in (a). (c) Difference of the two images, scaled to the range $[0, 255]$ for clarity.

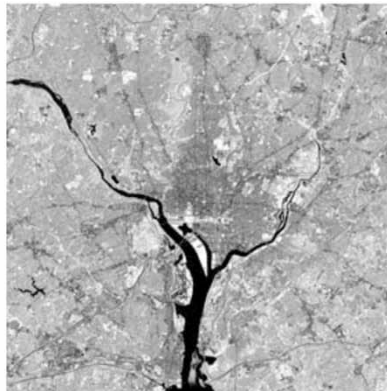
ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات حسابی: کاربرد تفریق برای برجسته‌سازی تفاوت‌ها

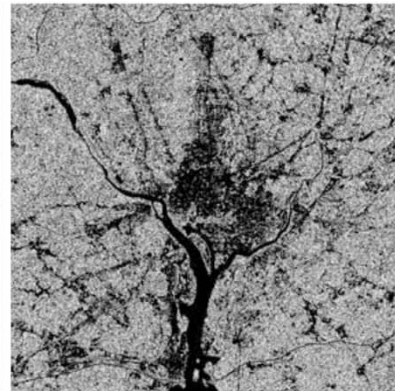
ENHANCING DIFFERENCES



(۱) تصویر مادون قرمز از یک شهر

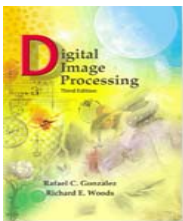


(۲) تصویر حاصل از صفر کردن بیت کم‌ارزش همه‌ی پیکسل‌ها



(۳) تفاضل دو تصویر قبلی،
مقیاس‌دهی در بازه $[0, 255]$

$$g(x, y) = f(x, y) - h(x, y)$$



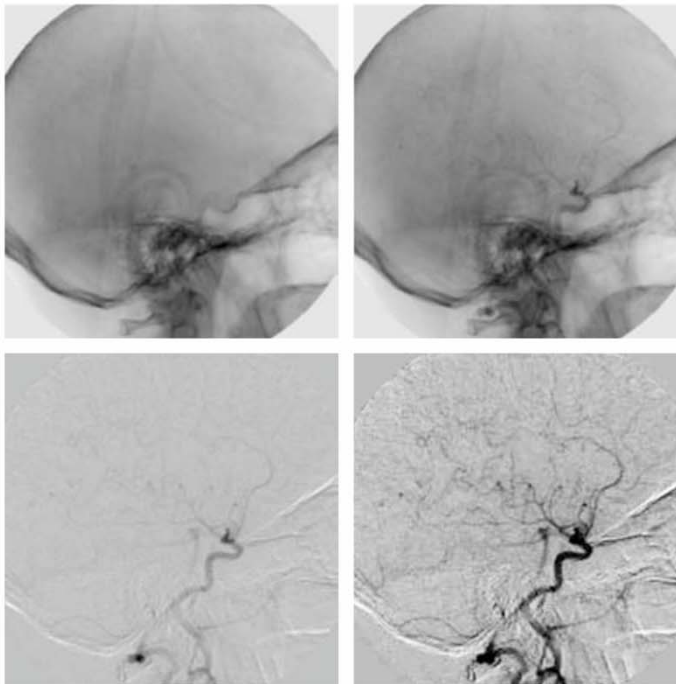
Chapter 2

Introduction

a b
c d

FIGURE 2.28

Digital subtraction angiography. (a) Mask image. (b) A live image. (c) Difference between (a) and (b). (d) Enhanced difference image. (Figures (a) and (b) courtesy of The Image Sciences Institute, University Medical Center, Utrecht, The Netherlands.)

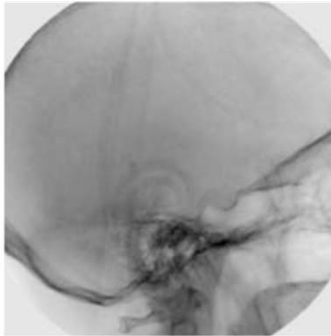


ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

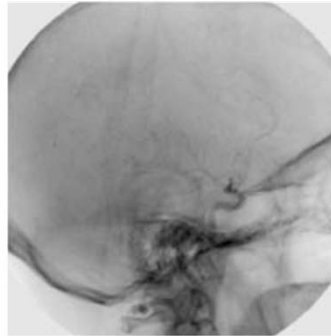
عملیات حسابی: کاربرد تفریق برای آشکارسازی تغییر: آنژیوگرافی با تفریق دیجیتال

CHANGE DETECTION: DIGITAL SUBTRACTION ANGIOGRAPHY

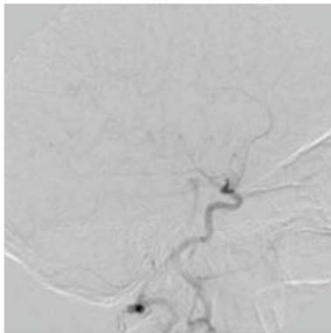
(۱)
تصویر ماسک



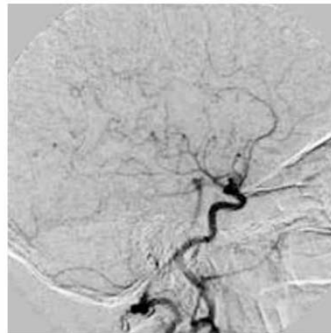
(۲)
یک تصویر زنده



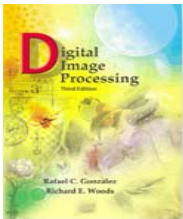
(۳)
تفاضل دو تصویر ۱ و ۲



(۴)
تصویر تفاضل
بهبودیافته با مقیاس دهی



$$g(x, y) = f(x, y) - h(x, y)$$

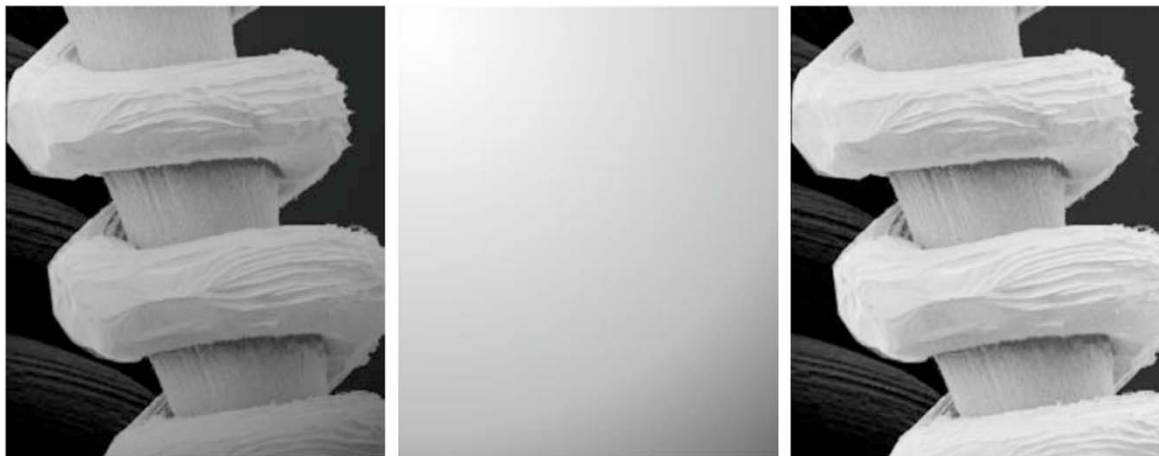


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



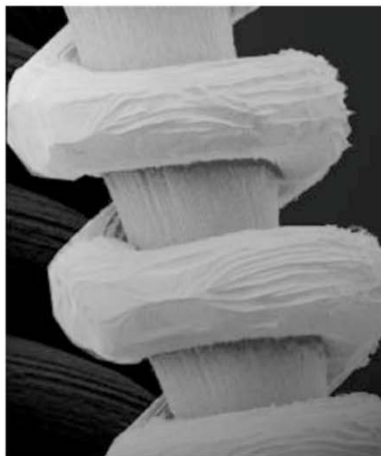
a b c

FIGURE 2.29 Shading correction. (a) Shaded SEM image of a tungsten filament and support, magnified approximately 130 times. (b) The shading pattern. (c) Product of (a) by the reciprocal of (b). (Original image courtesy of Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات حسابی: کاربرد ضرب و تقسیم برای اصلاح سایه

USING IMAGE MULTIPLICATION AND DIVISION FOR SHADING CORRECTION



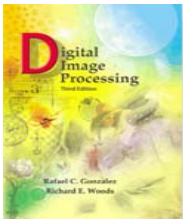
(۱) تصویر SEM سایه دار از فیلامان تنگستن و تکیه گاه آن با بزرگنمایی تقریباً ۱۳۰ برابر



(۲) الگوی سایه



(۳) ضرب تصویر ۱ در تصویر ۲



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b c

FIGURE 2.30 (a) Digital dental X-ray image. (b) ROI mask for isolating teeth with fillings (white corresponds to 1 and black corresponds to 0). (c) Product of (a) and (b).

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات حسابی: کاربرد ضرب در تصویربرداری دندان با اشعه ایکس

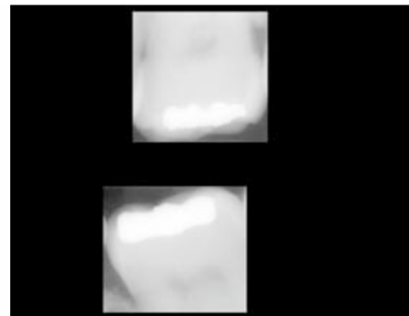
DIGITAL DENTAL X-RAY IMAGING



(۱) تصویر دندان با اشعه ایکس



(۲) ماسک ناحیه‌ی مورد نظر ROI برای
جداسازی دندان‌های خاص



(۳) ضرب تصویر ۱ در تصویر ۲

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات حسابی: مقیاس‌دهی تصویر برای نرمال‌سازی بازه‌ی خاکستری

$$f_m = f - \min(f)$$

$$f_s = K \left[f_m / \max(f_m) \right]$$

with 8-bit images, setting $K = 255$

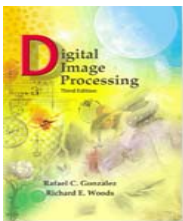
ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مجموعه‌ای و منطقی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات مجموعه‌ای و منطقی

Set and Logical Operations

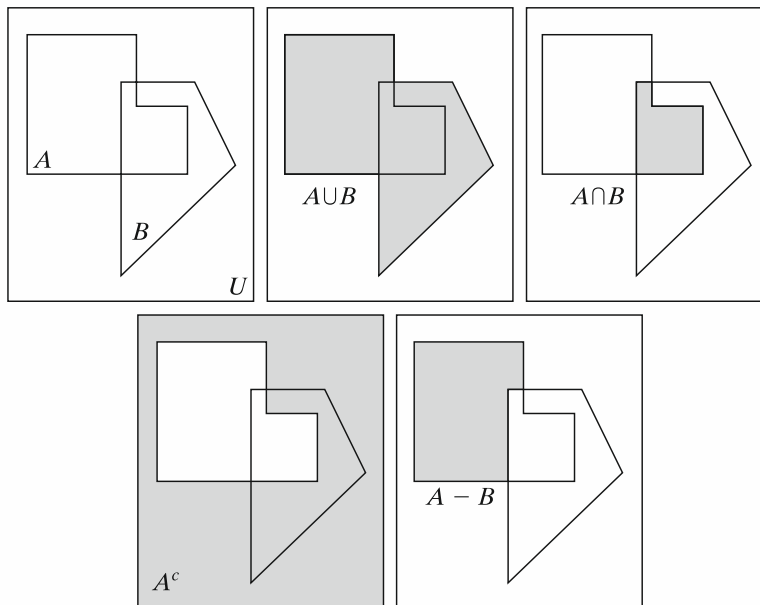


Chapter 2 Introduction

a b c
d e

FIGURE 2.31

(a) Two sets of coordinates, A and B , in 2-D space. (b) The union of A and B . (c) The intersection of A and B . (d) The complement of A . (e) The difference between A and B . In (b)–(e) the shaded areas represent the members of the set operation indicated.



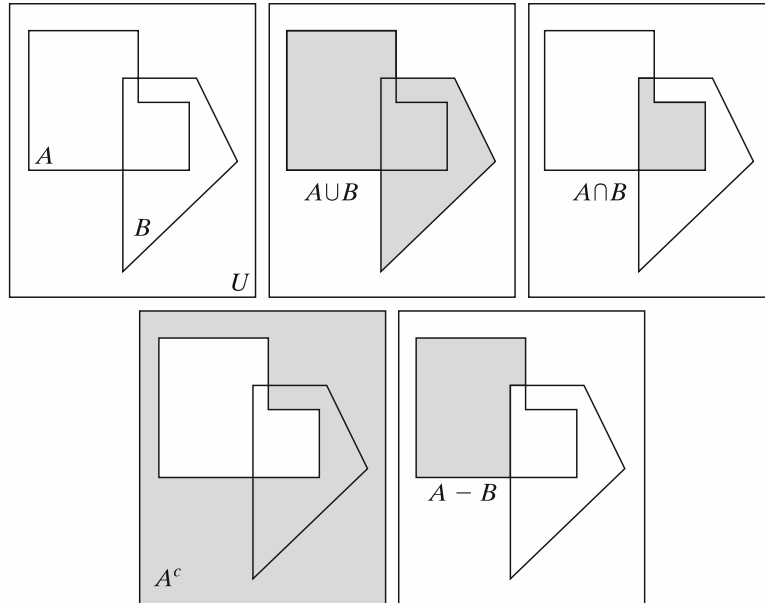
ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

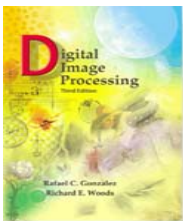
عملیات مجموعه‌ای و منطقی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات مجموعه‌ای

Set Operations

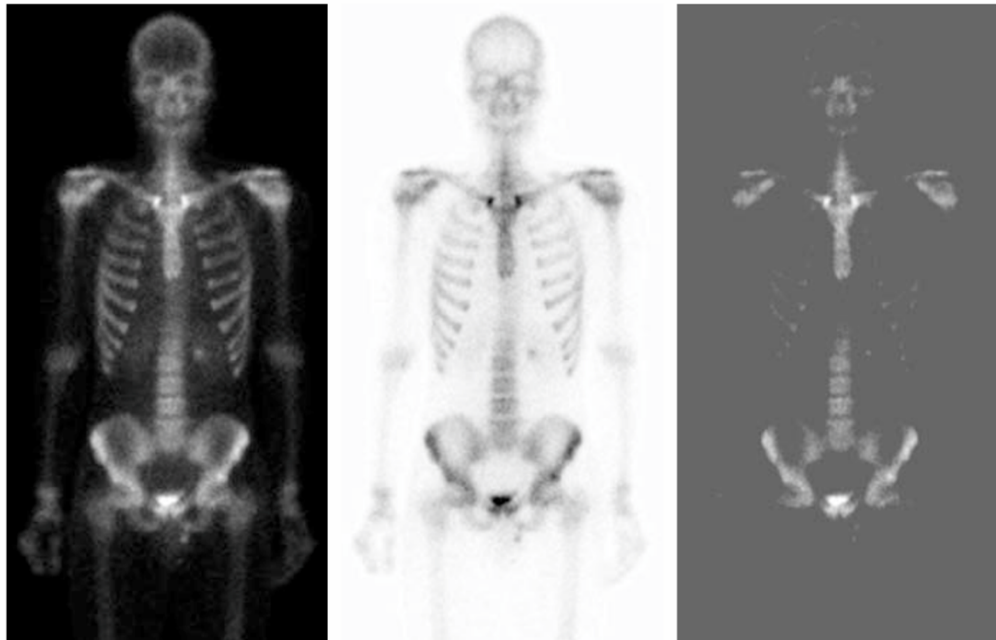




Chapter 2 Introduction

a b c

FIGURE 2.32 Set operations involving gray-scale images. (a) Original image. (b) Image negative obtained using set complementation. (c) The union of (a) and a constant image. (Original image courtesy of G.E. Medical Systems.)



ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مجموعه‌ای و منطقی: مثال

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات مجموعه‌ای شامل تصاویر سطح خاکستری



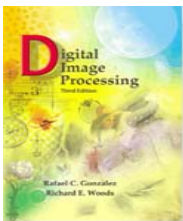
۱) تصویر اصلی



۲) تصویر نگاتیو، حاصل از مکمل مجموعه‌ای



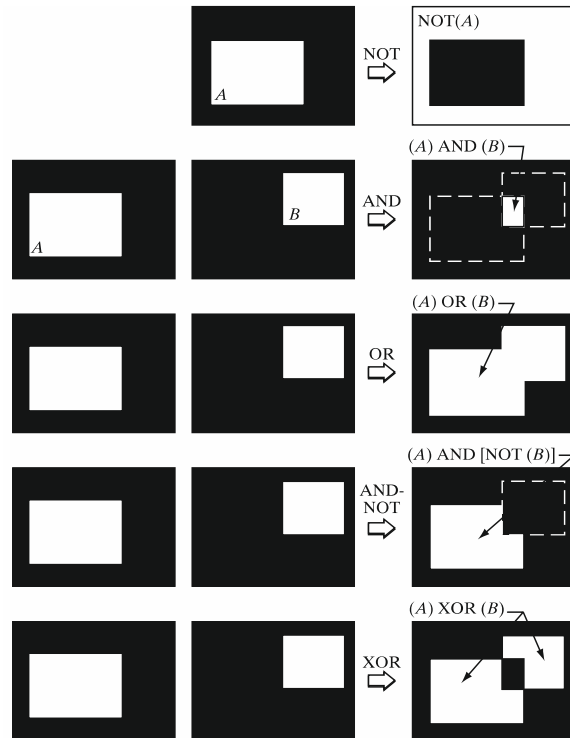
۳) اجتماع تصویر ۱ و یک تصویر ثابت



Chapter 2 Introduction

FIGURE 2.33

Illustration of logical operations involving foreground (white) pixels. Black represents binary 0s and white binary 1s. The dashed lines are shown for reference only. They are not part of the result.



ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مجموعه‌ای و منطقی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات منطقی

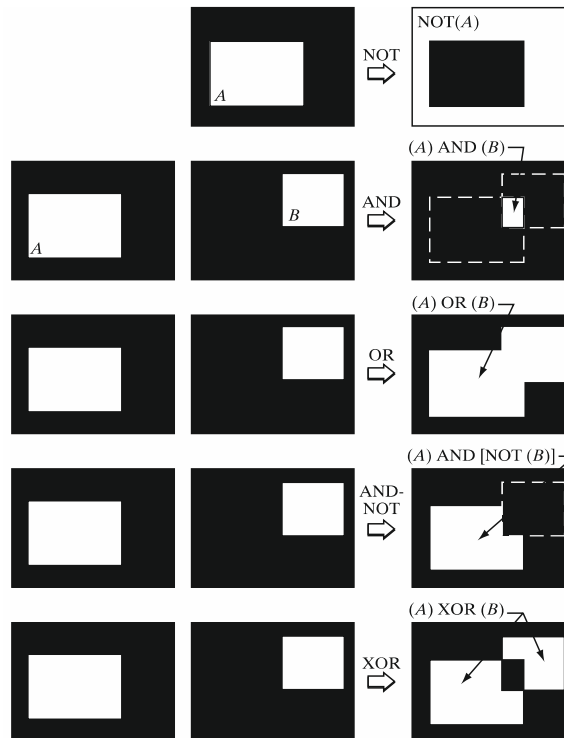
Logical Operations

دو تصاویر هم‌اندازه می‌توانند با عملیات حسابی جمع، تفریق، ضرب، تقسیم یا عملیات منطقی AND، OR و NOT با هم ترکیب شوند.

چنین عملیاتی بر روی جفتی از پیکسل‌های متناظر آنها صورت می‌گیرد.

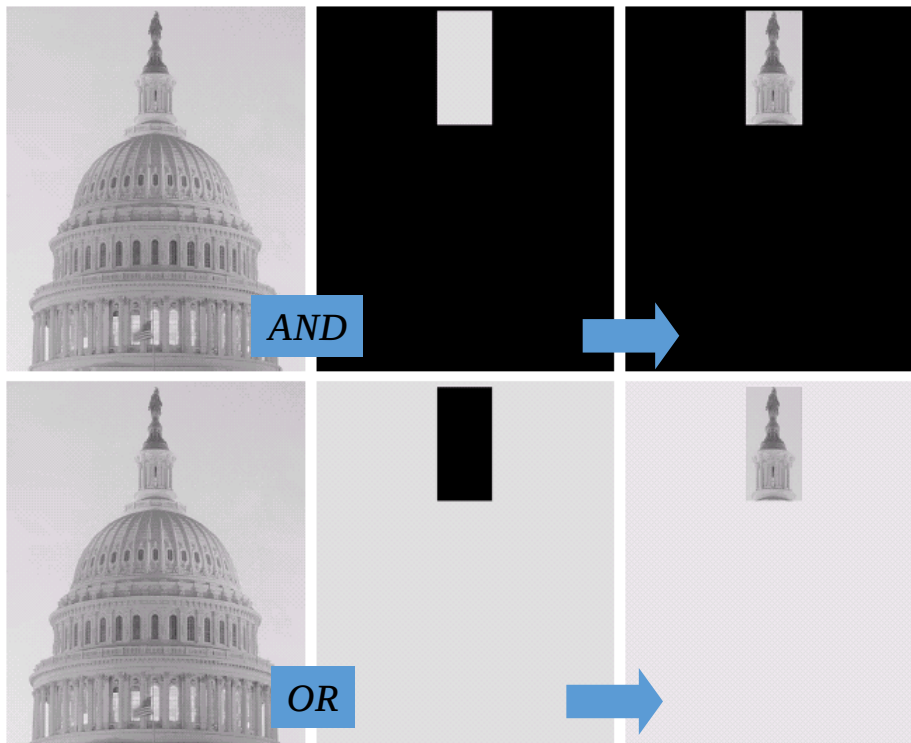
معمولاً یکی از این تصاویر تصویر واقعی است و دیگری **ماسک** تولید شده توسط ماشین است.

(ماسک معمولاً یک تصویر دودویی است که فقط از پیکسل‌های 0 و 1 ساخته شده است.)



ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مجموعه‌ای و منطقی: مثال (عملیات منطقی)



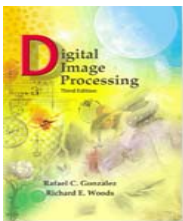
ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مکانی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات مکانی
Spatial Operations

- 0 عملیات تک-پیکسلی
- 0 عملیات همسایه‌ای
- 0 تبدیل‌های مکانی هندسی و رجیستر کردن (تثبیت) تصویر



Chapter 2

Introduction

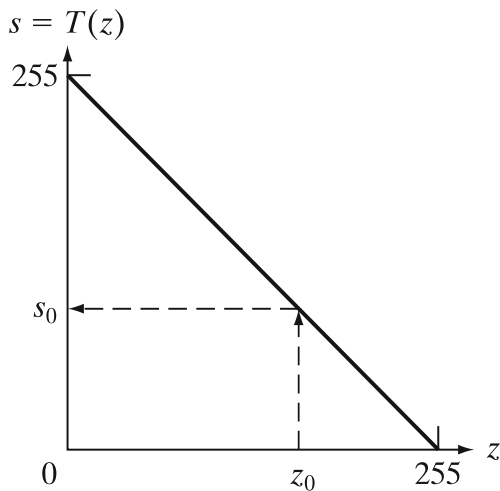
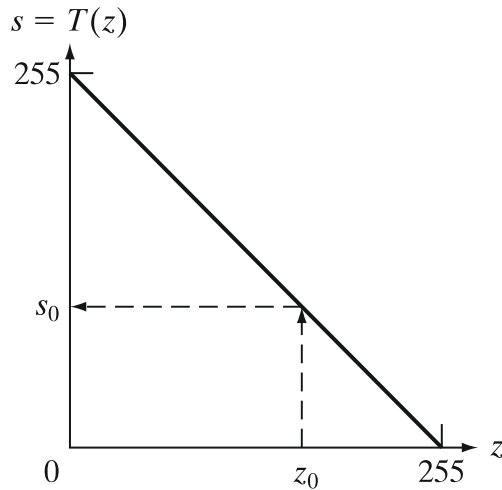


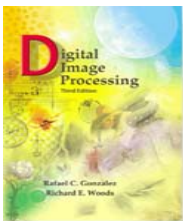
FIGURE 2.34 Intensity transformation function used to obtain the negative of an 8-bit image. The dashed arrows show transformation of an arbitrary input intensity value z_0 into its corresponding output values s_0 .

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مکانی: عملیات تک-پیکسلی: مثال

SINGLE-PIXEL OPERATION

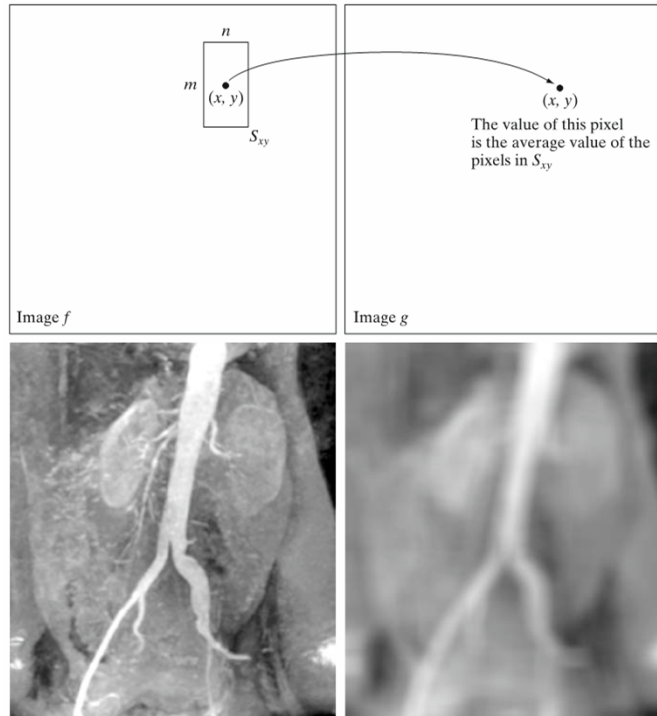
تابع تبدیل شدت رنگ برای نگاتیو کردن تصویر ۸ بیتی



Chapter 2 Introduction

a b
c d

FIGURE 2.35
Local averaging using neighborhood processing. The procedure is illustrated in (a) and (b) for a rectangular neighborhood. (c) The aortic angiogram discussed in Section 1.3.2. (d) The result of using Eq. (2.6-21) with $m = n = 41$. The images are of size 790×686 pixels.

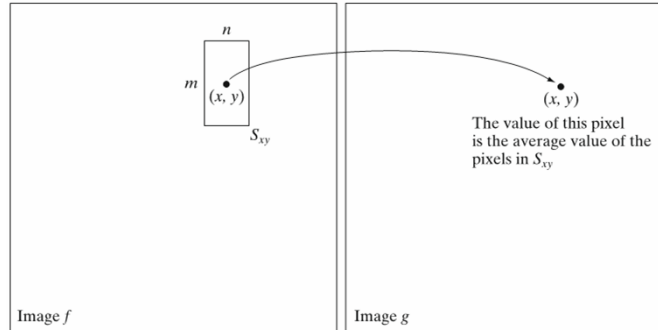


ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مکانی : عملیات همسایه‌ای : مثال

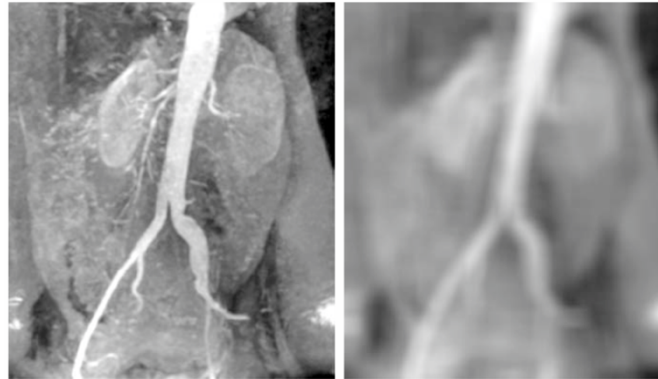
NEIGHBORHOOD OPERATION

(۱)
یک همسایگی مستطیلی



(۲)
حاصل محاسبه از روی
همسایگی مستطیلی
در یک پیکسل تصویر جدید
قرار می‌گیرد.

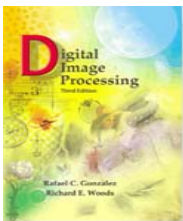
(۳)
تصویر آنژیوگرام آئورتی



(۴)
حاصل میانگین‌گیری همسایه‌ای

$$g(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r, c) \in S_{xy}} f(r, c)$$

میانگین‌گیری محلی با استفاده از پردازش همسایه‌ای



Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction

TABLE 2.2

Affine transformations based on Eq. (2.6-23).

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v \cos \theta - w \sin \theta$ $y = v \sin \theta + w \cos \theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مکانی: عملیات مکانی هندسی و تثبیت تصویر

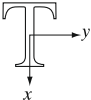
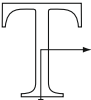
GEOMETRIC SPATIAL TRANSFORMATIONS AND IMAGE REGISTRATION

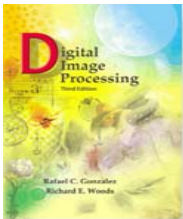
تبدیل‌های آفین

Affine Transformations

$$(x, y) = T\{(v, w)\}$$

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \mathbf{T} = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v \cos \theta - w \sin \theta$ $y = v \sin \theta + w \cos \theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	



Chapter 2

Introduction

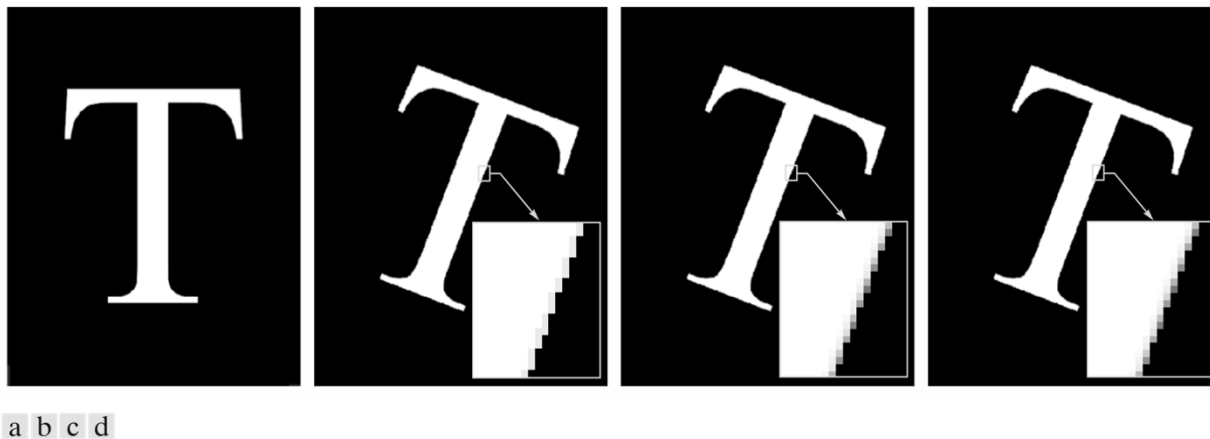
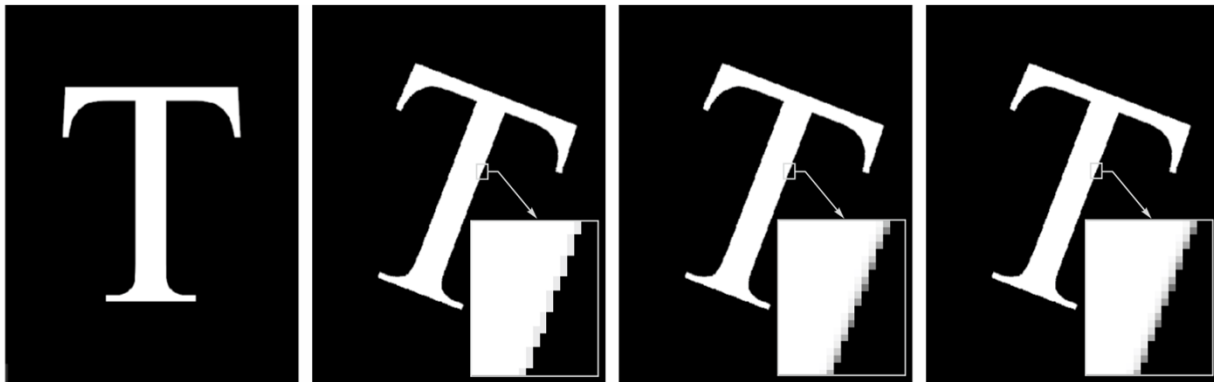


FIGURE 2.36 (a) A 300 dpi image of the letter T. (b) Image rotated 21° using nearest neighbor interpolation to assign intensity values to the spatially transformed pixels. (c) Image rotated 21° using bilinear interpolation. (d) Image rotated 21° using bicubic interpolation. The enlarged sections show edge detail for the three interpolation approaches.

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات مکانی: عملیات مکانی هندسی و تثبیت تصویر: مثال (تبدیل مکانی)

GEOMETRIC SPATIAL TRANSFORMATIONS AND IMAGE REGISTRATION



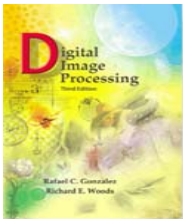
(۱) یک تصویر 300 dpi
از حرف T

(۲) دوران تصویر ۲۱ درجه
با استفاده از درونیابی
نزدیک‌ترین همسایه

(۳) دوران تصویر ۲۱ درجه
با استفاده از درونیابی
دوخطی

(۴) دوران تصویر ۲۱ درجه
با استفاده از درونیابی
دومکعبی

درونیابی برای مقداردهی به پیکسل‌های تبدیل‌یافته‌ی مکانی استفاده می‌شود.

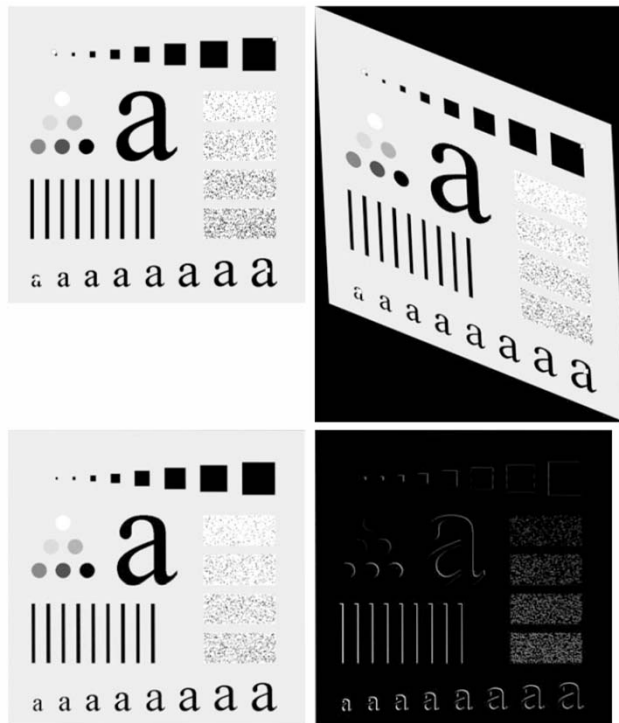


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b
c d

FIGURE 2.37

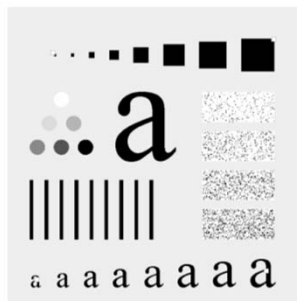
Image registration. (a) Reference image. (b) Input (geometrically distorted image). Corresponding tie points are shown as small white squares near the corners. (c) Registered image (note the errors in the border). (d) Difference between (a) and (c), showing more registration errors.

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

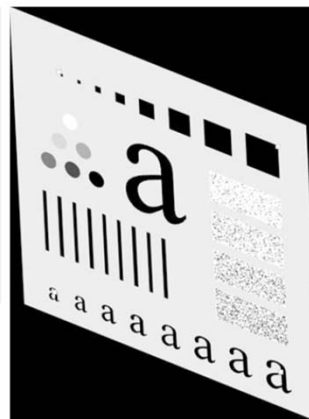
عملیات مکانی: عملیات مکانی هندسی و تثبیت تصویر: مثال (تثبیت)

GEOMETRIC SPATIAL TRANSFORMATIONS AND IMAGE REGISTRATION

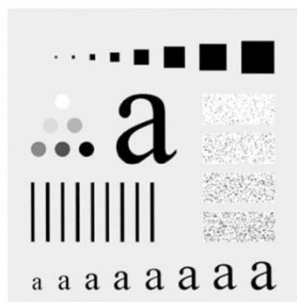
(۱)
تصویر مرجع



(۲)
ورودی:
تصویر تخریب شده
به لحاظ هندسی



(۳)
تصویر تثبیت شده
(به خطاها در گوشه‌ها توجه کنید.)



(۴)
تصویر تفاضل
بین ۱ و ۳:
نمایش بیشتر خطاهای تثبیت



تثبیت تصویر

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات برداری و ماتریسی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

عملیات برداری و ماتریسی

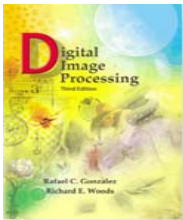
Vector and Matrix Operations

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} D(\mathbf{z}, \mathbf{a}) &= \left[(\mathbf{z} - \mathbf{a})^T (\mathbf{z} - \mathbf{a}) \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[(z_1 - a_1)^2 + (z_2 - a_2)^2 + \cdots + (z_n - a_n)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{A}(\mathbf{z} - \mathbf{a})$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \mathbf{n}$$

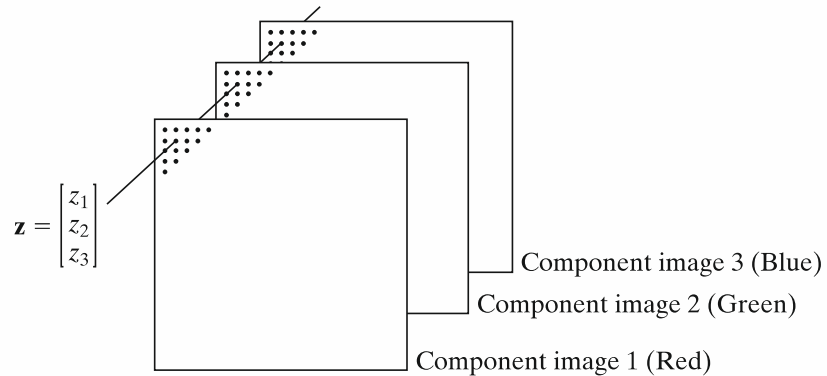


Chapter 2

Introduction

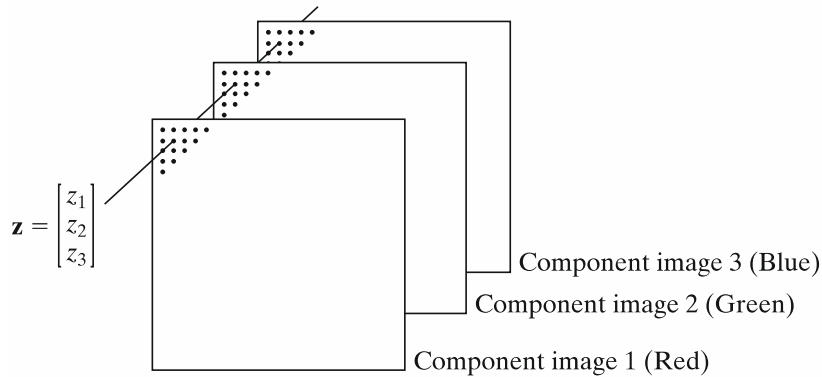
FIGURE 2.38

Formation of a vector from corresponding pixel values in three RGB component images.



ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

عملیات برداری و ماتریسی: مثال



تشکیل یک بردار از مقادیر پیکسل متناظر در سه مؤلفه‌ی تصویر RGB

ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

تبدیل‌های تصویر

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

تبدیل‌های تصویر

Image Transforms

تبدیل فوریه، تبدیل کسینوسی، تبدیل موجک، ...

متغیرهای تبدیل

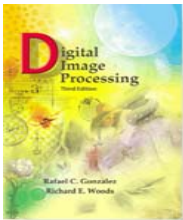
متغیرهای مکان

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) r(x, y, u, v)$$

$u = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ and $v = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ هسته‌ی تبدیل مستقیم
Forward Transformation Kernel

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u, v) s(x, y, u, v)$$

$x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ and $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ هسته‌ی تبدیل معکوس
Inverse Transformation Kernel

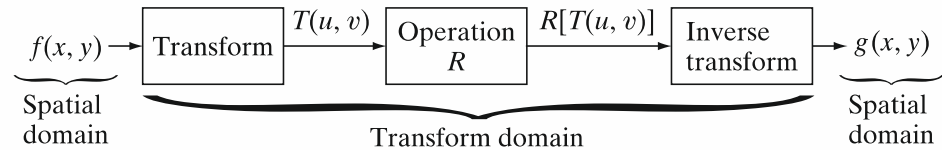


Chapter 2

Introduction

FIGURE 2.39

General approach for operating in the linear transform domain.



ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

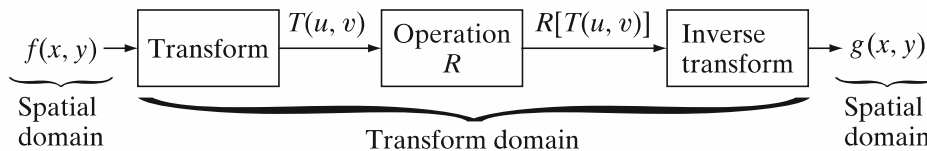
تبدیل‌های تصویر: تبدیل خطی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

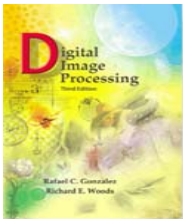
تبدیل‌های تصویر

Image Transforms

تبدیل فوریه، تبدیل کسینوسی، تبدیل موجک، ...



روی‌کرد عمومی برای عملیات در دامنه‌ی تبدیل خطی

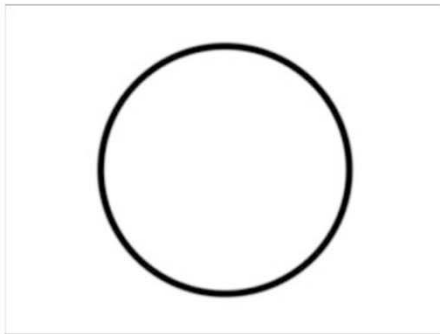


Chapter 2 Introduction

a b
c d

FIGURE 2.40

(a) Image corrupted by sinusoidal interference. (b) Magnitude of the Fourier transform showing the bursts of energy responsible for the interference. (c) Mask used to eliminate the energy bursts. (d) Result of computing the inverse of the modified Fourier transform. (Original image courtesy of NASA.)



ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

تبدیل‌های تصویر: مثال: پردازش تصویر در دامنه‌ی تبدیل

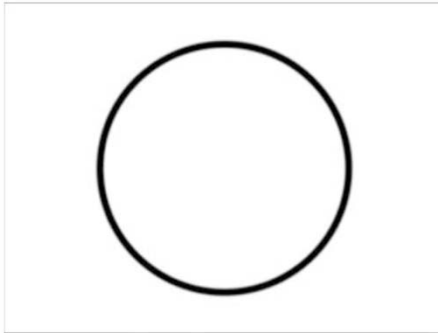
(۱)
تصویر خراب شده
با تداخل سینوسی



(۲)
اندازه‌ی تبدیل فوریه
نشان‌دهنده‌ی
شلیک‌های انرژی
مسئول تداخل



(۳)
ماسک
حوزه‌ی فرکانس
برای حذف
شلیک‌های انرژی



(۴)
نتیجه‌ی محاسبه‌ی
معکوس تبدیل
فوریه‌ی تغییر یافته



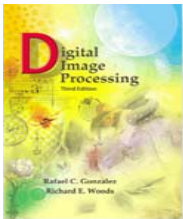
ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

روش‌های احتمالاتی

MATHEMATICAL TOOLS USED IN DIGITAL IMAGE PROCESSING

روش‌های احتمالاتی

Probabilistic Methods

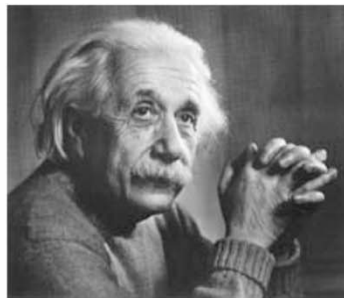
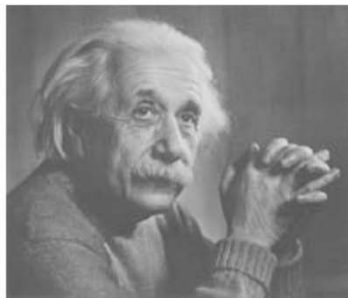


Digital Image Processing, 3rd ed.

Gonzalez & Woods

www.ImageProcessingPlace.com

Chapter 2 Introduction



a b c

FIGURE 2.41

Images exhibiting
(a) low contrast,
(b) medium
contrast, and
(c) high contrast.

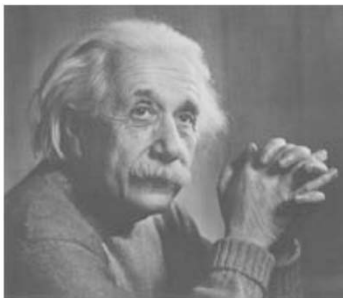
ابزارهای ریاضی مورد استفاده در پردازش تصویر دیجیتال

روشهای احتمالاتی: مثال

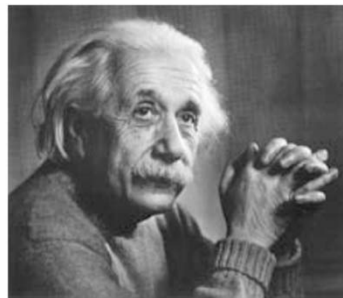
مقایسه‌ی مقادیر انحراف استاندارد شدت رنگ پیکسل‌ها به عنوان معیاری از کنتراست شدت رنگ تصویر



(۱) تصویر با کنتراست پایین
 $\sigma = 14.3$



(۲) تصویر با کنتراست متوسط
 $\sigma = 31.6$

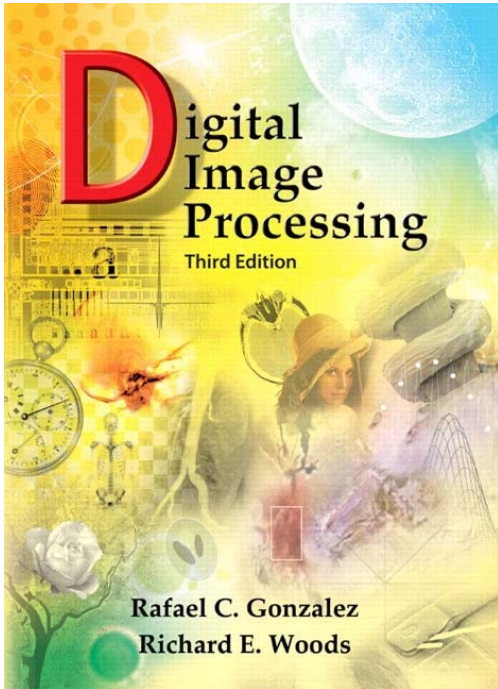


(۳) تصویر با کنتراست بالا
 $\sigma = 49.2$

مبانی تصویر دیجیتال



منابع



Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods,
Digital Image Processing,
Third Edition, Pearson Prentice Hall, 2008.
Chapter 2