



تکلیف شماره ۹

پخش نهم

بازشناسی اشیا

OBJECT RECOGNITION

◇ مسئله‌های تحلیلی - تشریحی

۱) نشان دهید که معادلات زیر به عنوان توابع تفکیک‌گر، کار یکسانی را برای طبقه‌بندی الگو انجام می‌دهند:

$$D_j(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{m}_j\|, \quad d_j(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{m}_j - \frac{1}{4} \mathbf{m}_j^T \mathbf{m}_j, \quad j = 1, 2, \dots, W.$$

۲) نشان دهید که سطح داده‌شده با معادله‌ی زیر، نیمساز عمود بر خط متصل‌کننده‌ی نقاط m -بعدی $\mathbf{m}_i$ و $\mathbf{m}_j$ است:

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j) - \frac{1}{4} (\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j)^T (\mathbf{m}_i + \mathbf{m}_j) = 0.$$

۳) نشان دهید که ضریب همبستگی $\gamma(x, y)$ مقادیری در بازه‌ی $[-1, 1]$ دارد. (راهنمایی: $\gamma(x, y)$ را در قالب بردار بیان کنید).

۴) طبقه‌های الگوی زیر دارای توابع چگالی احتمال گاوسی هستند:

$$\omega_1 : \{(0, 0)^T, (2, 0)^T, (2, 2)^T, (0, 2)^T\}, \quad \omega_2 : \{(4, 4)^T, (6, 4)^T, (6, 6)^T, (4, 6)^T\}$$

(الف) فرض کنید $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$ و معادله‌ی مرز تصمیم بین این دو طبقه را به دست آورید.

(ب) مرز تصمیم را رسم کنید.

۵) توابع تصمیم‌گیری بیز $d_j(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j)$, $j = 1, 2, \dots, W$ با استفاده از یک تابع اتلاف دودویی استخراج شده است. ثابت کنید که این توابع تصمیم، احتمال خطا را می‌نیم می‌کنند. (راهنمایی: خطای احتمال $p(e)$ برابر با $1 - p(c)$ است که در آن $p(c)$ احتمال درست بودن است. برای یک بردار الگوی $\mathbf{x}$ که متعلق به طبقه‌ی ω_i است، داریم: $p(c/\mathbf{x}) = p(\omega_i/\mathbf{x})$. پیدا کنید و نشان دهید که $p(c)$ ماکزیمم است $[p(e) \text{ می‌نیمم است}]$ وقتی که $p(\mathbf{x}/\omega_i)P(\omega_i)$ ماکزیمم باشد).

۶) دو دسته الگو در دو بعد توزیع شده‌اند، به صورتی که الگوهای طبقه‌ی ω_1 به صورت تصادفی روی محیط یک دایره به شعاع r_1 قرار گرفته‌اند و الگوهای طبقه‌ی ω_2 به صورت تصادفی روی محیط یک دایره به شعاع r_2 قرار گرفته‌اند، به طوری که $r_2 = 2r_1$ (دایره‌ها هم‌مرکز هستند). ساختار یک شبکه‌ی عصبی را مشخص کنید که دارای حداقل تعداد لایه‌ها و گره‌ها برای طبقه‌بندی مناسب الگوهای این دو طبقه الگو باشد.

۷) نشان دهید که $\beta = \max(|a|, |b|) - \alpha$ (شباهت رشته‌ها) صفر است اگر و فقط اگر a و b رشته‌های یکسانی باشند. α تعداد تطابق‌ها بین دو رشته‌ی a و b است.

◇ مسئله‌های برنامه‌نویسی کامپیوتری

۱)  در این تمرین می‌خواهیم از همبستگی برای تطابق تصویر (image matching) استفاده کنیم. تصویر پیوست `a9i.tif` تصویر یک گردباد است. از تصویر پیوست `a9ii.tif` به‌عنوان ماسک برای پیدا کردن مکان چشم گردباد استفاده کنید. عملیات لازم را در قالب یک M-file پیاده‌سازی کنید.

تحويل: تکلیف را باید در قالب یک فایل متلب با نام `hurricane.m` آپلود کنید.

مسئله‌هایی که در کنار آنها نماد  درج شده است، برای حل نیاز به برنامه‌نویسی کامپیوتری (محیط MATLAB) دارند. برای تحويل، برنامه‌ها به همراه گزارش نتایج در محل مشخص شده در سایت در قالب یک فایل آرشیو `.zip` آپلود شود.