دانشگاه تهران
پردیس فارابی
دانشکده‌ی مهندسی

مبانی بینایی کامپیوتری
نیمسال دوم ۹۷-۱۳۹۶
http://courses.fouladi.ir/fcvision

تکلیف شماره‌ی ۷

بخش هفتم

بخش‌بندی تصویر

Image Segmentation

◊ مسئله‌های تحلیلی ـ تشریحی

۱) یک تصویر دودویی شامل خطوط مستقیم با جهت‌های افقی، عمودی، ۴۵ درجه و ۴۵− درجه است. یک مجموعه از ماسک‌های 3×3 که می‌توانند برای شناسایی بریدگی‌های یک‌پیکسلی در این خطوط به‌کار روند، را ارائه دهید. فرض کنید شدت روشنایی این خطوط و پس‌زمینه به‌ترتیب ۱ و ۰ است.

۲) فرض کنید که از ماسک‌های سوبل (Sobel) برای به‌دست آوردن g_x و g_y استفاده شود. نشان دهید که در این صورت، محاسبه‌ی اندازه‌ی گرادیان از طریق معادلات

$$M(x,y) = |\nabla f| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

و

$$M(x,y) \approx |g_x| + |g_y|$$

نتایج یکسانی ارائه می‌دهد.

۳) نتایجی که با یک گذر کامل چند ماسک دوبعدی روی تصویر حاصل می‌شود می‌توانند با دو گذر با استفاده از ماسک‌های یک بعدی هم به‌دست آیند. برای مثال، نتیجه‌ی گذر یک ماسک هموارکننده ۳ با ضرایب ۱/۹ می‌تواند به طور مشابه با یک گذر ماسک یک بعدی افقی [۱ ۱ ۱] و سپس یک گذر ماسک یک بعدی عمودی $[1\ 1\ 1]^T$ حاصل شود (پس از مقیاس‌دهی نتیجه با ضریب ۱/۹). نشان دهید که پاسخ ماسک‌های سوبل می‌تواند به صورت مشابه با یک گذر از ماسک تفاضل [۱ ۰ ۱−] (یا همتای عمودی آن) و سپس یک گذر از ماسک هموارساز [۱ ۲ ۱] (یا همتای عمودی آن) حاصل شود.

۴) فرض کنید که تصویر $f(x,y)$ با یک ماسک به ابعاد $n \times n$ با ضرایب $1/n^2$ کانوالو شده است تا یک تصویر هموار شده‌ی $\bar{f}(x,y)$ را تولید کند.

(الف) یک عبارت برای قوت لبه‌ی (edge strength) (اندازه‌ی لبه) تصویر هموارشده‌ی مذکور بر حسب اندازه‌ی ماسک به‌دست آورید. برای سادگی، فرض کنید که n فرد است و لبه‌ها به‌صورت ساده با استفاده از مشتقات جزئی زیر به‌دست آمده‌اند:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial x} = \bar{f}(x+1,y) - \bar{f}(x,y), \qquad \frac{\partial \bar{f}}{\partial y} = \bar{f}(1,y+1) - \bar{f}(x,y).$$

(ب) نشان دهید که نسبت حداکثر قوت لبه‌ی تصویر هموارشده به حداکثر قوت لبه‌ی تصویر اصلی برابر با $1/n$ است. به‌عبارت دیگر، قوت لبه متناسب با معکوس اندازه‌ی ماسک هموارساز است.

۵) با استفاده از معادله‌ی

$$\nabla^2 G(x,y) = \left[\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}\right] \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

(الف) نشان دهید که مقدار میانگین لاپلاسین عملگر گاوسی، $\nabla^2 G(x,y)$، برابر با صفر است.

(ب) نشان دهید که مقدار میانگین هر تصویر کانوالو شده با این عملگر نیز برابر صفر است. (راهنمایی: برای حل این مسئله می‌توانید از حوزه‌ی فرکانس، با استفاده از قضیه‌ی کانوولوشن و این واقعیت که مقدار میانگین یک تابع از مقدار تبدیل فوریه‌ی تابع در مبدأ حاصل می‌شود، کمک بگیرید.)

۶) **الگوریتم آستانه‌گیری سراسری پایه** را به‌گونه‌ای بازنویسی کنید که به‌جای یک تصویر، از هیستوگرام آن استفاده کند.

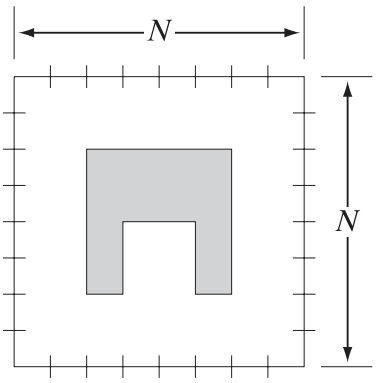
۷) **الگوریتم آستانه‌گیری سراسری پایه** را در نظر بگیرید. فرض کنید در یک مسئله‌ی داده شده، هیستوگرام دومده (bimodal) [یعنی دارای دو قله] است و مدهای آن منحنی‌های گاوسی به‌شکل $A_1 \exp[-(z-m_1)^2/2\sigma_1^2]$ و $A_2 \exp[-(z-m_2)^2/2\sigma_2^2]$ می‌باشند. فرض کنید که $m_1 > m_2$ است و مقدار اولیه‌ی T بین حداقل و حداکثر شدت روشنایی تصویر می‌باشد. وقتی که الگوریتم همگرا می‌شود، شرایط لازم برای برقراری موارد زیر را بر حسب پارامترهای منحنی‌ها بیان کنید:

(الف) آستانه برابر $(m_1+m_2)/2$ باشد.

(ب) آستانه سمت چپ m_2 باشد.

(ج) آستانه در بازه‌ی $(m_1+m_2)/2 < T < m_1$ باشد.

۸) تصویر نشان داده شده در شکل زیررا با استفاده از روال شکافت و ادغام ناحیه بخش‌بندی کنید ($N = 16$). فرض کنید $Q(R_i) = \text{TRUE}$ اگر تمام پیکسل‌های داخل R_i شدت روشنایی مشابه داشته باشند. درخت‌چهارتایی (quadtree) متناظر با بخش‌بندی خود را نشان دهید.



◊ مسئله‌های برنامه‌نویسی کامپیوتری

۱) یک M-function بنویسید که الگوریتم آستانه‌گیری سراسری پایه (Basic Global Thresholding) را پیاده‌سازی کند. ورودی یک تصویر grayscale به‌همراه مقدار ΔT (مثلاً برابر با ۰٫۵) و خروجی تصویر بخش‌بندی شده (به‌صورت دودویی) به‌همراه مقدار آستانه‌ی پیداشده T است. مقدار اولیه‌ی آستانه‌ی T را برابر با متوسط مقادیر سطح خاکستری تصویر در نظر بگیرید. تصویر a7.tif که یک تصویر سطح خاکستری است را دانلود کنید و نتیجه‌ی اجرای الگوریتم بخش‌بندی فوق را روی آن مشاهده کنید.

```
function [g, T] = basic_global_thresholding(f, deltaT)
% f is grayscale input image
% deltaT is a non-negative number
% g is binary output image (segmented)
% T is the found threshold
```

مسئله‌هایی که در کنار آنها نماد درج شده است، برای حل نیاز به برنامه‌نویسی کامپیوتری (محیط MATLAB) دارند. برای تحویل، برنامه‌ها به همراه گزارش نتایج در محل مشخص شده در سایت در قالب یک فایل آرشیو zip. آپلود شود.

Prepared by Kazim Fouladi <kazim@fouladi.ir>, Spring 2018 (۱۲ بهمن ۱۳۹۶)