هوالحکیم

دانشگاه تهران
پردیس فارابی
دانشکده‌ی مهندسی

مبانی بینایی کامپیوتری
نیمسال دوم ۹۷-۱۳۹۶
http://courses.fouladi.ir/fcvision

تکلیف شماره‌ی ٤

بخش چهارم

فیلترکردن در حوزه‌ی فرکانس

Filtering in Frequency Domain

◊ مسئله‌های تحلیلی ـ تشریحی

۱) یک روی‌کرد برای تقریب زدن یک مشتق گسسته در دو بعد، برمبنای محاسبه‌ی تفاضل‌ها به فرم $f(x+۱,y)-f(x,y)$ و $f(x,y+۱)-f(x,y)$ است.

(الف) فیلتر معادل $H(u,v)$ در حوزه‌ی فرکانس را بیابید.

(ب) نشان دهید که حاصل یک فیلتر بالاگذر است.

۲) یک فیلتر پایین‌گذر گاوسی، در حوزه‌ی فرکانس پیوسته، دارای تابع انتقال

$$H(\mu,\nu)=Ae^{-(\mu^۲+\nu^۲)/۲\sigma^۲}$$

است. نشان دهید که فیلتر متناظر در حوزه‌ی مکان عبارت است از:

$$h(t,z)=A۲\pi\sigma^۲e^{-۲\pi^۲\sigma^۲(t^۲+z^۲)}.$$

۳) تابع انتقال یک فیلتر بالاگذر H_{HP} را می‌توان به کمک رابطه‌ی زیر از روی تابع انتقال یک فیلتر پایین‌گذر H_{LP} به‌دست آورد:

$$H_{HP}=۱-H_{LP}$$

با استفاده از اطلاعات تمرین قبل، شکل مکانی فیلتر بالاگذر گاوسی را به‌دست آورید.

۴) تصاویر زیر را ببینید. تصویر سمت راست به صورت زیر از روی تصویر سمت چپ به‌دست آمده است:

(آ) ضرب تصویر سمت چپ در $(-۱)^{x+y}$؛ (ب) محاسبه‌ی تبدیل فوریه‌ی گسسته DFT؛ (ج) محاسبه‌ی مزدوج مختلط تبدیل؛ (د) محاسبه‌ی DFT معکوس؛ و (هـ) ضرب بخش حقیقی نتیجه در $(-۱)^{x+y}$. به صورت ریاضی توضیح دهید که چرا تصویر سمت راست به این صورت ظاهر شده است.

۵) یک تصویر با اندازه‌ی $M\times N$ داده شده است و از شما خواسته‌اند آزمایشی را انجام بدهید که از تکرار فیلترکردن پایین‌گذر تصویر با استفاده از یک فیلتر پایین‌گذر گاوسی با فرکانس قطع $D_۰$ داده شده تشکیل شده است. می‌توانید خطاهای محاسباتی حاصل از گرد کردن را نادیده بگیرید. فرض کنید $c_{\min}$ کوچک‌ترین عدد مثبت قابل نمایش در ماشین را نشان دهد.

(الف) فرض کنید K تعداد دفعات به‌کارگیری فیلتر باشد. آیا می‌توانید پیش‌بینی کنید (بدون انجام آزمایش) که نتیجه (تصویر) برای مقدار به‌اندازه‌ی کافی بزرگ K چه خواهد بود؟ در این صورت این نتیجه چیست؟

(ب) یک عبارت برای مقدار می‌نیمم K بیابید که نتیجه‌ی پیش‌بینی شده توسط شما را تضمین می‌کند.

◊ مسئله‌های برنامه‌نویسی کامپیوتری

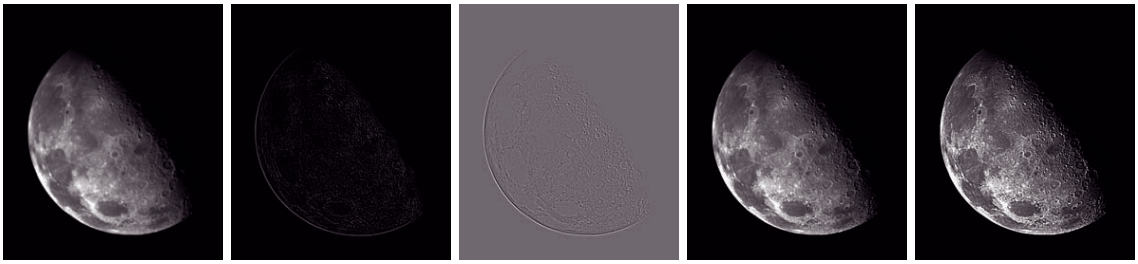
۱) لاپلاسین در حوزه‌ی فرکانس با استفاده از فیلتر $H(u,v) = -۴\pi^۲(u^۲ + v^۲)$ محاسبه می‌شود؛ یعنی

$$\mathcal{F}\{\nabla^۲ f(x,y)\} = -۴\pi^۲(u^۲ + v^۲)F(u,v)$$

(الف) تصویر `a4i.tif` را دانلود کنید و گام‌های لازم برای رسیدن به تصویر (d) در دنباله تصاویر زیر را در حوزه‌ی فرکانس پیاده‌سازی کنید (در قالب یک فایل m). توجه کنید که تصویر شما بیشتر شبیه به (c) به نظر می‌رسد، که نشان می‌دهد نتایج حاصل از حوزه‌ی فرکانس، تشابه نزدیک‌تری با حاصل استفاده از یک ماسک لاپلاسین مکانی با $a - ۸$ در مرکز دارد تا ماسک با $a - ۴$ در مرکز.

(ب) یک فیلتر فرکانسی از روی فیلتر مکانی `h = [1 1 1; 1 -8 1; 1 1 1]` با روش توضیح داده شده در درس بسازید. از این فیلتر برای پردازش تصویر در حوزه‌ی فرکانس استفاده کنید و نتایج را با قسمت قبل مقایسه کنید.

(پاسخ این تمرین دو بخشی را در قالب دو فایل m آپلود کنید.)



a b c d e

۲) هدف از این تمرین، پیاده‌سازی فیلترکردن همریختی (Homomorphic Filtering) است.

(الف) فیلتر همریختی سعی می‌کند بازه‌ی پویای یک تصویر را افزایش دهد و به‌طور همزمان تیزی آن را نیز افزایش دهد. یک فیلتر حوزه‌ی فرکانس که برای فیلترکردن همریختی استفاده می‌شود، دارای فرم $H(u,v) = A + \frac{C}{۱+[D_۰/D(u,v)]^B}$ است که در آن $D(u,v)$ فاصله از مرکز تبدیل فوریه‌ی (منتقل شده به مرکز) است و $A < B$. تابعی برای انجام فیلترکردن همریختی با استفاده از این فیلتر به‌عنوان پیش‌فرض بنویسید:

```
function g = homofilt(f, varargin)
%HOMOFILT Homomorphic filtering.
%    G = HOMOFILT(F, H) performs homomorphic filtering on the input
%    image, F, using the specified filter, H.
%    G = HOMOFILT(F, A, B, C, D0) performs homomorphic filtering on
%    F using the default filter:
%
%            H = A + C/{1 + [D0/D(U, V)]^B}
%
%    For this filter to make sense, it is required that A < B. A
%    good set of starting values: A = 0.25, B = 2, C = 2, and
%    D0 = min(M, N)/8.
```

(ب) تصویر `a4ii.tif` را دانلود کنید و فیلترکردن همریختی را روی آن با استفاده از فیلتر پیش‌فرض اجرا کنید.

(پاسخ این تمرین دو بخشی را نیز در قالب دو فایل m آپلود کنید.)

مسئله‌هایی که در کنار آنها نماد درج شده است، برای حل نیاز به برنامه‌نویسی کامپیوتری (محیط MATLAB) دارند. برای تحویل، برنامه‌ها به همراه گزارش نتایج در محل مشخص شده در سایت در قالب یک فایل آرشیو `.zip` آپلود شود.