دانشگاه تهران
پردیس فارابی
دانشکده‌ی مهندسی

مبانی بینایی کامپیوتری
نیمسال دوم ۹۷-۱۳۹۶
http://courses.fouladi.ir/fcvision

تکلیف شماره‌ی ۳

بخش سوم

فیلترکردن در حوزه‌ی مکان

Spatial Filtering

◊ مسئله‌های تحلیلی ـ تشریحی

۱) پیاده‌سازی فیلترهای خطی نیازمند حرکت دادن مرکز یک ماسک در سرتاسر یک تصویر، و در هر مکان، محاسبه‌ی مجموع حاصل‌ضرب‌های ضرایب ماسک با مقادیر پیکسل‌های متناظر در آن مکان است (مطابق توضیحی که در درس داده شد). در حالت، فیلتر پایین‌گذر، همه‌ی ضرایب ۱ هستند و این اجازه می‌دهد که از فیلتر چهارگوش (box-filter) یا الگوریتم میانگین-متحرک (moving average) استفاده کنیم که شامل به‌هنگام‌سازی تنها بخشی از محاسبات است که از یک مکان به مکان دیگر تغییر می‌کند. چنین الگوریتمی را برای یک فیلتر $n \times n$ فرمول‌بندی کنید که نشان‌دهنده‌ی طبیعت محاسبات مشمول در آن و دنباله‌ی اسکن‌های مورد استفاده برای حرکت دادن ماسک پیرامون تصویر باشد.

۲) الگوریتمی برای محاسبه‌ی میانه‌ی یک همسایگی $n \times n$ ارائه بدهید.

۳) در یک کاربرد داده شده، یک ماسک میانگین‌گیری، به تصویر ورودی اعمال شده است تا نویز را کاهش دهد و سپس یک ماسک لاپلاسین برای به‌سازی جزئیات کوچک اعمال شده است. اگر ترتیب این دو عملیات را معکوس کنیم، آیا نتیجه یکسان باقی می‌ماند؟

۴) نشان دهید عملیات لاپلاسین که با معادله‌ی

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

تعریف می‌شود، ایزوتروپیک (تغییرناپذیر دربرابر دوران) است. می‌توانید از معادلات زیر برای تعیین مختصات نقاط پس از دوران محورها به میزان زاویه‌ی θ استفاده کنید:

$$x = x' \cos\theta - y' \sin\theta$$
$$y = x' \sin\theta + y' \cos\theta$$

که در آن (x, y) مختصات نقطه‌ی دوران‌نیافته و (x', y') مختصات نقطه‌ی دوران‌یافته است.

۵) یک ماسک 3×3 برای انجام unsharp masking در یک گذر روی تصویر ارائه بدهید.

۶) نشان دهید که تفریق لاپلاسین از یک تصویر، متناسب با unsharp masking است. از تعریف گسسته‌ی لاپلاسین مطابق معادله‌ی زیر استفاده کنید:

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

۷) نشان دهید که اگر گرادیان با معادله‌ی زیر محاسبه شود، یک عملیات ایزوتروپیک است:

$$\nabla f = |\nabla \mathbf{f}| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

اما اگر برای محاسبه‌ی گرادیان از معادله‌ی زیر استفاده کنیم، خاصیت ایزوتروپیک بودن درحالت عمومی از دست می‌رود:

$$\nabla f \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$$

◊ مسئله‌های برنامه‌نویسی کامپیوتری

یک M-function بنویسید که یک ماسک لاپلاسین با اندازه‌ی فرد دلخواه را تولید کند. برای مثال، ماسک لاپلاسین ۳×۳ به‌صورت

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & -۸ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

و ماسک لاپلاسین ۵×۵ به‌صورت

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & -۲۴ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

است. سپس تصویر `a3.tif` را دانلود کنید و نتایج استفاده از این فیلتر روی آن را برای ماسک‌های $n \times n$ برای $n = ۵, ۹, ۱۵, ۲۵$ را نمایش دهید.

مسئله‌هایی که در کنار آنها نماد درج شده است، برای حل نیاز به برنامه‌نویسی کامپیوتری (محیط MATLAB) دارند. برای تحویل، برنامه‌ها به همراه گزارش نتایج در محل مشخص شده در سایت در قالب یک فایل آرشیو `zip`. آپلود شود.

Prepared by Kazim Fouladi <kazim@fouladi.ir>, Spring 2018 (۱۲ بهمن ۱۳۹۶)