طراحی سیستم‌های تعبیه‌شده
Embedded System Design

فصل دوم ـ قسمت سوم

مشخص‌سازی
Specifications

کاظم فولادی
دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر
دانشگاه تهران

kazim@fouladi.ir

شبکه‌های پتری (Petri Nets)

معرفی‌شده توسط کارل آدام پتری در رساله‌ی دکترا.

تمرکز بر روی مدل‌سازی وابستگی‌های علّی (causal dependencies)

عدم فرض همگام‌سازی سراسری (تنها انتقال پیام)

عناصر کلیدی:

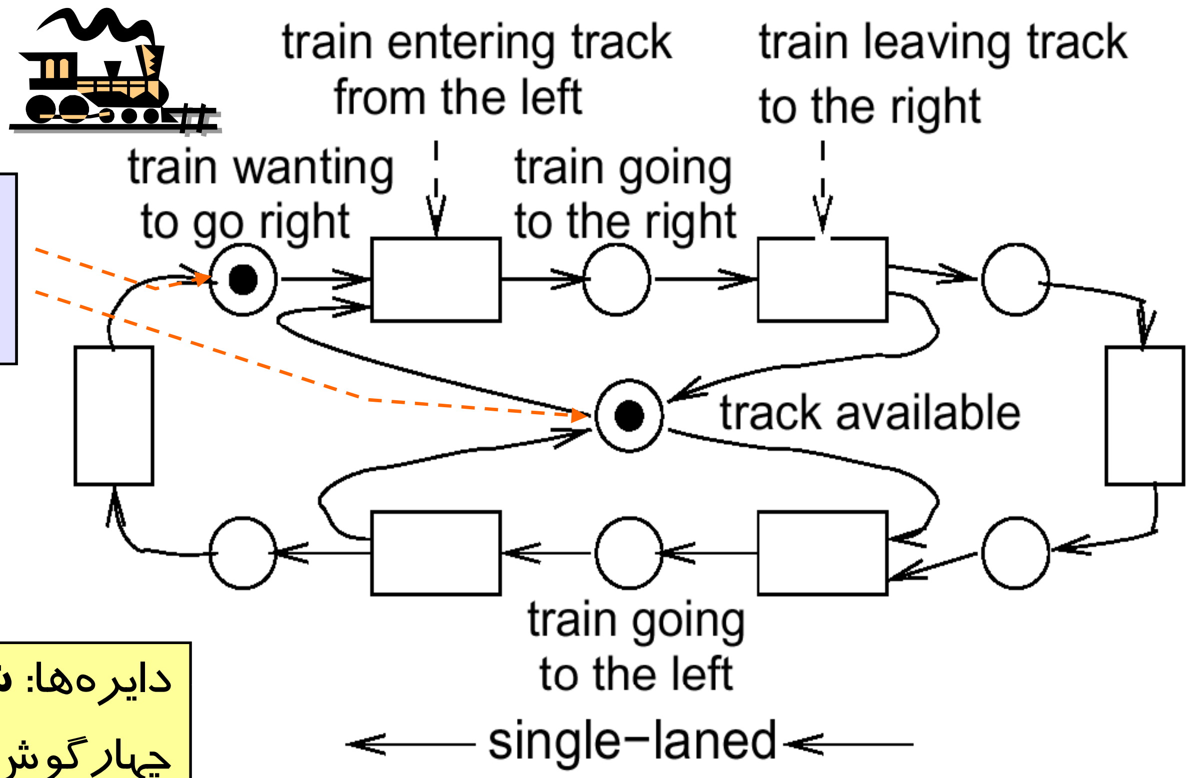
- **شرایط (Conditions)**
  می‌توانند برقرار شوند یا برقرار نشوند.
- **رویدادها (Events)**
  می‌توانند اتفاق بیفتند اگر شرایط مشخصی برقرار شود.
- **رابطه‌ی جریان (Flow relation)**
  شرایط و رویدادها را به هم مرتبط می‌سازد.

شرایط، رویدادها و رابطه‌ی جریان یک **گراف دوبخشی** را شکل می‌دهند.

مثال:

همگام‌سازی در یک خط آهن تک‌ریلی

پیش‌شرایط
“Preconditions”

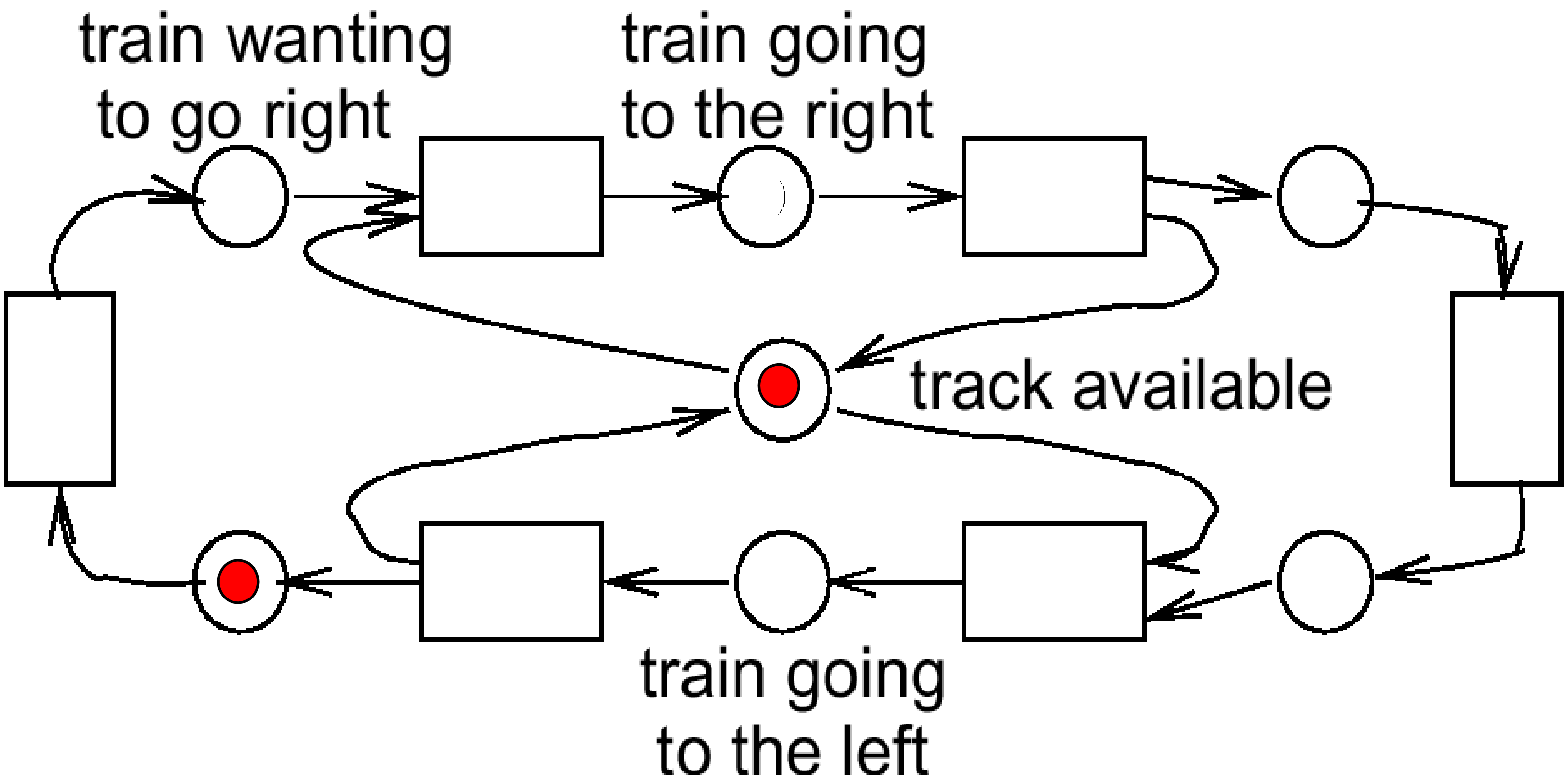


دایره‌ها: **شرایط**

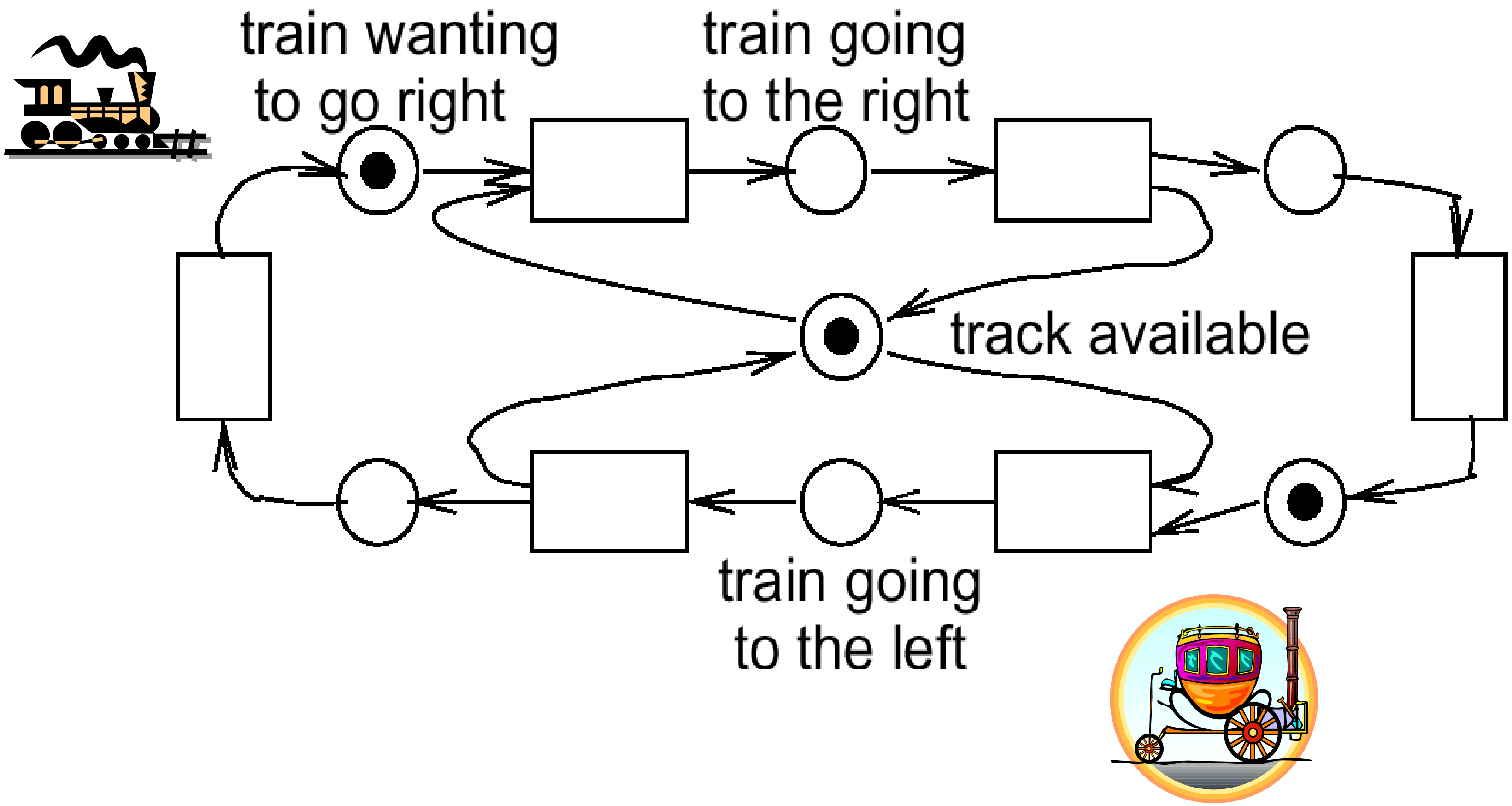
چهارگوش‌ها: **رویدادها**

پیکان‌ها: **روابط جریان**

Playing the "token game"



تداخل منبع «ریل»



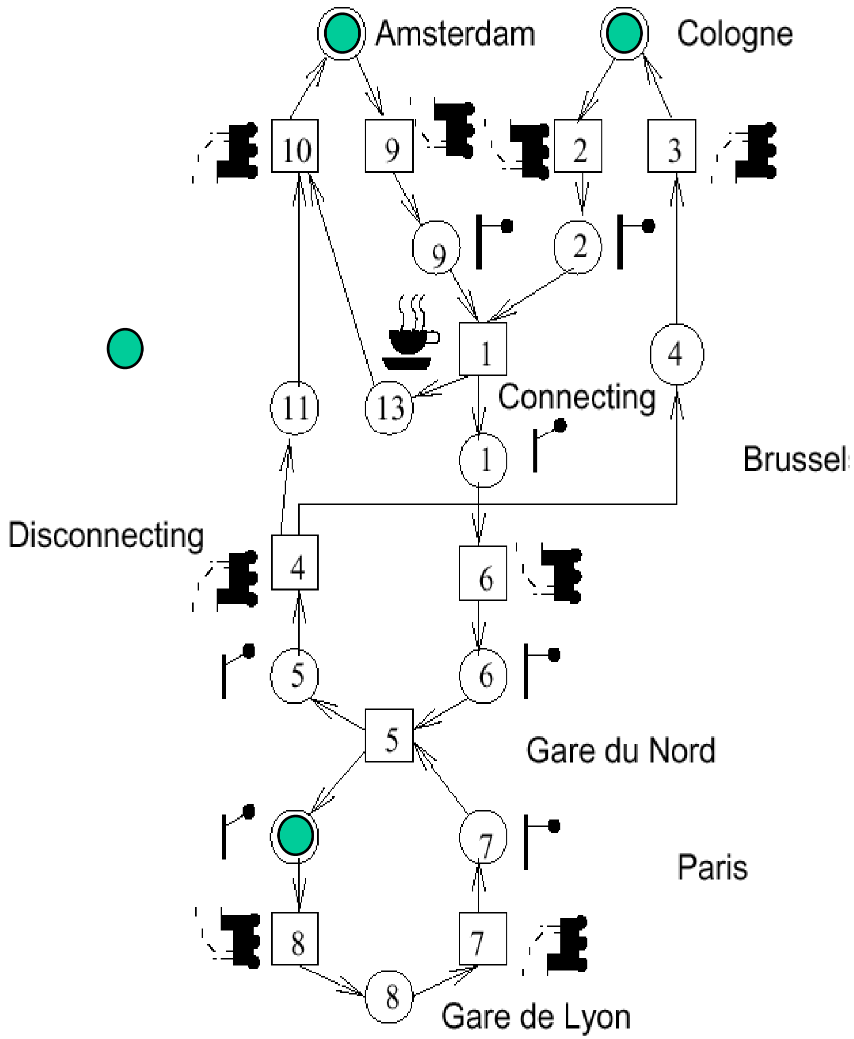
مثال پیچیده‌تر (۱)

Thalys trains between Cologne, Amsterdam, Brussels and Paris.

[http://www.thalys.com/be/en]

مثال پیچیده‌تر (۲)

اندکی ساده‌شده:
همگام‌سازی در Brussels و Paris،
با استفاده از ایستگاه‌های "Gare du Nord" و "Gare de Lyon" در Paris.



شبکه‌های شرط / رویداد

تعریف: $N=(C,E,F)$ یک **شبکه** نامیده می‌شود اگر و فقط اگر

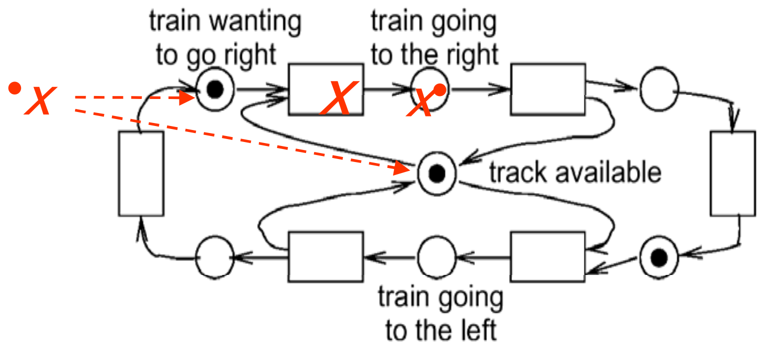
۱. C و E مجموعه‌های مجزا باشند

۲. $F \subseteq (C \times E) \cup (E \times C)$ یک رابطه‌ی دودویی (**رابطه جریان**) باشد.

تعریف: فرض کنید که N یک شبکه باشد و $x \in (C \cup E)$.

$^\bullet x := \{y \mid y\,F\,x\}$ مجموعه‌ی **پیش‌شرایط** (**preconditions**)

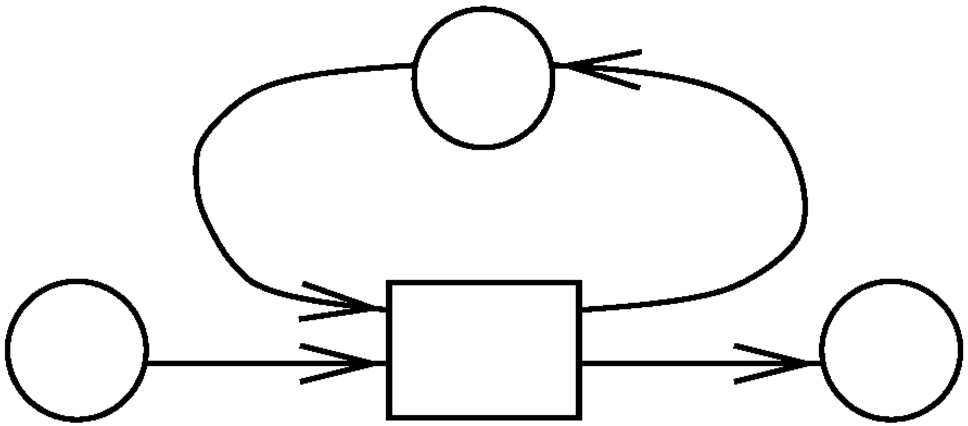
$x^\bullet := \{y \mid x\,F\,y\}$ مجموعه‌ی **پس‌شرایط** (**postconditions**)



حلقه‌ها و شبکه‌های خالص

تعریف: فرض کنید $E \times C \ni (c,e)$ باشد.

(c,e) یک **حلقه** نامیده می‌شود اگر و فقط اگر $eFc \wedge cFe$.



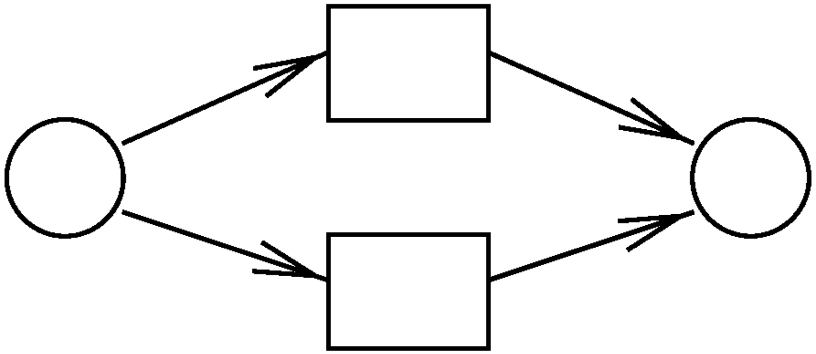
تعریف: شبکه‌ی $N=(C,E,F)$ **خالص (pure)** نام دارد اگر

F شامل هیچ حلقه‌ای نباشد.

شبکه‌های ساده

تعریف: یک شبکه **ساده (simple)** نامیده می‌شود اگر هیچ دو گذر *t1* و *t2* مجموعه جایگاه‌های ورودی و خروجی یکسان نداشته باشند.

مثال (یک شبکه‌ی ساده نیست):



تعریف: شبکه‌های ساده‌ای که در آن هیچ عنصر مجزایی محدودیت‌های اضافی را ایجاد نمی‌کنند، **شبکه‌های شرط / رویداد** نام دارند.

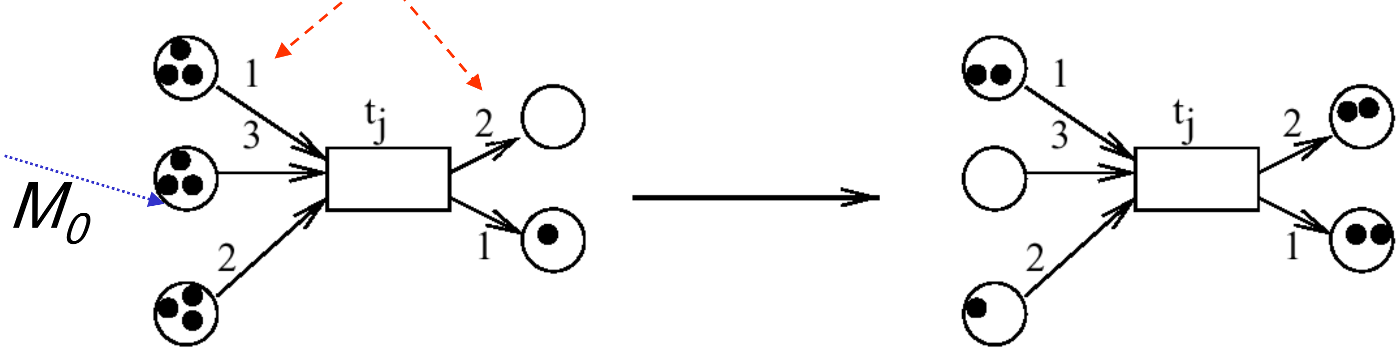
condition/event nets (C/E nets)

(Place/transition nets) شبکه‌های جایگاه/گذر

Def.: (P, T, F, K, W, M_0) is called a **place/transition net** iff

1. $N=(P,T,F)$ is a **net** with places $p \in P$ and transitions $t \in T$
2. $K: P \rightarrow (\mathbb{N}_0 \cup \{\omega\}) \setminus \{0\}$ denotes the **capacity** of places
   (ω symbolizes infinite capacity)
3. $W: F \rightarrow (\mathbb{N}_0 \setminus \{0\})$ denotes the **weight of graph edges**
4. $M_0: P \rightarrow \mathbb{N}_0 \cup \{\omega\}$ represents the **initial marking** of places

(Segment of some net)

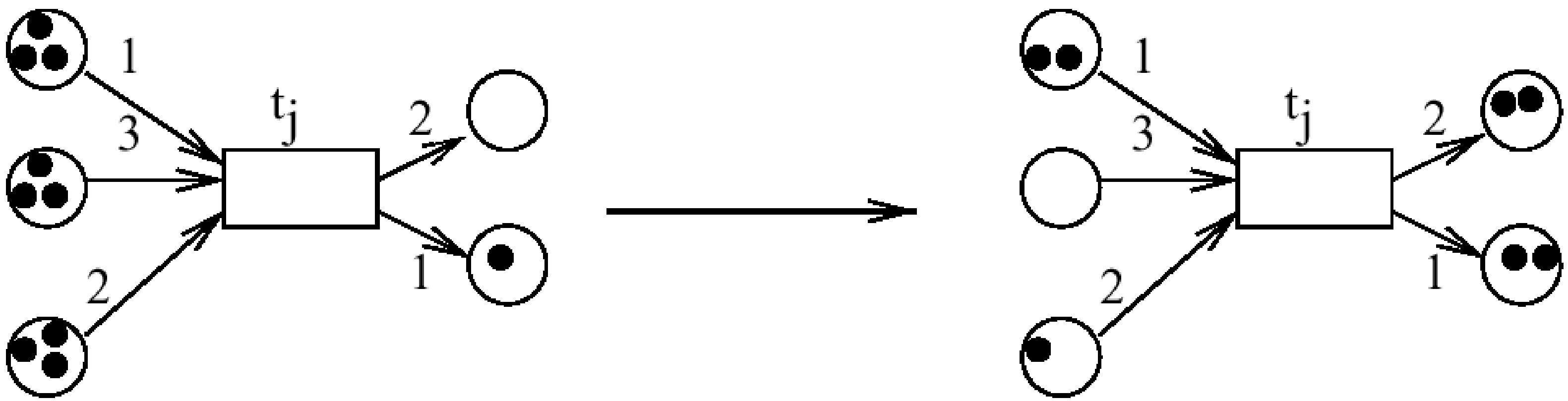


defaults:
$K = \omega$
$W = 1$

محاسبه‌ی تغییرات علامت‌ها (marks)

"Firing" transitions *t* generate new markings on each of the places *p* according to the following rules:

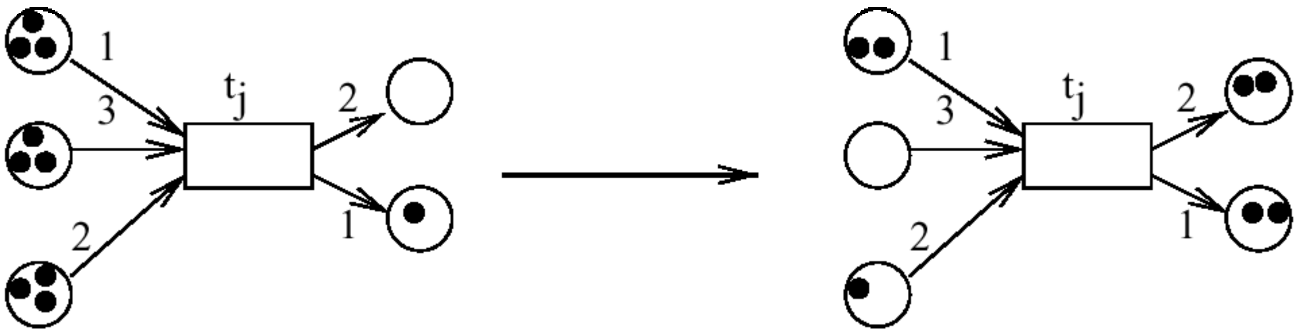
$$M'(p) = \begin{cases} M(p) - W(p,t), & \text{if } p \in {}^\bullet t \setminus t^\bullet \\ M(p) + W(t,p), & \text{if } p \in t^\bullet \setminus {}^\bullet t \\ M(p) - W(p,t) + W(t,p), & \text{if } p \in {}^\bullet t \cap t^\bullet \\ M(p) & \text{otherwise} \end{cases}$$



گذرهای فعال‌شده

Transition *t* is “**activated**” iff

$$\boxed{(\forall p \in {}^{\bullet}t : M(p) \geq W(p,t)) \wedge (\forall p \in t^{\bullet} : M(p) + W(t,p) \leq K(p))}$$



گذرهای فعال‌شده می‌توانند «اتفاق بیفتند» یا «شلیک شوند» اما نه لزوماً.

در بستر شبکه‌های پتری، در مورد زمان صحبت نمی‌کنیم.

ترتیب شلیک‌شدن گذرهای فعال‌شده ثابت نیست (غیرقطعی است).

کوتاه‌نویسی برای تغییرات علامت‌ها (marking)

$$M'(p) = \begin{cases} M(p) - W(p,t), & \text{if } p \in {}^\bullet t \setminus t^\bullet \\ M(p) + W(t,p), & \text{if } p \in t^\bullet \setminus {}^\bullet t \\ M(p) - W(p,t) + W(t,p), & \text{if } p \in {}^\bullet t \cap t^\bullet \\ M(p) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\underline{t}(p) = \begin{cases} -W(p,t) & \text{if } p \in {}^\bullet t \setminus t^\bullet \\ +W(t,p) & \text{if } p \in t^\bullet \setminus {}^\bullet t \\ -W(p,t) + W(t,p) & \text{if } p \in t^\bullet \cap {}^\bullet t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

با فرض

$$\boxed{\forall p \in P : M'(p) = M(p) + \underline{t}(p)}$$

$$\boxed{M' = M + \underline{t}}$$

+ : جمع برداری

Matrix $\underline{\underline{N}}$ describing all changes of markings

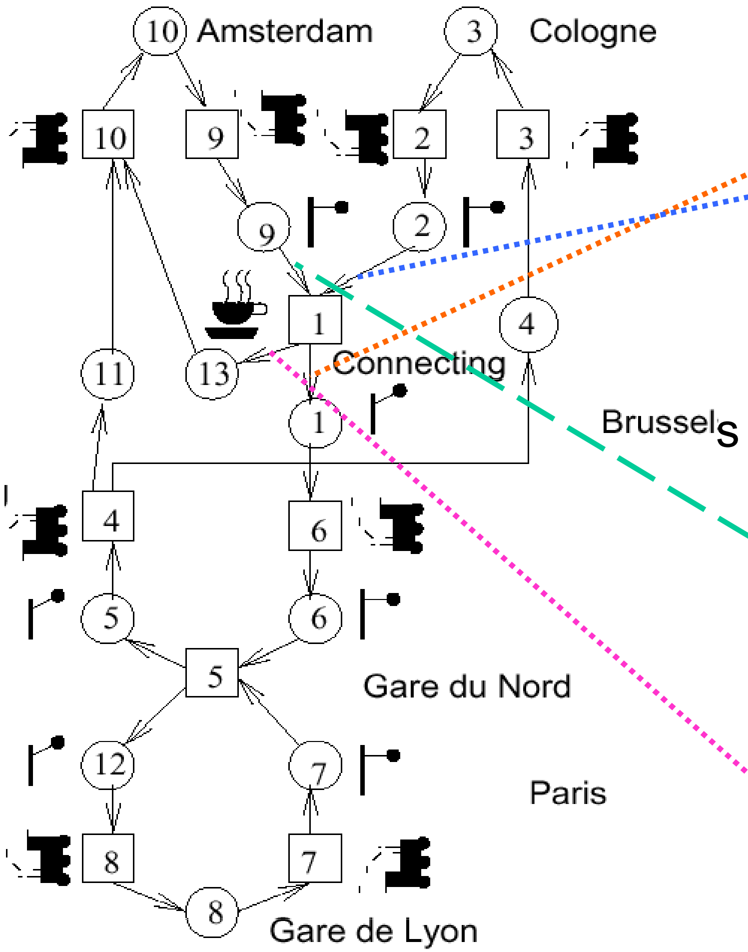
$$\underline{t}(p) = \begin{cases} -W(p,t) & \text{if } p \in {}^{\bullet}t \setminus t^{\bullet} \\ +W(t,p) & \text{if } p \in t^{\bullet} \setminus {}^{\bullet}t \\ -W(p,t) + W(t,p) & \text{if } p \in t^{\bullet} \cap {}^{\bullet}t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Def.: Matrix $\underline{N}$ of net N is a mapping
$\underline{N}$: $P \times T \rightarrow \mathbb{Z}$ (integers)
such that $\forall\ t \in T$: $\underline{N}(p,t)=\underline{t}(p)$

Component in column t and row p indicates the change of the marking of place p if transition t takes place.

For pure nets, $(\underline{N}, M_0)$ is a complete representation of a net.

مثال: ماتریس *N*



	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
p_1	1					−1				
p_2	−1	1								
p_3		−1	1							
p_4			−1	1						
p_5				−1	1					
p_6					−1	1				
p_7					−1		1			
p_8							−1	1		
p_9	−1							1	1	
p_{10}									−1	1
p_{11}				1						−1
p_{12}					1			−1		
p_{13}	1									−1

More in-depth:

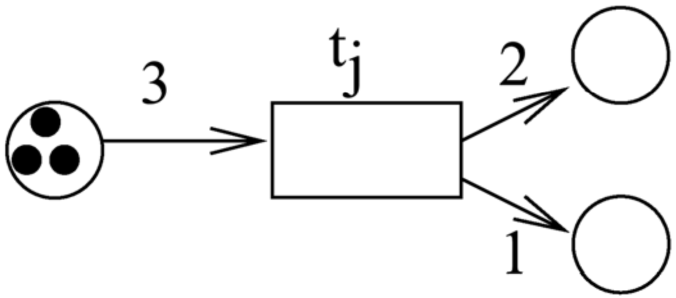
Place - invariants

Standardized technique for proving properties of system models

For any transition $t_j \in T$ we are looking for sets $R \subseteq P$ of places for which the accumulated marking is constant:

$$\sum_{p \in R} \underline{t}_j(p) = 0$$

Example:



Characteristic Vector

$$\boxed{\sum_{p \in R} \underline{t}_j(p) = 0}$$

Let: $$\underline{c}_R(p) = \begin{cases} 1 \text{ if } & p \in R \\ 0 \text{ if } & p \notin R \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{p \in R} \underline{t}_j(p) = \underline{t}_j \cdot \underline{c}_R = \sum_{p \in P} \underline{t}_j(p)\, \underline{c}_R(p) = 0$$

Scalar product

Condition for place invariants

$$\sum_{p \in R} \underline{t}_j(p) = \underline{t}_j \cdot \underline{c}_R = \sum_{p \in P} \underline{t}_j(p)\, \underline{c}_R(p) = 0$$

Accumulated marking constant for **all** transitions if

$$\begin{array}{lcl} \underline{t}_1 \cdot \underline{c}_R & = & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{t}_n \cdot \underline{c}_R & = & 0 \end{array}$$

Equivalent to $\underline{\boldsymbol{N}}^T \boldsymbol{c}_R = \mathbf{0}$ where $\underline{\boldsymbol{N}}^T$ is the transposed of $\underline{\boldsymbol{N}}$

More detailed view of computations

$$\begin{pmatrix} \underline{t}_1(p_1)\ldots\underline{t}_1(p_n) \\ \underline{t}_2(p_1)\ldots\underline{t}_2(p_n) \\ \ldots \\ \underline{t}_m(p_1)\ldots\underline{t}_m(p_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{c}_R(p_1) \\ \underline{c}_R(p_2) \\ \ldots \\ \underline{c}_R(p_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

System of linear equations.

Solution vectors must consist of zeros and ones.

Equations with multiple unknowns that must be integers called **diophantic** (☞ Greek mathematician Diophantos, ~300 B.C.).

Diophantic linear equation system more complex to solve than standard system of linear equations (actually NP-hard))

Different techniques for solving equation system (manual, ..)

Application to Thalys example

$\underline{N}^T \underline{c}_R = \mathbf{0}$, with $\underline{N}^T =$

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}
t_1	1	-1							-1				1
t_2		1	-1										
t_3			1	-1									
t_4				1	-1						1		
t_5					1	-1	-1					1	
t_6	-1					1							
t_7							1	-1					
t_8								1				-1	
t_9									1	-1			
t_{10}										1	-1		-1

Solutions? Educated guessing:

$\sum_{rows}=0 \Rightarrow$ 1 linear dependency among rows $\Rightarrow$ rank = 10-1 = 9

Dimension of solution space = 13 - rank = 4

4 components of (6, 11, 12, 13) of $\underline{c}_R$ are independent

$\Rightarrow$ set one of these to 1

and others to 0 to obtain a basis for the solution space

1st basis

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}
t_1	1	-1							-1				1
t_2		1	-1										
t_3			1	-1									
t_4				1	-1						1		
t_5					1	-1	-1					1	
t_6	-1					1							
t_7							1	-1					
t_8								1				-1	
t_9									1	-1			
t_{10}										1	-1		-1

Set one of components (6, 11, 12, 13) to 1, others to 0.
$\rightarrow$ **1st basis** b_1:
$b_1(s_6)=1$, $b_1(s_{11})=0$, $b_1(s_{12})=0$, $b_1(s_{13})=0$

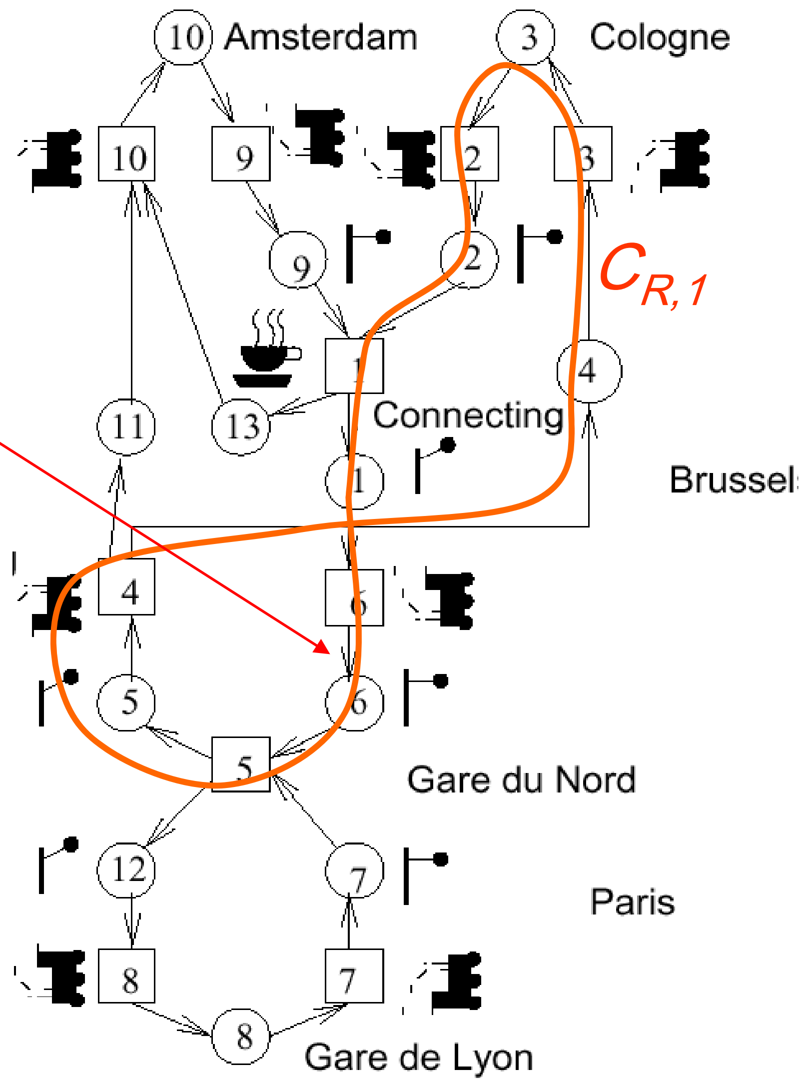
- $t_{10}(s_{10})\, b_1(s_{10}) + t_{10}(s_{11})\, b_1(s_{11}) + t_{10}(s_{13})\, b_1(s_{13}) = 0$
  $\rightarrow b_1(s_{10}) = 0$
- $t_9(s_9)\, b_1(s_9) + t_9(s_{10})\, b_1(s_{10}) = 0$
  $\rightarrow b_1(s_9)=0$
- …

$b_1 = (1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0)$

All components $\in \{0, 1\} \rightarrow$
$c_{R1} = b_1$

Interpretation of the 1st invariant

$$c_{R,1} = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$



Characteristic vector describes places for Cologne train.

We proved that:
the number of trains along the path remains constant.

2^{nd} basis

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}
t_1	1	-1							-1				1
t_2		1	-1										
t_3			1	-1									
t_4				1	-1						1		
t_5					1	-1	-1					1	
t_6	-1					1							
t_7							1	-1					
t_8								1				-1	
t_9									1	-1			
t_{10}										1	-1		-1

Set one of components (6, 11, 12, 13) to 1, others to 0.
$\rightarrow$ **2nd basis** b_2:
$b_2(s_6)=0$, $b_2(s_{11})=1$, $b_2(s_{12})=0$, $b_2(s_{13})=0$

- $t_{10}(s_{10})\ b_2(s_{10}) + t_{10}(s_{11})\ b_2(s_{11}) + t_{10}(s_{13})\ b_2(s_{13}) = 0$
  $\rightarrow b_2(s_{10}) = 1$
- $t_9(s_9)\ b_2(s_9) + t_9(s_{10})\ b_2(s_{10}) = 0$
  $\rightarrow b_2(s_9)=1$
- …

b_2 = (0,-1,-1,-1,0,0,0,0,1,1,1,0,0)

b_1 = (1, 1, 1, 1,1,1,0,0,0,0,0,0,0)

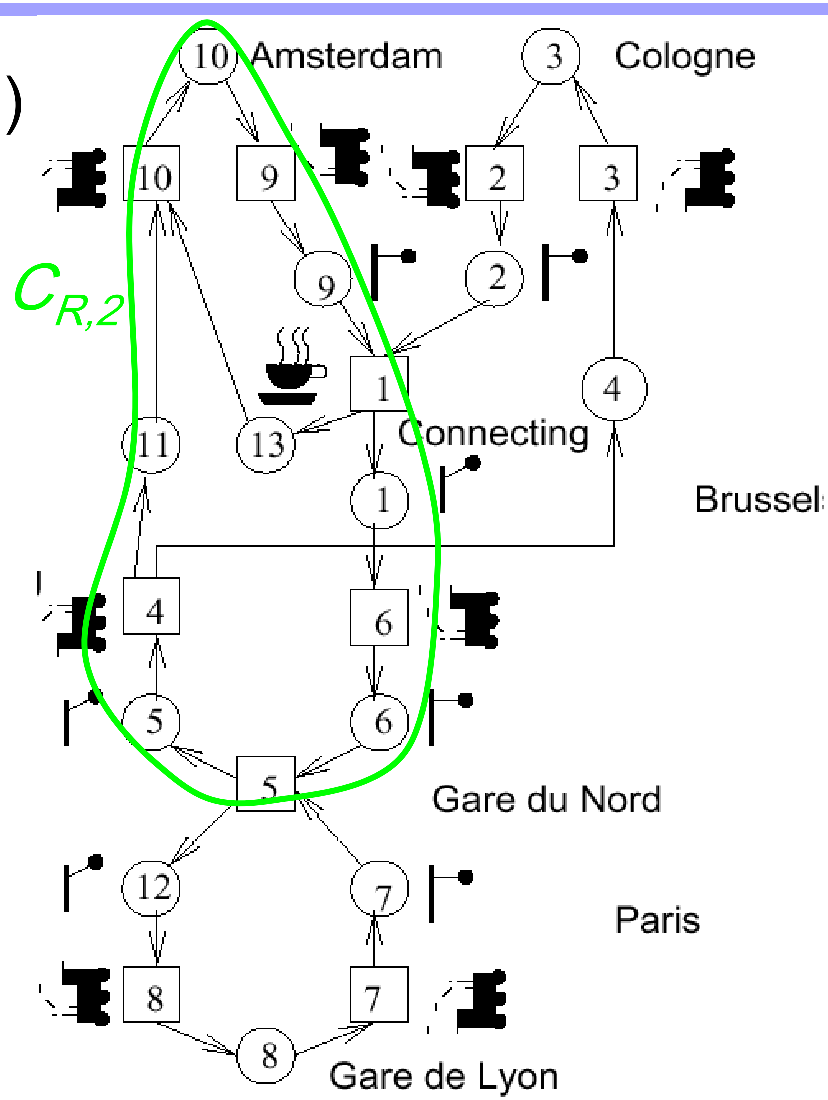
b_2 not a characteristic vector, but $\boldsymbol{c_{R,2}}=b_1+b_2$ is
$\rightarrow \boldsymbol{c_{R,2}}$ =
(1,0,0,0,1,1,0,0,1,1,1,0,0)

Interpretation of the 2nd invariant

$$c_{R,2} = (1,0,0,0,1,1,0,0,1,1,1,0,0)$$

We proved that:

None of the Amsterdam trains gets lost (nice to know ☺).



Setting $b_3(s_{12})$ to 1 and $b_4(s_{13})$ to 1 leads to an additional 2 invariants

end

$$c_{R,1} = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

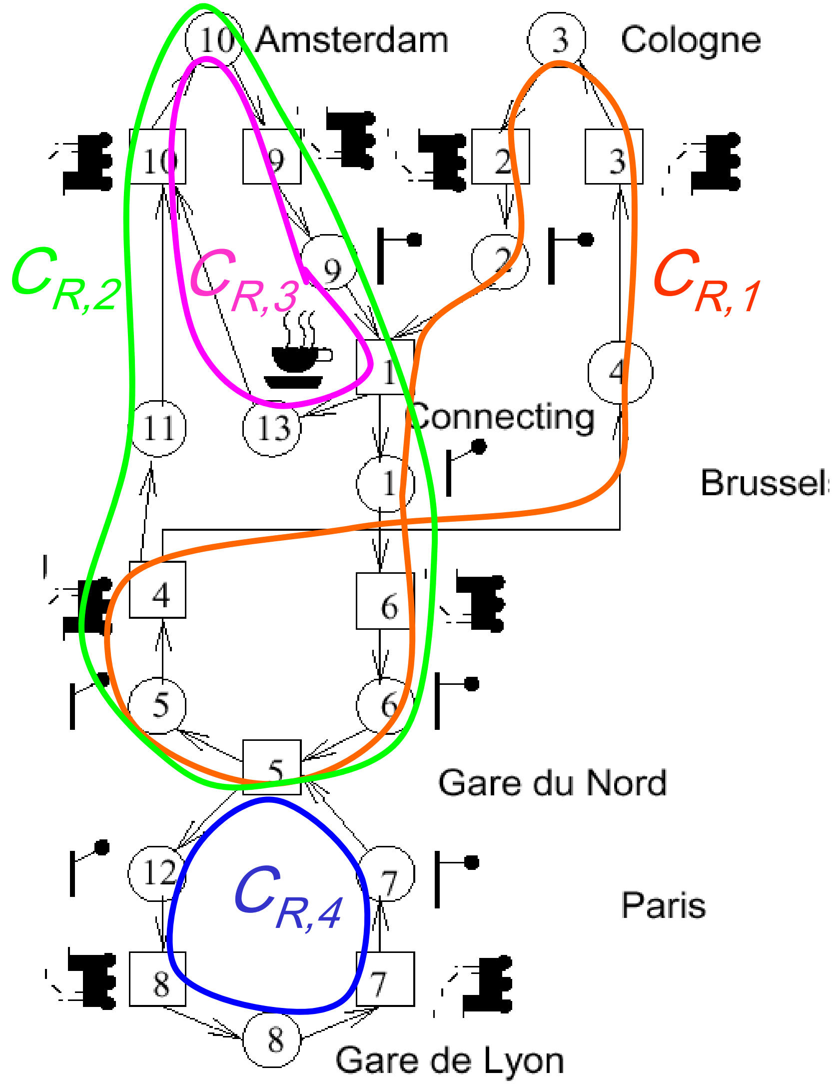
$$c_{R,2} = (1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0)$$

$$c_{R,3} = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1)$$

$$c_{R,4} = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0)$$

We proved that:

- the number of trains serving Amsterdam, Cologne and Paris remains constant.
- the number of train drivers remains constant.



کاربردها (شبکه‌های پتری)

مدل‌کردن منابع؛

مدل کردن انحصار متقابل؛

مدل کردن همگام‌سازی؛

شبکه‌های محمول/گذر (Predicate/transition nets)

هدف: بازنمایی فشرده‌ی سیستم‌های پیچیده

تغییرات کلیدی:

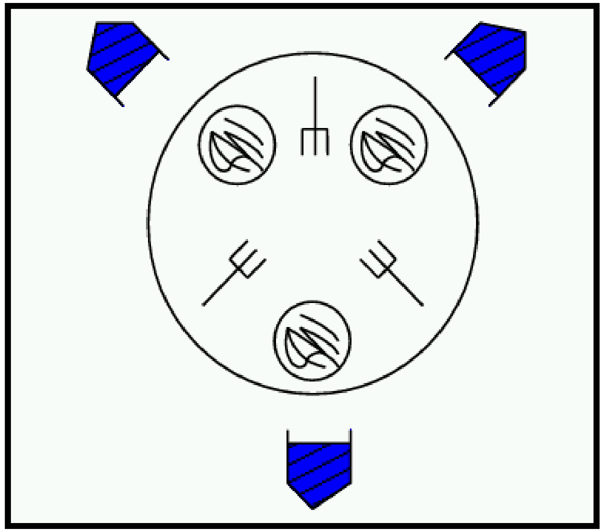
- توکن‌ها انفرادی می‌شوند؛
- گذرها فعال می‌شوند اگر توابع در یال‌های وارد شده درست باشند؛
- افراد تولید شده به وسیله‌ی گذرهای شلیک شده از طریق توابع تعریف می‌شوند.

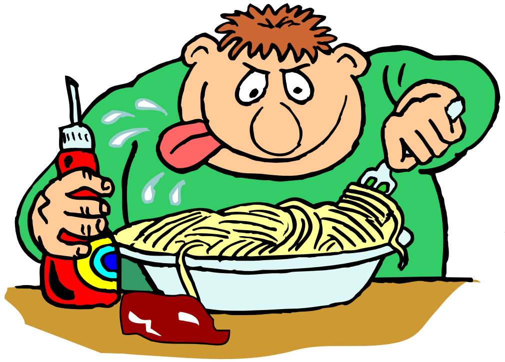
Changes can be explained by folding and unfolding C/E nets,

☞ semantics can be defined by C/E nets.

مثال: مساله‌ی فیلسوف‌های خورنده

n>1 philosophers sitting at a round table;
n forks,
n plates with spaghetti;
philosophers either thinking or eating spaghetti (using left and right fork).
.





2 forks needed!

How to model conflict for forks?

How to guarantee avoiding starvation?

Condition/event net model of the dining philosophers problem

Let $x \in$ {1..3}

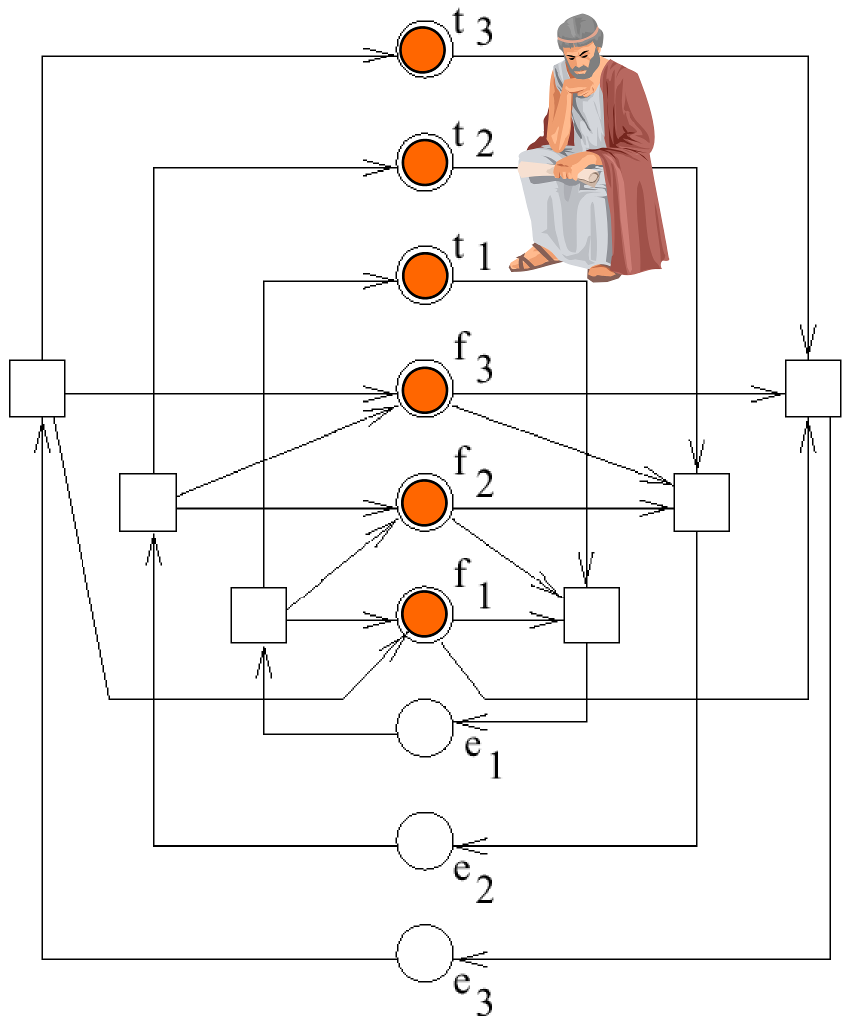
t_x: x is thinking

e_x: x is eating

f_x: fork x is available

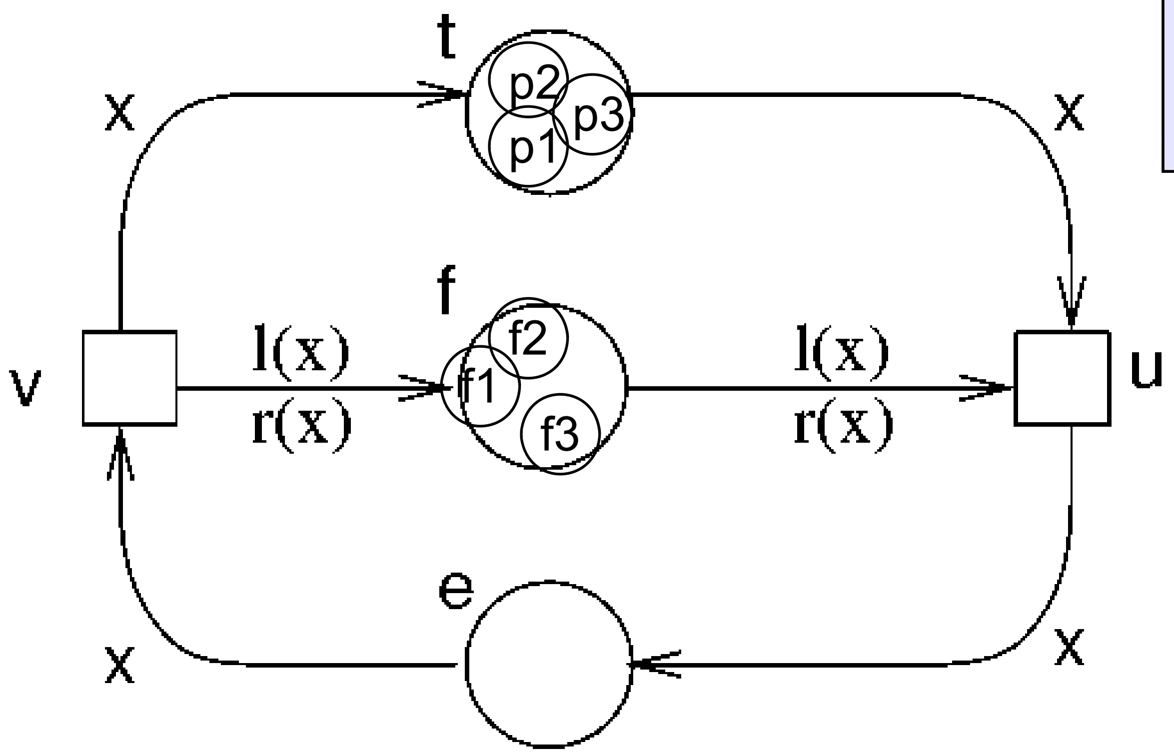
Model quite clumsy.

Difficult to extend to more philosophers.



Predicate/transition model of the dining philosophers problem (1)

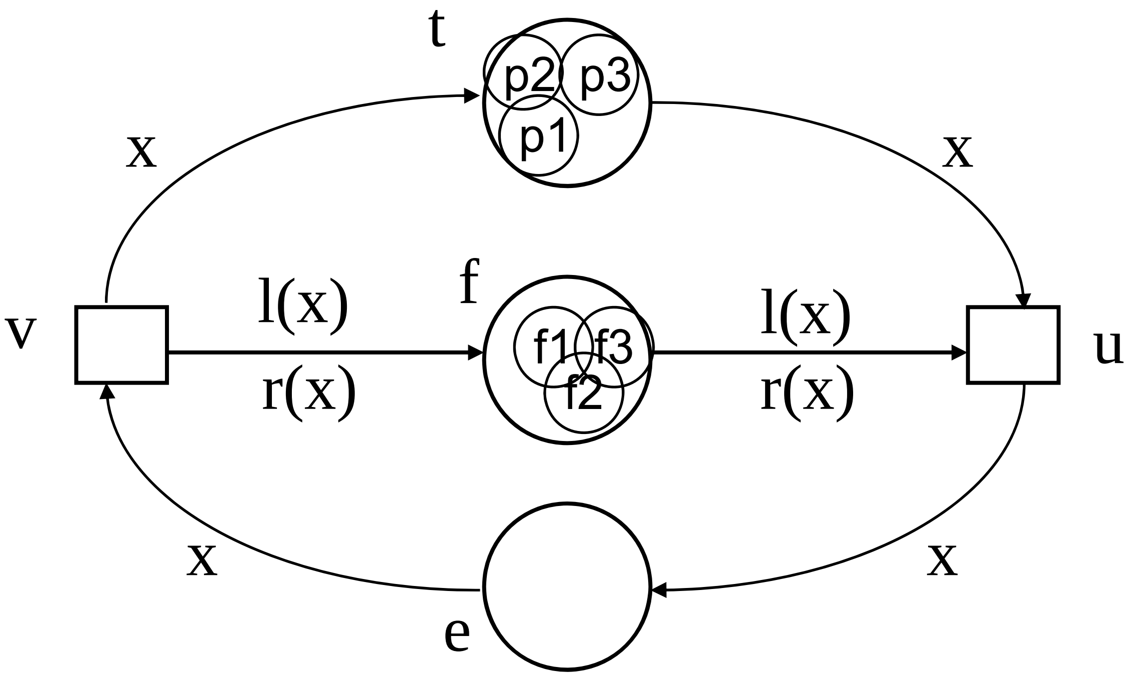
Let x be one of the philosophers,
let l(x) be the left spoon of x,
let r(x) be the right spoon of x.

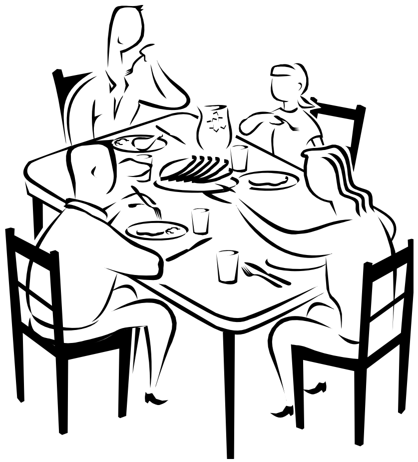


Tokens: individuals.

Semantics can be defined by replacing net by equivalent condition/event net.

Predicate/transition model of the dining philosophers problem (2)





Model can be extended to arbitrary numbers of people.

ارزیابی

مزایا:

- مناسب برای کاربردهای توزیع‌شده
- نظریه‌ای معروف برای ویژگی‌های قابل اثبات به طور رسمی
- در ابتدا نظریه‌ای نامانوس بود؛ اما اکنون در اثر افزایش تعداد کاربردهای توزیع‌شده پذیرفته شده است.

معایب (برای شبکه‌های ارائه شده)

- مشکلاتی در مورد مدل کردن زمان
- عدم وجود عناصر برنامه‌نویسی
- عدم وجود سلسله‌مراتب

توسعه‌ها:

- تلاش‌های بسیار برای حذف محدودیت‌های آن

Summary

Petri nets: focus on causal relationships

Condition/event nets

- Single token per place

Place/transition nets

- Multiple tokens per place
- Place-invariants provide means for proving properties
- Thalys used as an example

Condition event nets

- Tokens become individuals
- Dining philosophers used as an example

Extensions required to get around limitations