



کاربرگ کلاسی شماره ۲۶

فصل دهم

تحلیل فوریه با استفاده از تبدیل فوریه ی گسسته

FOURIER ANALYSIS USING THE DFT

Class Worksheet #26

۱) یک سیگنال حقیقی پیوسته-زمان $x_c(t)$ دارای باند محدود شده به فرکانس‌های زیر ۵ کیلوهرتز است، یعنی

$$X_c(j\Omega) = 0, \quad \text{for } |\Omega| \geq 2\pi(5000)$$

این سیگنال $x_c(t)$ با یک نرخ نمونه‌برداری 10000 نمونه بر ثانیه (10kHz) برای ایجاد یک دنباله‌ی $x[n] = x_c(nT)$ با $T = 10^{-4}$ نمونه‌برداری شده است. فرض کنید $X[k]$ تبدیل فوریه ی گسسته ی 1000 -نقطه‌ای $x[n]$ باشد (1000-point DFT).

(الف) فرکانس پیوسته-زمان متناظر با اندیس $k = 150$ در $X[k]$ چیست؟

(ب) فرکانس پیوسته-زمان متناظر با اندیس $k = 800$ در $X[k]$ چیست؟

۲) یک سیگنال پیوسته-زمان $x_c(t) = \cos(\Omega_0 t)$ با دوره‌ی تناوب T برای ایجاد دنباله‌ی $x[n] = x_c(nT)$ نمونه‌برداری شده است. یک پنجره‌ی مستطیلی N -نقطه‌ای بر روی $x[n]$ به‌ازای $n = 0, 1, \dots, N-1$ اعمال شده است و $X[k]$ به‌ازای $k = 0, 1, \dots, N-1$ به‌عنوان تبدیل فوریه ی گسسته ی N -نقطه‌ای دنباله‌ی حاصل به‌دست آمده است (N -point DFT).

(الف) فرض می‌کنیم که Ω_0 و N و k_0 ثابت باشند. T باید چگونه انتخاب شود تا $X[k_0]$ و $X[N - k_0]$ غیرصفر و $X[k]$ به‌ازای سایر مقادیر k صفر باشد؟

(ب) آیا این پاسخ یکتاست؟ اگر نه، مقدار دیگری برای T ارائه بدهید که شرط‌های بخش قبل را برآورده سازد.

۳) (*) یک سیگنال گفتار با یک نرخ نمونه‌برداری 16000 نمونه بر ثانیه (16kHz) نمونه‌برداری شده است. یک پنجره با مدت زمانی 20 میلی‌ثانیه در تحلیل فوریه ی وابسته به زمان این سیگنال (به‌صورت توضیح داده شده در بخش 10.3 کتاب) استفاده شده است و این پنجره بین محاسبه‌های DFT به‌اندازه‌ی 40 نمونه جلو برده می‌شود. فرض می‌کنیم که طول هر DFT برابر با $N = 2^v$ باشد.

(الف) چه تعداد نمونه در هر قطعه از این سیگنال وجود دارد که توسط این پنجره انتخاب شده است؟

(ب) نرخ قاب (frame rate) تحلیل فوریه ی وابسته به زمان چیست؟ (یعنی چه تعداد محاسبه‌ی DFT در هر ثانیه از سیگنال ورودی انجام می‌شود؟)

(ج) می‌نیم اندازه‌ی N برای DFT به‌گونه‌ای که سیگنال ورودی اصلی بتواند از روی تبدیل فوریه ی وابسته به زمان بازسازی شود، چیست؟

(د) فاصله‌گذاری (spacing) بین نمونه‌های DFT (برحسب هرتز) برای می‌نیم N بخش قبلی چیست؟