



کاربرگ کلاسی شماره ۳

فصل دوم

سیستم‌های گسسته-زمان خطی تغییرناپذیر با زمان

DISCRETE-TIME LINEAR TIME-INVARIANT SYSTEMS

Class Worksheet #3

(۱) سیستم S را پایدار به مفهوم «ورودی کران‌دار - خروجی کران‌دار» (BIBO) می‌نامیم، هرگاه هر ورودی کران‌دار (bounded input) را به یک خروجی کران‌دار (bounded output) تبدیل کند:

$$\exists B_x, B_y < \infty \quad \forall n \quad |x[n]| < B_x \Rightarrow |y[n]| < B_y.$$

ثابت کنید که یک سیستم LTI گسسته-زمان پایدار به مفهوم BIBO است اگر و فقط اگر پاسخ نمونه‌ی واحد آن مطلقاً جمع‌پذیر باشد:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty.$$

(۲) برای سیستم انباره (accumulator) معادله‌ی تفاضلی را به دست آورید.

(۳) معادله‌ی تفاضلی سیستمی به صورت زیر است:

$$y[n] = ay[n-1] + x[n], \quad y[-1] = c$$

(الف) اگر ورودی $x[n] = k\delta[n]$ باشد، خروجی را محاسبه کنید.

(ب) آیا این سیستم LTI است؟

(۴) معادله‌ی تفاضلی زیر را برای ورودی $x[n] = u[n]$ و شرط اولیه‌ی $y[-1] = \alpha$ حل کنید.

$$y[n] + ay[n-1] = x[n]$$