هوالحکیم

پردازش سیگنال دیجیتال
نیمسال دوم ۹۷-۱۳۹۶
http://courses.fouladi.ir/dsp

دانشگاه تهران
پردیس البرز
گروه فنی

تکلیف شماره‌ی ۵

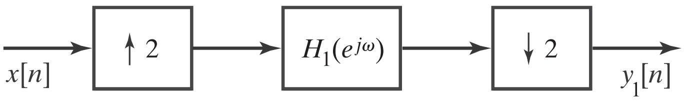
فصل چهارم

پردازش گسسته-زمان سیگنال‌های پیوسته-زمان

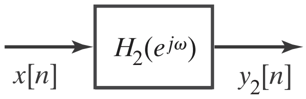
Discrete-Time Processing of Continuous-Time Signals

◊ مسئله‌های تحلیلی ـ تشریحی

۱) سیستم نشان داده شده در شکل زیر (الف) را در نظر بگیرید. فرض کنید که $H_{۱}(e^{j\omega})$ ثابت و معلوم باشد. پاسخ فرکانسی سیستم LTI شکل زیر (ب) $H_{۲}(e^{j\omega})$ را به‌گونه‌ای بیابید که $y_{۲}[n] = y_{۱}[n]$ اگر ورودی‌های هر دو سیستم یکسان باشد.

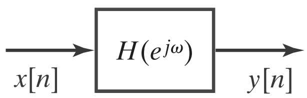


(الف)



(ب)

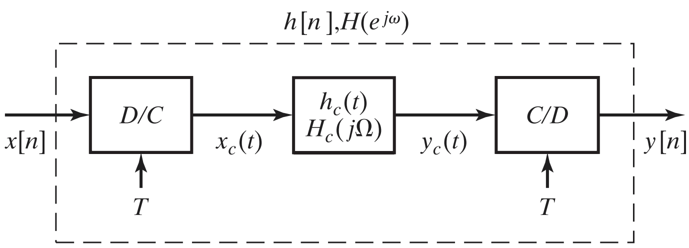
۲) برای سیستم LTI نشان داده شده در شکل زیر



داریم

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega/۲}, \qquad |\omega| \le \pi \qquad \text{(half-sample delay)}.$$

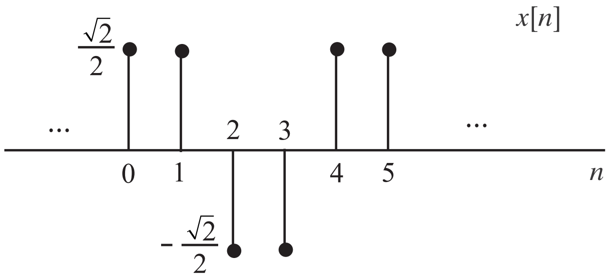
(الف) برای سیستم پردازش گسسته-زمان سیگنال پیوسته-زمان شکل زیر یک گزینه برای T و $h_c(t)$ تعیین کنید که این سیستم با سیستم فوق با $H(e^{j\omega})$ معادل شود.



(ب) $y[n]$ را تعیین و رسم کنید وقتی که دنباله‌ی ورودی

$$x[n] = \cos\left(\frac{۵\pi}{۲}n - \frac{\pi}{۴}\right)$$

باشد به‌گونه‌ای که در شکل زیر ترسیم شده است.

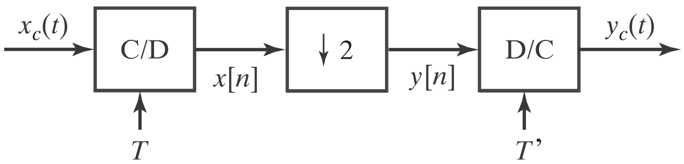


۳) در شکل زیر، $x[n] = x_c(nT)$ و $y[n] = x[2n]$.

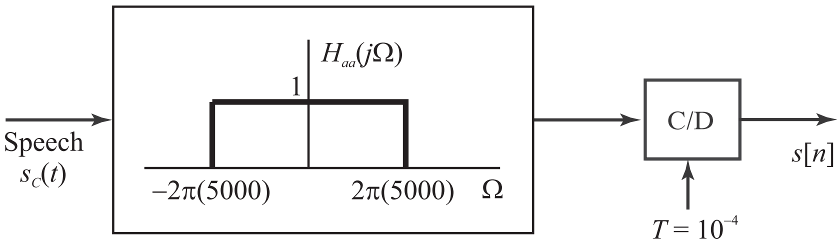
(الف) فرض کنید $x_c(t)$ دارای یک تبدیل فوریه به‌صورتی باشد که $X_c(j\Omega) = 0, |\Omega| > 2\pi(100)$. چه مقداری از T لازم است به‌طوری که

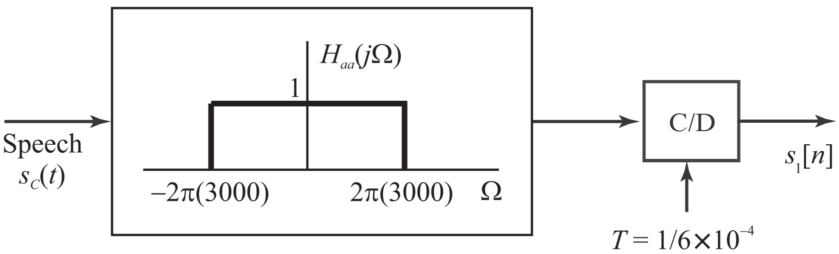
$$X(e^{j\omega}) = 0, \qquad \frac{\pi}{2} < |\omega| \leq \pi?$$

(ب) T' باید چگونه انتخاب شود که داشته باشیم $y_c(t) = x_c(t)$؟



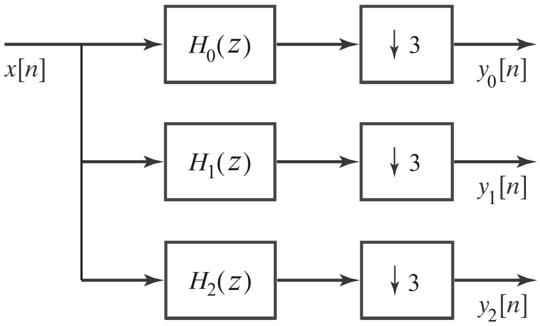
۴) فرض کنید که دنباله‌ی $s[n]$ را با فیلتر کردن سیگنال گفتار $s_C(t)$ با یک فیلتر پیوسته-زمان پایین-گذر با یک فرکانس قطع ۵ کیلوهرتزی و سپس نمونه‌برداری خروجی حاصل با یک نرخ ۱۰ کیلوهرتزی مطابق شکل زیر (بالا) به‌دست آورده باشیم. متاسفانه، سیگنال گفتار $s_C(t)$ در هنگام ذخیره‌سازی دنباله‌ی $s[n]$ روی نوار مغناطیسی تخریب شده است. بعداً شما متوجه می‌شوید که عملیات انجام شده از فرآیند نشان داده شده در شکل زیر (پایین) پیروی کرده است. روشی برای به‌دست آوردن $s_1[n]$ از روی $s[n]$ با استفاده از پردازش گسسته-زمان ارائه بدهید. روشی شما می‌تواند حجم زیادی محاسبه داشته باشد، اما نباید به مبدل‌های C/D و D/C نیازی داشته باشد. اگر روش شما از یک فیلتر گسسته-زمان استفاده می‌کند، باید پاسخ فرکانسی فیلتر را مشخص کنید.





۵) فرض کنید $x_C(t)$ یک سیگنال پیوسته-زمان حقیقی-مقدار با بزرگ‌ترین فرکانس $۲\pi(۲۵۰)$ رادیان بر ثانیه باشد. به‌علاوه فرض کنید که $y_C(t) = x_C(t - ۱/۱۰۰۰)$. اگر $x[n] = x_C(n/۵۰۰)$ به‌لحاظ تئوری آیا ممکن است $x_C(t)$ را از روی $x[n]$ بازیابی کرد؟ پاسخ خود را توجیه کنید.

۶) سیستم شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $H_۰(z)$، $H_۱(z)$ و $H_۲(z)$ توابع سیستم سیستم‌های LTI هستند. فرض کنید که $x[n]$ یک سیگنال مختلط پایدار دلخواه باشد که هیچ‌یک از خاصیت‌های تقارن را ندارد.



(الف) فرض کنید که $H_۰(z) = ۱$، $H_۱(z) = z^{+۱}$ و $H_۲(z) = z^{+۲}$. آیا می‌توانید $x[n]$ را از روی $y_۰[n]$، $y_۱[n]$ و $y_۲[n]$ بازسازی کنید؟ اگر می‌شود، چگونه؟ اگر نمی‌شود، پاسخ خود را توجیه کنید.

(ب) فرض کنید که $H_۰(e^{j\omega})$، $H_۱(e^{j\omega})$ و $H_۲(e^{j\omega})$ به‌صورت زیر تعریف شده باشند:

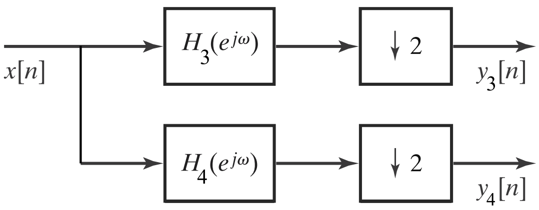
$$H_۰(e^{j\omega}) = \begin{cases} ۱, & |\omega| \leq \pi/۳, \\ ۰, & \text{otherwise}, \end{cases}$$

$$H_۱(e^{j\omega}) = \begin{cases} ۱, & \pi/۳ < |\omega| \leq ۲\pi/۳, \\ ۰, & \text{otherwise}, \end{cases}$$

$$H_۲(e^{j\omega}) = \begin{cases} ۱, & ۲\pi/۳ < |\omega| \leq \pi, \\ ۰, & \text{otherwise}. \end{cases}$$

آیا می‌توانید $x[n]$ را از روی $y_۰[n]$، $y_۱[n]$ و $y_۲[n]$ بازسازی کنید؟ اگر می‌شود، چگونه؟ اگر نمی‌شود، پاسخ خود را توجیه کنید.

حال سیستم شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید $H_۳(e^{j\omega})$ و $H_۴(e^{j\omega})$ پاسخ‌های فرکانسی سیستم‌های LTI در شکل زیر باشد. مجدد فرض کنید که $x[n]$ یک سیگنال مختلط پایدار دلخواه باشد که هیچ‌یک از خاصیت‌های تقارن را ندارد.



(ج) فرض کنید $H_۳(e^{j\omega}) = ۱$ و

$$H_۴(e^{j\omega}) = \begin{cases} ۱, & ۰ \leq \omega \leq \pi, \\ -۱, & -\pi \leq \omega < ۰. \end{cases}$$

آیا می‌توانید $x[n]$ را از روی $y_۳[n]$ و $y_۴[n]$ بازسازی کنید؟ اگر می‌شود، چگونه؟ اگر نمی‌شود، پاسخ خود را توجیه کنید.

Prepared by Kazim Fouladi <kazim@fouladi.ir>, Spring 2018 (۱۱ بهمن ۱۳۹۶)