



تکلیف شماره ۴

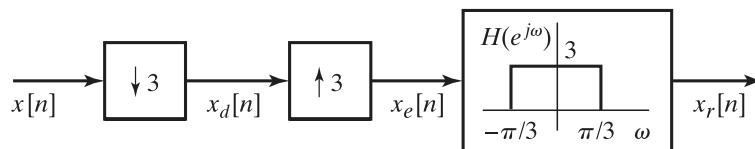
فصل چهارم

نمونه برداری از سیگنال‌های پیوسته-زمان

SAMPLING OF CONTINUOUS-TIME SIGNALS

◇ مسئله‌های تحلیلی - تشریحی

۱) سیستم نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید. برای هر یک از سیگنال‌های ورودی زیر، $x[n]$ ، مشخص کنید که آیا خروجی $x_r[n] = x[n]$ است یا خیر؟

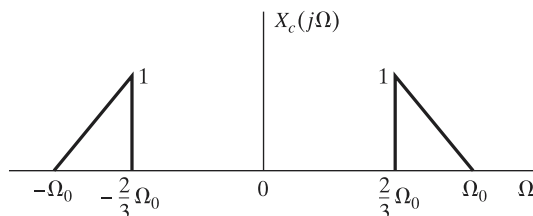


(الف) $x[n] = \cos(\pi n/4)$

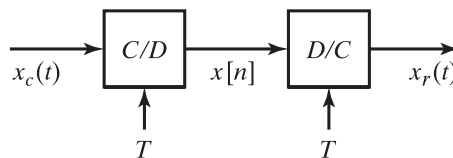
(ب) $x[n] = \cos(\pi n/2)$

(ج) $x[n] = \left[\frac{\sin(\pi n/8)}{\pi n} \right]^2$ (راهنمایی: از خاصیت مدولاسیون تبدیل فوریه برای یافتن $X(e^{j\omega})$ استفاده کنید).

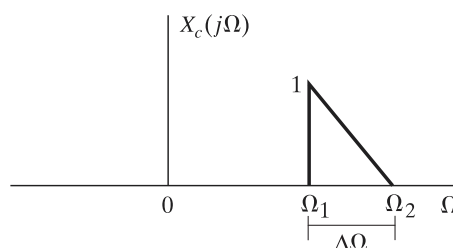
۲) سیگنال پیوسته-زمان $x_c(t)$ با تبدیل فوریه $X_c(j\Omega)$ نشان داده شده در شکل زیر



به سیستم نشان داده شده در شکل زیر عبور داده می‌شود. بازه‌ی مقادیر T که برای آنها داریم $x_r(t) = x_c(t)$ را تعیین کنید.



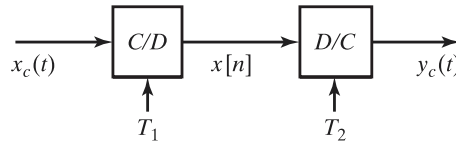
۳) یک سیگنال پیوسته-زمان مختلط-مقدار $x_c(t)$ دارای تبدیل فوریه نشان داده شده در شکل زیر است که در آن $\Delta\Omega = (\Omega_2 - \Omega_1)$. این سیگنال نمونه‌برداری شده است تا دنباله‌ی $x[n] = x_c(nT)$ تولید شود.



(الف) تبدیل فوریه $X(e^{j\omega})$ برای دنباله $x[n]$ به ازای $T = \pi/\Omega_2$ را رسم کنید.

(ب) کوچکترین فرکانس نمونه‌برداری که می‌تواند استفاده شود بدون اینکه هرگونه اعوجاج آلیاسینگ (aliasing distortion) وارد شود چیست؟ (یعنی اینکه $x_c(t)$ بتواند از روی $x[n]$ بازیافت شود).

(۴) در شکل زیر، فرض کنید که $X_c(j\Omega) = 0, |\Omega| \geq \pi/T_1$ باشد. برای حالت عمومی که در آن برای سیستم داریم $T_1 \neq T_2$ ، $y_c(t)$ را بر حسب $x_c(t)$ بیان کنید. آیا این رابطه‌ی پایه، برای $T_1 > T_2$ و $T_1 < T_2$ متفاوت است؟



(۵) دنباله‌ی $x[n]$ که تبدیل فوریه‌ی آن $X(e^{j\omega})$ است و در شکل زیر نشان داده شده است را در نظر بگیرید. تعریف کنید

$$x_s[n] = \begin{cases} x[n] & , n = Mk, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0 & , \text{otherwise,} \end{cases}$$

و

$$x_d[n] = x_s[Mn] = x[Mn]$$

نمودارهای $X_d(e^{j\omega})$ و $X_s(e^{j\omega})$ را برای هر یک از موارد زیر رسم کنید:

(الف) $M = 3, \omega_H = \pi/2$

(ب) $M = 3, \omega_H = \pi/4$

