



تکلیف شماره ۱

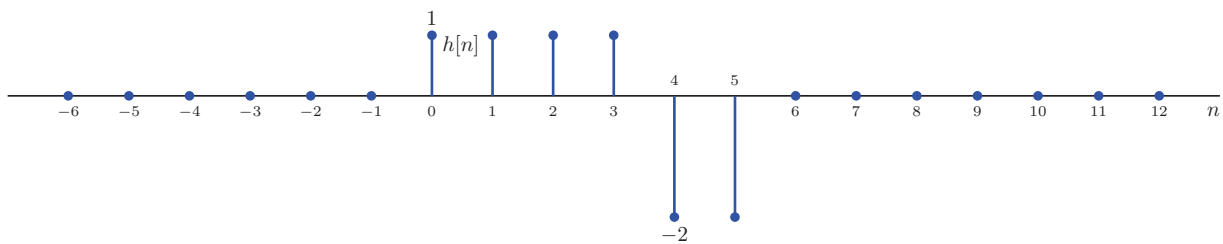
فصل دوم

سیگنال‌ها و سیستم‌های گسسته-زمان

DISCRETE-TIME SIGNALS AND SYSTEMS

◇ مسئله‌های تحلیلی - تشریحی

- (۱) یک سیستم خطی دلخواه با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را در نظر بگیرید. نشان دهید که اگر برای هر n ، $x[n] = 0$ باشد، آنگاه برای هر n باید $y[n] = 0$ باشد.
- (۲) با استفاده از تعریف خطی بودن، نشان دهید که سیستم تأخیر ایده‌آل و سیستم متوسط‌گیری متحرک، هر دو خطی هستند.
- (۳) پاسخ ضربه برای یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان در شکل زیر نمایش داده شده است. پاسخ این سیستم را به ورودی $x[n] = u[n-4]$ دقیقاً محاسبه و ترسیم نمایید.



- (۴) کدامیک از سیگنال‌های گسسته-زمان زیر می‌توانند توابع ویژه‌ی یک سیستم LTI پایدار باشند؟

(الف) $\delta^n u[n]$

(ب) $e^{j2\omega n}$

(ج) $e^{j\omega n} + e^{j2\omega n}$

(د) δ^n

(ه) $\delta^n \cdot e^{j2\omega n}$

- (۵) برای هر یک از سیستم‌های زیر، تعیین کنید که آیا آن سیستم (۱) پایدار است؟ (۲) علی است؟ (۳) خطی است؟ (۴) تغییرناپذیر با زمان است؟

(الف) $T(x[n]) = (\cos \pi n)x[n]$

(ب) $T(x[n]) = x[n^2]$

(ج) $T(x[n]) = x[n] \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$

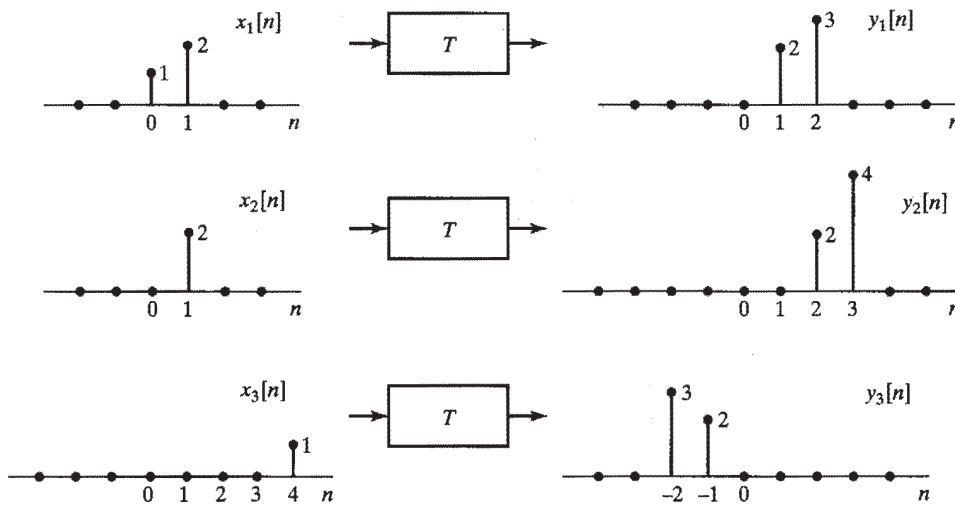
(د) $T(x[n]) = \sum_{k=n-1}^{\infty} x[k]$

- (۶) می‌دانیم که سیستم T در شکل زیر تغییرناپذیر با زمان است. وقتی ورودی‌های سیستم، $x_1[n]$ ، $x_2[n]$ ، $x_3[n]$ باشند، پاسخ‌های سیستم عبارتند از $y_1[n]$ ، $y_2[n]$ ، $y_3[n]$ ، به طوری که نشان داده شده است.

(الف) مشخص کنید که آیا سیستم T می‌تواند خطی باشد؟

(ب) اگر ورودی $x[n]$ به سیستم T برابر با $\delta[n]$ باشد، پاسخ سیستم $y[n]$ چه خواهد بود؟

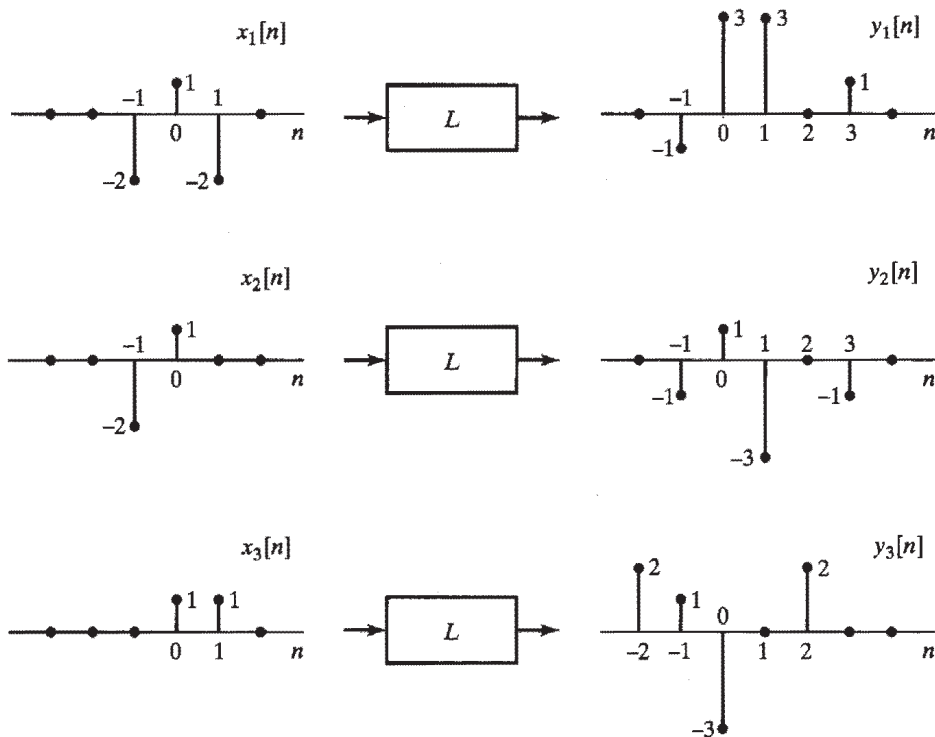
(ج) همه‌ی ورودی‌های ممکن $x[n]$ که پاسخ سیستم به آنها را می‌توان تنها با استفاده از این اطلاعات داده‌شده تعیین کرد، چیست؟




(۷) می‌دانیم که سیستم L در شکل زیر خطی است. وقتی ورودی‌های سیستم، $x_1[n]$ ، $x_2[n]$ ، $x_3[n]$ باشند، پاسخ‌های سیستم عبارتند از $y_1[n]$ ، $y_2[n]$ ، $y_3[n]$ ، به طوری که نشان داده شده است.

(الف) مشخص کنید که آیا سیستم L می‌تواند تغییرناپذیر با زمان باشد؟

(ب) اگر ورودی $x[n]$ به سیستم L برابر با $\delta[n]$ باشد، پاسخ سیستم $y[n]$ چه خواهد بود؟




◇ مسئله‌های کامپیوتری

(۱)  فرض می‌کنیم رابطه‌ی ورودی و خروجی در یک سیستم با معادله‌ی تفاضلی


$$y[n] = -0.9y[n-2] + 0.3x[n] + 0.6x[n-1] + 0.3x[n-2]$$

داده شده باشد. با فرض سکون اولیه، پاسخ ضربه‌ی سیستم را محاسبه و رسم کنید. ($n > 0$)

(۲)  فرض می‌کنیم رابطه‌ی ورودی و خروجی در یک سیستم با معادله‌ی تفاضلی

$$y[n] = -1.8 \cos(\pi/16)y[n-1] - 0.81y[n-2] + x[n] + 0.5x[n-1]$$

داده شده باشد. با فرض سکون اولیه، پاسخ ضربه‌ی سیستم را محاسبه و رسم کنید. ($n \geq -10$)

مسئله‌هایی که در کنار آنها نماد  درج شده است، برای حل نیاز به برنامه‌نویسی کامپیوتری (ترجیحاً در محیط MATLAB) دارند. برای تحویل، برنامه‌ها به همراه گزارش نتایج در محل مشخص شده در سایت در قالب یک فایل آرشیو zip آپلود شود.