۲)

$$\to E\$$$

$E \to E \vee T \mid T$		$E \to TE'$	(1)
		$E' \to \vee TE' \mid \epsilon$	(2, 3)
$T \to T \wedge F \mid F$	$\equiv$	$T \to FT'$	(4)
		$T' \to \wedge FT' \mid \epsilon$	(5, 6)
$F \to \neg F \mid (E) \mid t \mid f$		$F \to \neg F \mid (E) \mid t \mid f$	(7, 8, 9, 10)

$\text{Follow}(E) = \{\$,)\}$

$\text{Follow}(E') = \{\$,)\}$

$\text{Follow}(T) = \{\vee, \$,)\}$

$\text{Follow}(T') = \{\vee, \$,)\}$

$\text{First}(TE') = \text{First}(T) = \text{First}(FT') = \text{First}(F) = \{\neg, (, t, f\}$

$\text{First}(FT') = \text{First}(F) = \{\neg, (, t, f\}$

$\text{First}(\vee TE') = \{\vee\}$

$\text{First}(\wedge FT') = \{\wedge\}$

	$\vee$	$\wedge$	$\neg$	(	)	t	f	\$
E			(1)	(1)		(1)	(1)	
E'	(2)				(3)			(3)
T			(4)	(4)		(4)	(4)	
T'	(6)	(5)			(6)			(6)
F			(7)	(8)		(9)	(10)	
\$								accept

M

مثال : INPUT = $\neg(t \vee f) \wedge f$

STACK	INPUT
$\$E$	$\neg(t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T$	$\neg(t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T'F$	$\neg(t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T'F\neg$	$\neg(t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T'F$	$(t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E($	$(t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E$	$t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T$	$t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T'F$	$t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T't$	$t\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T'$	$\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'$	$\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T\vee$	$\vee f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T$	$f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T'F$	$f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T'f$	$f)\wedge f\$$
$\$E'T')E'T'$	$)\wedge f\$$
$\$E'T')E'$	$)\wedge f\$$
$\$E'T')$	$)\wedge f\$$

$\$E'T'$	$\wedge f\$$
$\$E'T'F\wedge$	$\wedge f\$$
$\$E'T'F$	$f\$$
$\$E'T'f$	$f\$$
$\$E'T'$	$\$$
$\$E'$	$\$$
$\$$	$\$ \Rightarrow$ accept

(۳

$$\begin{array}{lll}
R \to R+R & R \to R+T \mid T & \to R\$ \\
\quad\mid RR & T \to TF \mid F & R \to TR' \quad (1) \\
\quad\mid R^* \quad \equiv & F \to F^* \mid P \quad \equiv & R' \to +TR' \mid \epsilon \quad (2,3) \\
\quad\mid (R) & P \to (R) \mid a \mid b & T \to FT' \quad (4) \\
\quad\mid a & & T' \to FT' \mid \epsilon \quad (5,6) \\
\quad\mid b & & F \to PF' \quad (7) \\
 & & F' \to {*}F' \mid \epsilon \quad (8,9) \\
 & & P \to (R) \mid a \mid b \quad (10,11,12)
\end{array}$$

گرامر مبهم — گرامر نامبهم — گرامر LL(1)

$Follow(R) = \{\$,)\}$

$Follow(R') = \{\$,)\}$

$Follow(T) = \{\$,), +\}$

$Follow(T') = \{\$,), +\}$

$Follow(F) = \{(, a, b\}$

$Follow(F') = \{(, a, b\}$

$Follow(P) = \{(, a, b, *\}$

$First(TR') = First(T) = First(FT') = First(F) = First(P) = \{(, a, b\}$

$First(+TR') = \{+\}$

$First(FT') = First(F) = First(P) = \{(, a, b\}$

$First(PF') = First(P) = \{(, a, b)\}$

$First(*F') = \{*\}$

	+	*	(	)	a	b	$
R			$R \to TR'$		$R \to TR'$	$R \to TR'$	
R'	$R' \to +TR'$			$R' \to \epsilon$			$R' \to \epsilon$
T			$T \to FT'$		$T \to FT'$	$T \to FT'$	
T'	$T' \to \epsilon$		$T' \to FT'$	$T' \to \epsilon$	$T' \to FT'$	$T' \to FT'$	$T' \to \epsilon$
F			$F \to PF'$		$F \to PF'$	$F \to PF'$	
F'		$F' \to {*}F'$	$F' \to \epsilon$		$F' \to \epsilon$	$F' \to \epsilon$	
P			$P \to (R)$		$P \to a$	$P \to b$	
$							accept

M

۶) قضیه: یک گرامر چپگرد نمی‌تواند LL(1) باشد.

اثبات: (برهان خلف)
فرض می‌کنیم G یک گرامر چپگرد به صورت $G=\langle N,T,S,P\rangle$ باشد.
در این صورت قاعده‌ای چپگرد به صورت $A \rightarrow A\alpha$ در P وجود دارد.
برای اینکه A به رشتهٔ پایانی ختم شود، بایستی حداقل یک قاعده به صورت $A \rightarrow \beta$ نیز موجود باشد. بنابراین A حداقل دو آلترناتیو به صورت زیر دارد:

$$A \rightarrow A\alpha \mid \beta$$

چون فرض کردیم G، LL(1) است، پس باید شرایط زیر صادق باشد:

$$First(A\alpha) \cap First(\beta) = \emptyset$$

اما داریم:

$$First(A\alpha) = First(\beta\alpha) = \begin{cases} First(\beta) & , \beta \not\Rightarrow^* \epsilon \\ First(\alpha) \cup (First(\beta) - \{\epsilon\}) & , \beta \Rightarrow^* \epsilon \end{cases}$$

پس در هر صورت داریم:

$$First(A\alpha) \cap First(\beta) \neq \emptyset$$

و بنابراین با فرض LL(1) بودن G تناقض دارد. پس فرض خلف باطل بوده و حکم ثابت است.

تذکر: عکس قضیه برقرار نیست: ممکن است یک گرامر چپگرد نباشد ولی LL(1) هم نباشد، مانند $S \rightarrow aSb \mid a$

۵) قضیه: یک گرامر LL(1)، نامبهم است.

اثبات: چون گرامر LL(1) است، در هر مرحله از اشتقاق می‌توان با ملاحظهٔ اولین نماد در فرم جمله‌ای، تعیین کرد که دقیقاً باید از چه قاعده‌ای استفاده نمود. بنابراین برای هر جمله تنها یک اشتقاق چپ (یا راست) وجود دارد، پس گرامر LL(1) مبهم نیست.

تذکر: عکس قضیه برقرار نیست: ممکن است یک گرامر مبهم نباشد ولی LL(1) هم نباشد، مانند $S \rightarrow Sa \mid a$

۷) ۷) قضیه: هر گرامر ε-free که در آن هر آلترناتیو یک ناپایانه با یک پایانهٔ متمایز آغاز شود، همواره LL(1) است.
simple LL(1) grammar , s_grammar , simple_grammar

اثبات: در گرامر G داریم:

$$G=(N,T,S,P) \quad \varepsilon \notin L(G) \quad , \forall A (A\in N \Rightarrow A \rightarrow \varepsilon \notin P)$$

چون قواعد تولید ε نداریم کافی است تنها شرط اول LL(1) بودن را بررسی کنیم:
اگر A یکی از ناپایانه‌های گرامر باشد:

$$A \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \dots \mid \alpha_k$$

با توجه به شرط قضیه داریم $\alpha_i = a_i\beta_i$ و

$$A \rightarrow a_1\beta_1 \mid a_2\beta_2 \mid \dots \mid a_k\beta_k \quad , \quad \forall i,j\ (i\neq j \Rightarrow a_i \neq a_j) \quad \forall i\ (a_i \in T) \ , \ 1\le i,j \le k$$

و داریم:

$$\bigcup_{i\neq j} (First(\alpha_i) \cap First(\alpha_j)) = \bigcup_{i\neq j} (First(a_i\beta_i) \cap First(a_j\beta_j)) = \bigcup_{i\neq j} (\{a_i\} \cap \{a_j\}) = \bigcup_{i\neq j} \emptyset = \emptyset$$

پس G، LL(1) است.