



تکلیف شماره‌ی ۴

بخش چهارم

روش حریصانه

GREEDY METHOD

◇ مسئله‌های چندگزینه‌ای

۱) متنی شامل ۷۰۰۰ حرف از حروف a, b, c, d, e, f با دفعات تکرار (فرکانس) مطابق جدول زیر موجود است. تعداد کل بیت‌های لازم برای تبدیل متن مذکور به مجموعه‌ای از بیت‌ها با روش هافمن کدام است؟

x	a	b	c	d	e	f
$f(x)$	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۸۰۰	۱۵۰۰	۱۸۰۰	۷۰۰

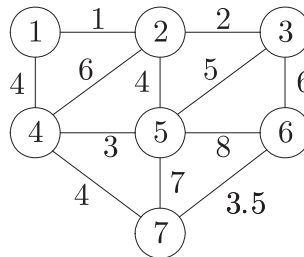
۳۵۲۰۰ (۴)

۲۴۳۰۰ (۳)

۱۷۷۰۰ (۲)

۱۴۶۰۰ (۱)

۲) الگوریتم کراسکال در مرحله‌ی چهارم خود، کدام یال از گراف زیر را به عنوان یال درخت پوشای کمینه در نظر می‌گیرد؟



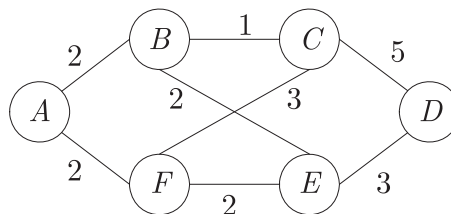
هیچ‌کدام (۴)

(۶, ۷) (۳)

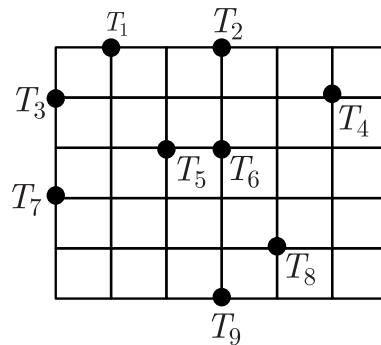
(۴, ۵) (۲)

(۱, ۴) (۱)

۳) گراف بدون جهت و وزن‌دار زیر را در نظر می‌گیریم. اگر رأس A را به عنوان مبدأ انتخاب کنیم و الگوریتم‌های کراسکال و پریم را به ترتیب و جداگانه بر روی این گراف اجرا کنیم، یال‌های انتخاب‌شده به ترتیب مطابق با کدام گزینه است؟

۱) کراسکال: BC, BE, EF, AF, ED ، پریم: AF, FE, BE, BC, ED ۲) کراسکال: BC, BA, AF, FE, ED ، پریم: AF, FE, EB, BC, ED ۳) کراسکال: BC, FE, AF, AB, ED ، پریم: AB, AF, FE, BC, ED ۴) کراسکال: BC, BE, AB, ED, FE ، پریم: AF, FE, ED, AB, BC

۴) یک مهندس برق، مداری را تولید نموده است که دارای ۹ ترمینال است و باید ولتاژی معادل ۵ ولت به آن متصل گردد. فرض کنید که ۵ ولت به یکی از ترمینال‌ها وصل است. برای اینکه کمترین سیم‌بندی در مدار به کار رود، حداقل چه میزان سیم لازم است؟ (فاصله‌ی هر سطر و ستون را یک واحد در نظر بگیرید.)



$$7 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} \quad (4) \quad 5 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} \quad (3) \quad 6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} \quad (2) \quad 8 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} \quad (1)$$

۵) الگوریتم حریمانه‌ی زیر برای مسئله‌ی کوله‌پشتی کسری داده شده است: «اشیا را به ترتیب ... انتخاب کن و در کوله‌پشتی قرار بده، فضای باقیمانده‌ی آخر را نیز با کسری از شیء بعدی پر کن.» کدام یک از موارد زیر باید به عنوان ملاک انتخاب این الگوریتم در جای خالی قرار گیرد تا جواب بهینه به دست آید؟ (ارزش کالای i ام و وزن آن است.)

$$p_i w_i \quad (1)$$

$$p_i / w_i \quad (2)$$

$$w_i / p_i \quad (3)$$

۴) روش حریمانه برای این مسئله قادر به یافتن جواب بهینه نیست.

۶) در مسئله‌ی زمان‌بندی کارها با روش حریمانه، کدام انتخاب رسیدن به زمان انتظار میانگین کمینه را تضمین می‌کند؟

- ۱) انتخاب کارها به ترتیب غیر صعودی زمان اجرا
 ۲) انتخاب کارها به ترتیب غیر نزولی زمان اجرا
 ۳) انتخاب کارهای طولانی و کوتاه به طور یک در میان
 ۴) این مسئله با الگوریتم حریمانه به جواب بهینه نمی‌رسد.

◇ مسئله‌های تشریحی

۱) (مسئله‌ی انتساب کار) فرض کنید می‌خواهیم n نفر را برای انجام n کار انتخاب کنیم. $C[i, j]$ هزینه‌ی گماردن نفر i -ام به کار j -ام می‌باشد.

(الف) با استفاده از روش حریمانه، الگوریتمی بنویسید که این افراد را به کارها نسبت دهد به طوری که هزینه‌ی کل حتی الامکان می‌نیمم گردد.

(ب) الگوریتم خود را از لحاظ زمان تحلیل کرده، نتایج را با نماد مرتبه نمایش دهید.

۲) (مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد) یک گراف وزن‌دار با n رأس را در نظر می‌گیریم.

(الف) از یک روش حریمانه استفاده کرده، الگوریتمی برای مسئله‌ی فروشنده‌ی دورگرد بنویسید.

(ب) الگوریتم خود را تحلیل کرده، نتایج را با نماد مرتبه بیان کنید.

(ج) نشان دهید که الگوریتم شما همواره قادر به یافتن توری با طول می‌نیمم نیست.

۳) (مسئله‌ی رنگ‌آمیزی گراف) فرض کنید برای رنگ‌آمیزی مناسب یک گراف، یک رأس آغازی و یک رنگ را انتخاب کرده، هر تعداد رأس ممکن را با آن رنگ رنگ‌آمیزی می‌کنیم. سپس رنگ جدیدی را انتخاب کرده و هر تعداد رأس ممکن از رئوس رنگ‌نشده را با آن رنگ‌آمیزی می‌کنیم. این فرآیند را چندان ادامه می‌دهیم تا همه‌ی رئوس گراف رنگ‌آمیزی شوند.

(الف) الگوریتمی برای این روش حریمانه جهت رنگ‌آمیزی یک گراف با n رأس بنویسید.

(ب) الگوریتم خود را تحلیل کرده، نتایج را با نماد مرتبه بیان کنید.

یادآوری می‌شود که منظور از رنگ‌آمیزی مناسب یک گراف این است که رأس‌ها به گونه‌ای رنگ شوند که رأس‌های مجاور هم‌رنگ نباشند.