هوش مصنوعی

فصل ۷

عامل‌های منطقی

Logical Agents

کاظم فولادی قلعه
دانشکده مهندسی، پردیس فارابی
دانشگاه تهران

http://courses.fouladi.ir/ai

هوش مصنوعی و دانایی

AI AND KNOWLEDGE

اهمیت «استدلال»

چرا استدلال در هوش مصنوعی مهم است؟

۱	۲	۳	۴
زمینه‌سازی برای رفتارهای موفق	کار با محیط‌های مشاهده‌پذیر جزئی	درک زبان طبیعی	کسب انعطاف بیشتر
که از طریق‌های دیگر بسیار دشوار است.	با استنتاج حالت‌های پنهان دنیا	بر اساس استنتاج روی واقعیت‌ها	تغییر رفتار عامل تنها با تغییر دانایی او

البته منطق محدودیت‌هایی هم دارد: مثل کار با دانش غیرمطمئن

هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۱

عامل‌های مبتنی بر دانایی

عامل مبتنی بر دانایی

ساختار

عامل مبتنی بر دانایی

پایگاه دانایی

عامل مبتنی بر دانایی
Knowledge-based Agent

پایگاه دانایی
Knowledge Base
(KB)

موتور استنتاج
Inference Engine
(IE)

محتوای مخصوص دامنه

الگوریتم‌های مستقل از دامنه

مجموعه‌ای از جمله‌ها در یک زبان **صوری**

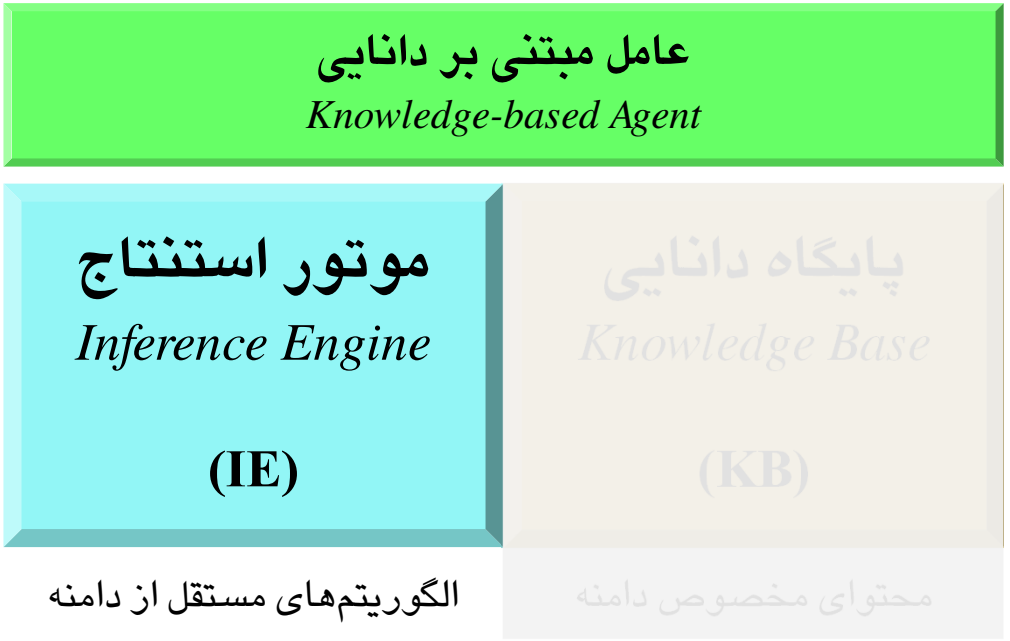
↓

زبان بازنمایی دانایی

جزء اصلی یک عامل مبتنی بر دانایی، **پایگاه دانایی** آن می‌باشد.

عامل مبتنی بر دانایی

موتور استنتاج



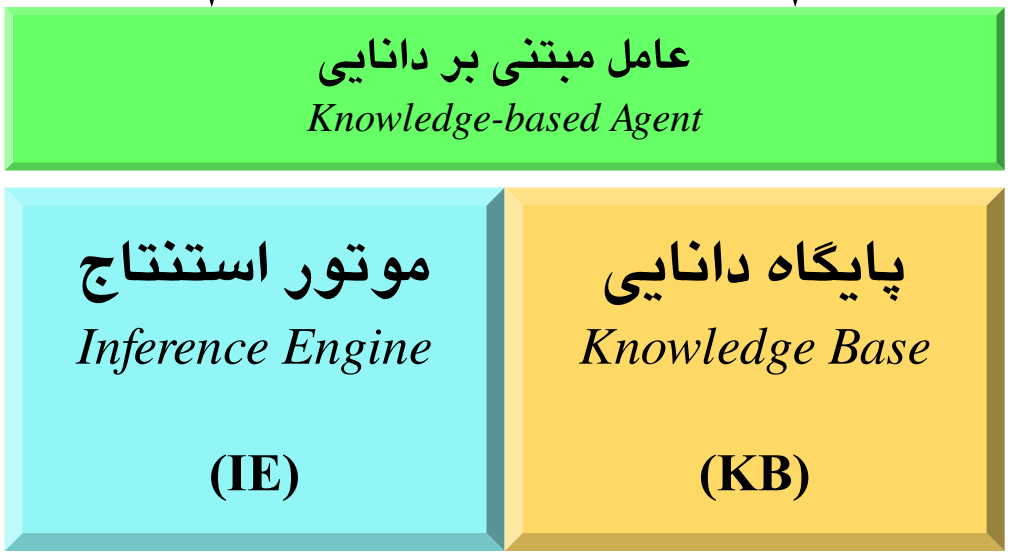
الگوریتم استخراج دانایی جدید از دانایی فعلی

عامل مبتنی بر دانایی

عملیات: گفتن و پرسیدن

TELL (گفتن)
گفتن چیزی به عامل که نیاز دارد بداند.

ASK (پرسیدن)
پرسیدن عامل از خودش:
چه کاری باید انجام بدهد؟
(پاسخ باید از پایگاه دانش پیروی کند.)



عامل مبتنی بر دانایی

سطوح طراحی عامل مبتنی بر دانایی

عامل‌های مبتنی بر دانایی
Knowledge-based Agents

سطح دانایی
Knowledge Level

آنچه عامل می‌داند، صرف نظر از چگونگی پیاده‌سازی
(جملات خام، مثلا: «پل P بین جزیره A و B قرار دارد»)

سطح منطقی
Logical Level

به صورت تعدادی از جملات کدگذاری شده
(مثلا: Links(P,A,B))

سطح پیاده‌سازی
Implementation Level

سطح قابل اجرا در معماری عامل
(بیت‌های کد شده، ساختمان داده‌ها و ...)

روی‌کرد **اعلانی (declarative)** برای ساخت یک عامل: TELL

عامل مبتنی بر دانایی

شبه کد

```
function KB-Agent(percept) returns an action
    static: KB, a knowledge base
            t, a counter, initially 0, indicating time

    Tell(KB, Make-Percept-Sentence(percept, t))
    action ← Ask(KB, Make-Action-Query(t))
    Tell(KB, Make-Action-Sentence(action, t))
    t ← t + 1
    return action
```

بسیار مشابه با عامل واکنشی با حالت داخلی (عامل مبتنی بر مدل)

عامل مبتنی بر دانایی

توانایی‌های لازم

۱	۲	۳	۴	۵
بازنمایی حالت‌ها، کنش‌ها و...	دخیل کردن ادراک‌های جدید	به‌هنگام‌سازی بازنمایی‌های داخلی دنیا	استنباط خصوصیات پنهان دنیا	استنباط کنش‌های مناسب

هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۲

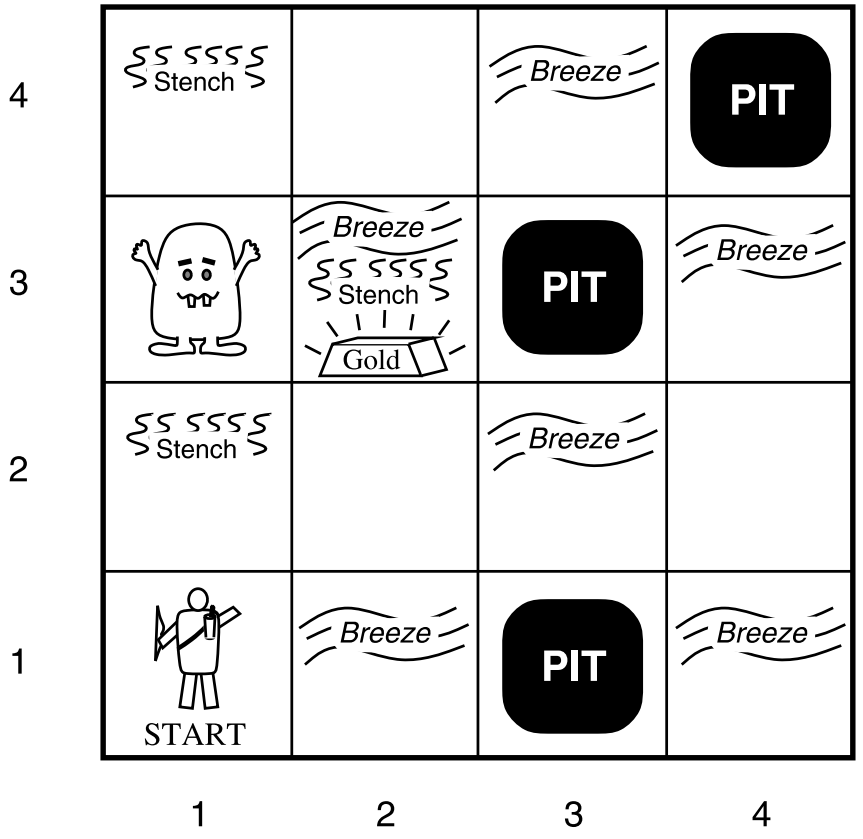
دنیای اژدها

(Wumpus World)

عامل مبتنی بر دانایی

مثال : دنیای اژدها

WUMPUS WORLD

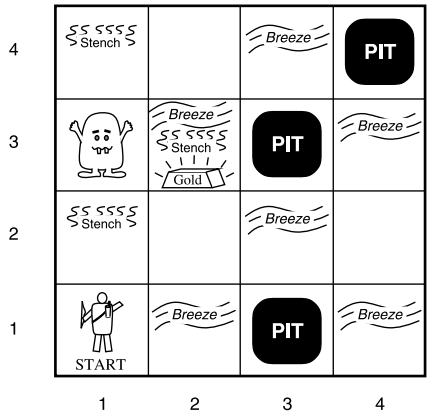


عامل مبتنی بر دانایی

مثال : دنیای اژدها

WUMPUS WORLD

P	E	A	S
معیار کارآیی *Performace Measure*	محیط *Environment*	کنش‌گرها *Actuators*	حسگرها *Sensors*
کشف طلا : 1000+ مرگ : 1000- هر گام : 1- استفاده از تیر : 10-	بو در خانه‌های مجاور اژدها نسیم در خانه‌های مجاور چاله درخشش طلا در خانه‌ی طلا کشتن اژدها با شلیک اگر در مقابل تیر باشد (کنش Shoot) فقط یک تیر موجود برای شلیک امکان برداشتن طلا فقط در خانه‌ی آن (کنش Grab) رها کردن طلا موجب افتادن در همان خانه (کنش Release) شنیده شدن صدای ناله‌ی اژدها (Scream) در همه‌ی محیط در صورت زخمی شدن شنیده شدن صدای Bump در صورت برخورد عامل با دیوار مرگ عامل در صورت ورود به خانه‌ی اژدهای سالم یا چاله وجود چاله در یک خانه با احتمال 0.2	انجام کنش‌های گردش به راست (Right Turn) گردش به چپ (Left Turn) حرکت به جلو (Forward) برداشتن (Grab) رها کردن (Release) شلیک کردن (Shoot)	نسیم، درخشش، بو بردار ادراکی ۵تایی: بوی بد اژدها (Stench) نسیم (Breeze) درخشش (Glitter) صدای برخورد (Bump) صدای ناله (Scream)



Percept = [***Stench***, ***Breeze***, ***Glitter***, ***Bump***, ***Scream***]

عامل مبتنی بر دانایی

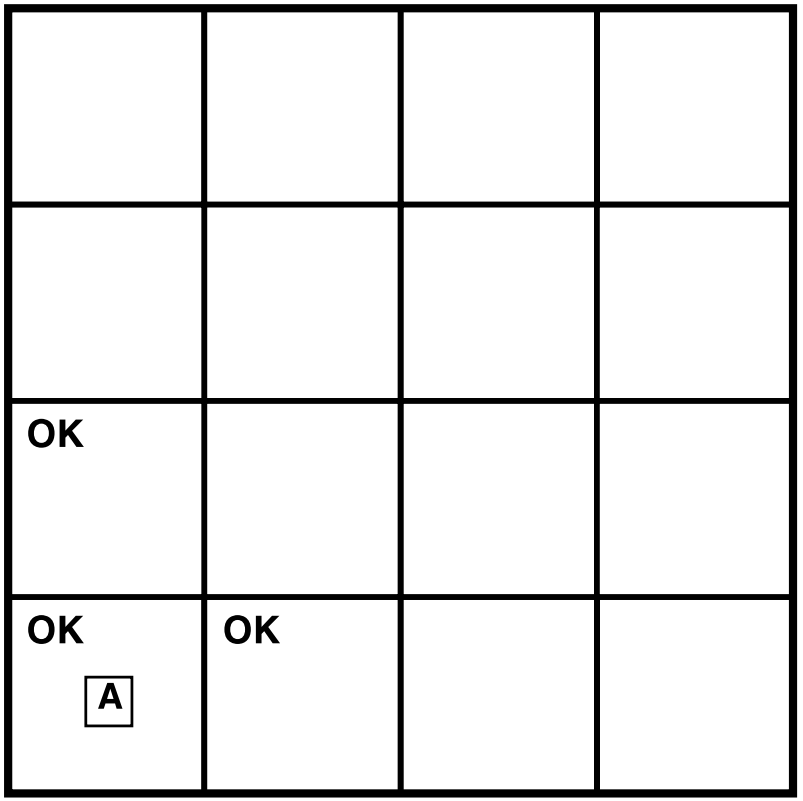
مثال: دنیای اژدها: خصوصیات محیط وظیفه

PROPERTIES OF TASK ENVIRONMENTS

مشاهده‌پذیر جزئی *Partially Observable*	تنها ادراک‌های محلی وجود دارند.	مشاهده‌پذیر کامل *Fully Observable*
تک عاملی *Single-agent*	با اژدها به عنوان یک پدیده‌ی طبیعی و جزئی از محیط برخورد می‌شود.	چند عاملی *Multiagent*
قطعی *Deterministic*	برآمد همه‌ی کنش‌ها به طور قطعی مشخص شده است.	اتفاقی *Stochastic*
دنباله‌ای *Sequential*	در سطح کنش‌ها دنباله‌ای است.	مقطعی *Episodic*
ایستا *Static*	محیط شامل اژدها و چاله‌ها حرکت نمی‌کنند.	پویا *Dynamic*
گسسته *Discrete*	ادراک‌ها، کنش‌ها، زمان و حالت‌های مسئله، گسسته هستند.	پیوسته *Continuous*
شناخته‌شده *Known*	برآمد همه‌ی کنش‌ها داده شده است.	ناشناخته *Unknown*

عامل مبتنی بر دانایی

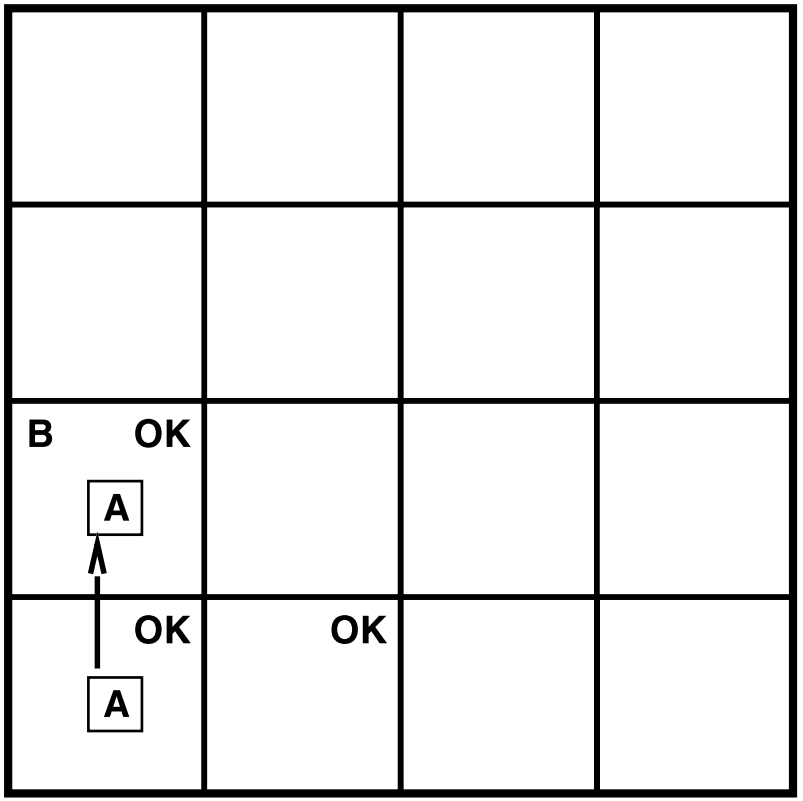
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۱ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [None, None, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

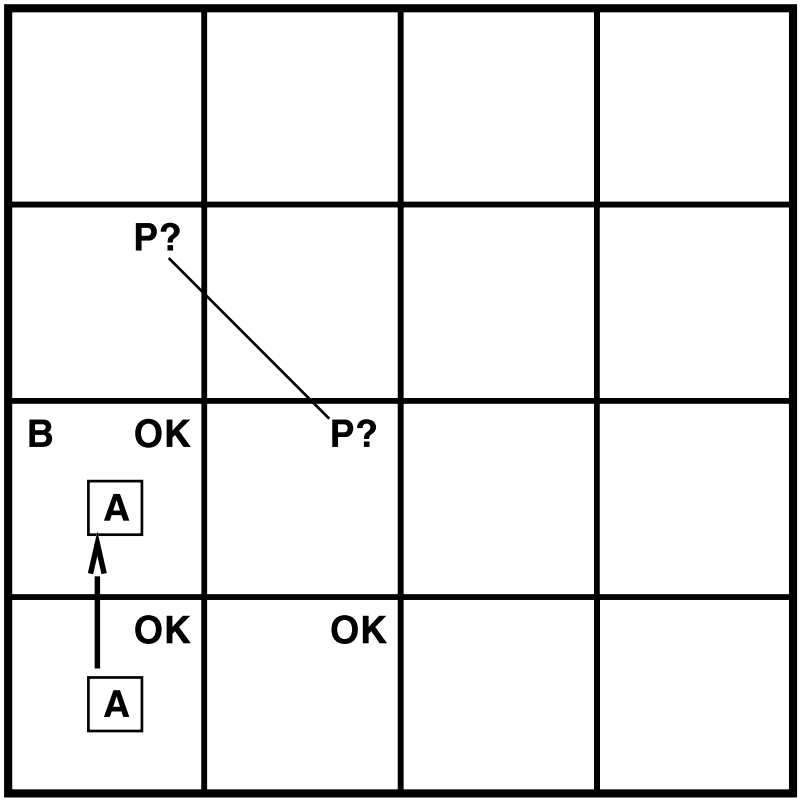
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۲ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [None, Breeze, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

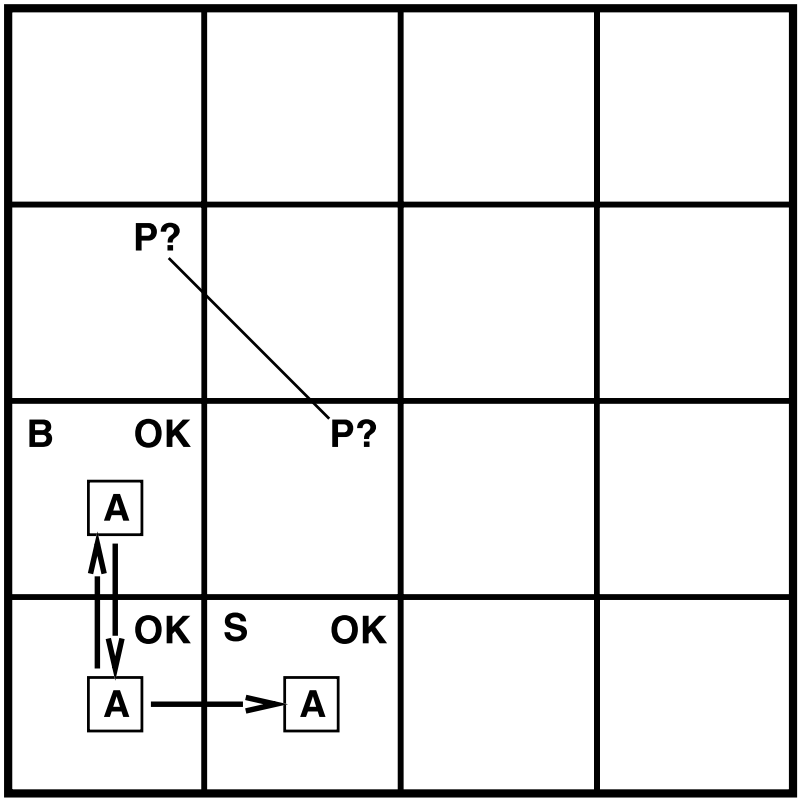
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۳ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [None, Breeze, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

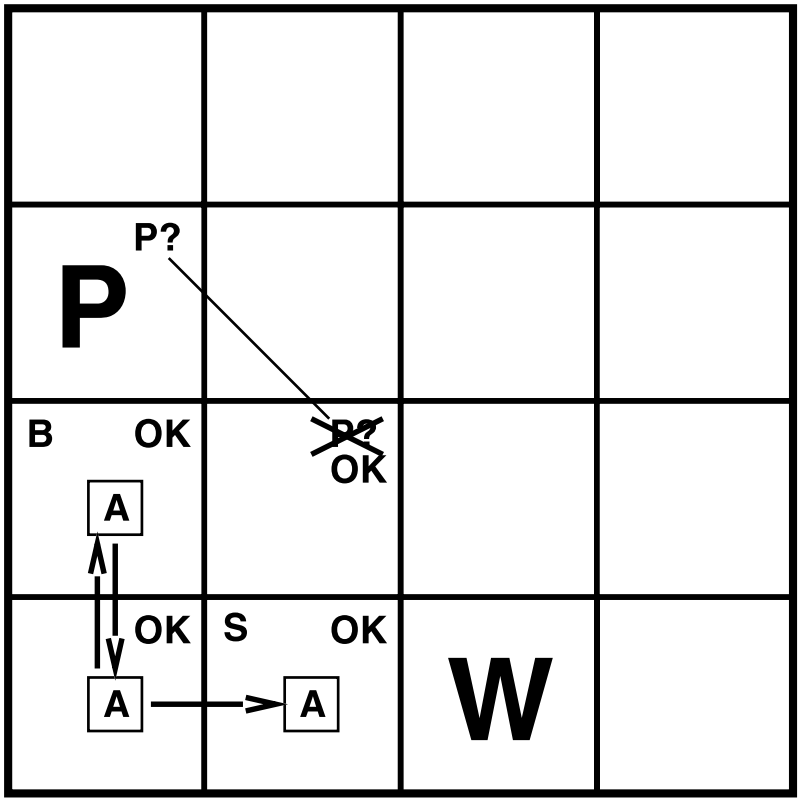
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۴ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [Stench, None, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

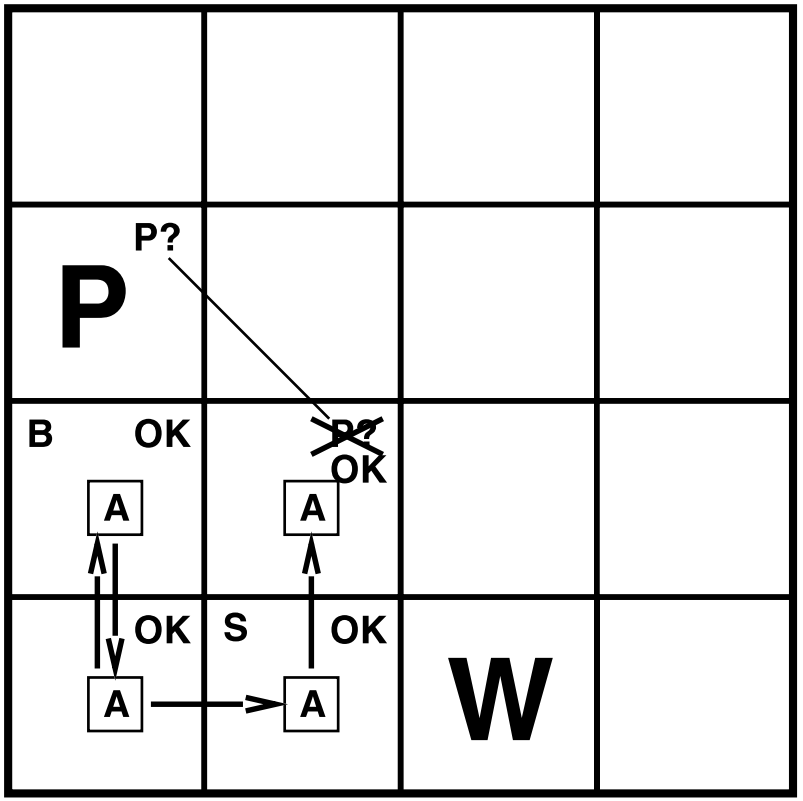
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۵ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [Stench, None, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

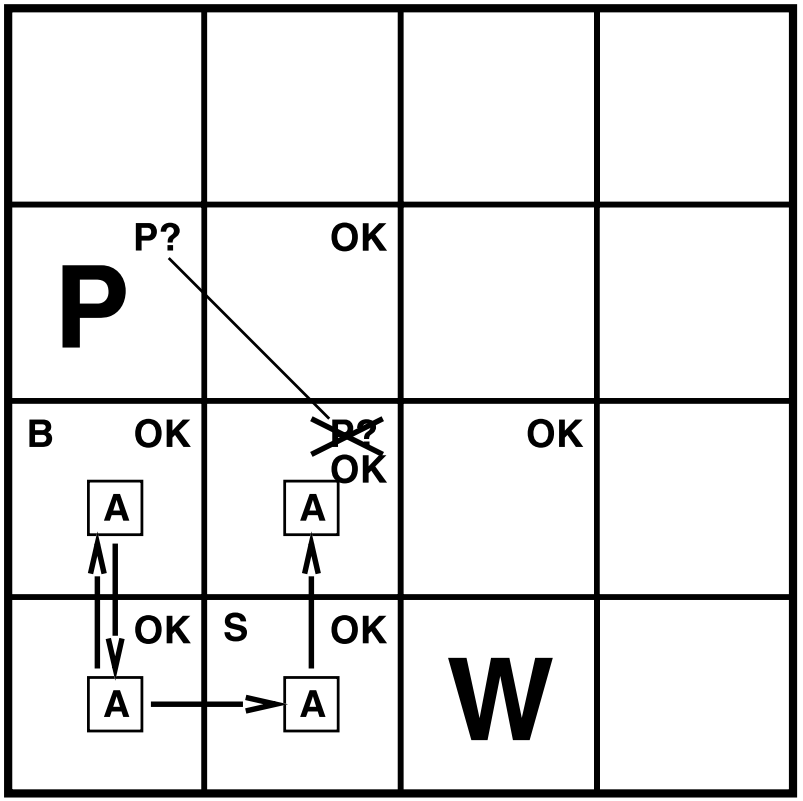
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۶ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [None, None, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

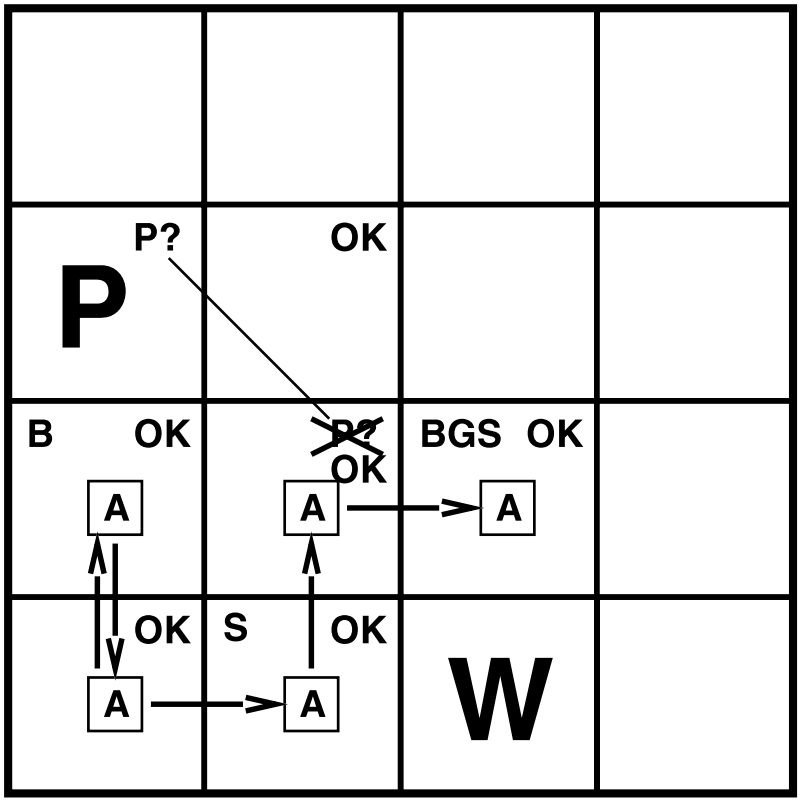
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۷ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [None, None, None, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

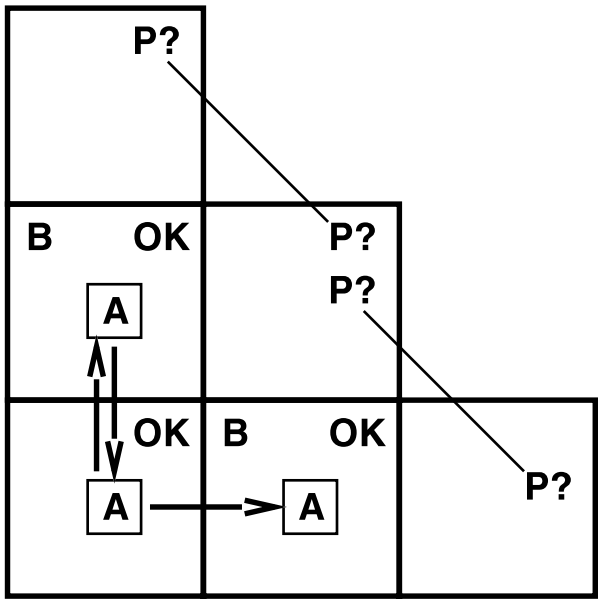
مثال: دنیای اژدها: اکتشاف در دنیای اژدها (۸ از ۸)



$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [Stench, Breeze, Glitter, None, None]$$

عامل مبتنی بر دانایی

مثال: دنیای اژدها: موقعیت عدم وجود کنش امن



حس نسیم در $(1,2)$ و $(2,1)$

$\Downarrow$

هیچ کنش امنی وجود ندارد.

راه حل:

استفاده از استدلال احتمالاتی

(احتمال وجود چاله)

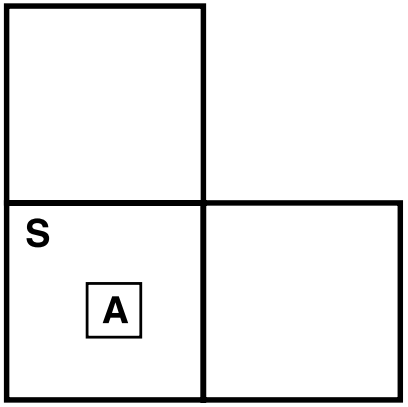
با فرض توزیع یکنواخت چاله‌ها

$(2,2)$ چاله دارد با احتمال 0.86 در مقابل 0.31

عامل مبتنی بر دانایی

مثال: دنیای اژدها: موقعیت عدم وجود کنش امن: **استراتژی اضطرار**

حس بوی بد اژدها در خانه‌ی شروع $(1,1)$
$\Downarrow$
هیچ کنش امنی برای حرکت وجود ندارد.



راه حل:
استفاده از استراتژی اضطرار (Coercison)

عامل یک تیر به جلو شلیک می‌کند:
اگر اژدها در مقابل باشد $\Leftarrow$ اژدها کشته می‌شود $\Leftarrow$ وضعیت امن
اگر اژدها در مقابل نباشد $\Leftarrow$ وضعیت امن

$$Percept = [Stench, Breeze, Glitter, Bump, Scream] = [Stench, None, None, None, None]$$

هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۳

منطق

منطق

منطق

Logic

قوانین تفکر:
ابزار درست فکر کردن

تفکیک‌کننده‌ی درستی از نادرستی

منطق

در حالت عمومی

LOGIC IN GENERAL

منطق‌ها: زبان‌هایی صوری برای بازنمایی اطلاعات
به طوری که نتایجی می‌تواند از آن استخراج شود.

اجزای یک منطق		
نحو *Syntax*	**معناشناسی** *Semantics*	**تئوری اثبات** *Proof Theory*
تعریف جملات در زبان (ظاهر جملات)	تعریف معنای جملات (مثلاً: تعریف درستی یک جمله در یک دنیا)	مجموعه قواعدی برای استخراج جملات جدید

منطق

مثال

منطق: زبان حساب
Language of Arithmetic

اجزای منطق «زبان حساب»		
نحو *Syntax*	**معناشناسی** *Semantics*	**تئوری اثبات** *Proof Theory*
تعریف جملات در زبان (ظاهر جملات)	تعریف معنای جملات (مثلاً: تعریف درستی یک جمله در یک دنیا)	مجموعه قواعدی برای استخراج جملات جدید

$x + 2 \geq y$ is a sentence; $x2 + y >$ is not a sentence

$x + 2 \geq y$ is true iff the number $x + 2$ is no less than the number y

$x + 2 \geq y$ is true in a world where $x = 7,\ y = 1$
$x + 2 \geq y$ is false in a world where $x = 0,\ y = 6$

منطق

تعهدات یک منطق

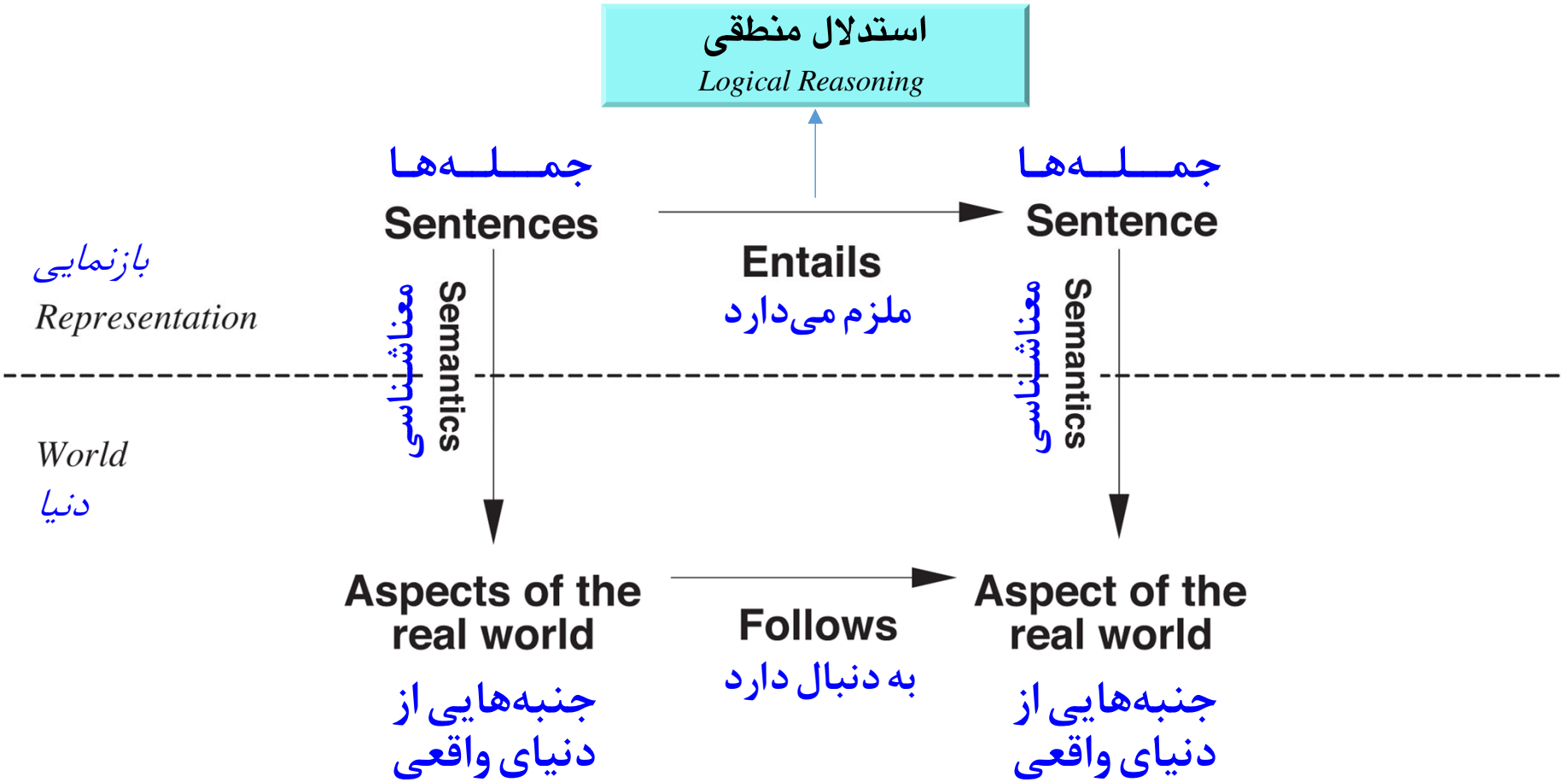
تعهدات یک منطق	
تعهدات هستی‌شناختی *Ontological Commitment*	**تعهدات معرفت‌شناختی** *Epistemological Commitment*
(آنچه در جهان وجود دارد)	**(آنچه عامل در مورد موجودها باور دارد)**
واقعیت‌ها، اشیا، زمان، باورها، ...	دانایی چه حالت‌هایی دارد؟

انواع منطق‌ها

و تعهدات آنها

	تعهدات منطق	
	تعهدات هستی‌شناختی *Ontological Commitment*	**تعهدات معرفت‌شناختی** *Epistemological Commitment*
منطق گزاره‌ای *Propositional Logic*	واقعیت‌ها *Facts*	درست / نادرست / ناشناخته *True / False / Unknown*
منطق مرتبه اول *First-Order Logic*	واقعیت‌ها، اشیا، رابطه‌ها *Facts, Objects, Relations*	درست / نادرست / ناشناخته *True / False / Unknown*
منطق زمانی *Temporal Logic*	واقعیت‌ها، اشیا، رابطه‌ها، زمان‌ها *Facts, Objects, Relations, Times*	درست / نادرست / ناشناخته *True / False / Unknown*
نظریه‌ی احتمال *Probability Theory*	واقعیت‌ها *Facts*	درجه‌ی باور بین صفر تا یک *Degree of Belief* 0…1
منطق فازی *Fuzzy Logic*	واقعیت‌هایی با درجه‌ی درستی بین ۰ و ۱ *Facts with Degree of Truth in* [0,1]	بازه‌ی معلومی از مقادیر *Known interval value*

نسبت بین منطق (بازنمایی) و واقعیت (دنیا)



استلزام

ENTAILMENT

استلزام: به معنی پیروی یک چیز از دیگری است.
(یعنی: اگر یک چیز باشد، دیگری هم به دنبال آن می‌آید.)

$$\beta \models \alpha$$

جمله‌ی β جمله‌ی α را ملزم می‌دارد
(جمله‌ی β مستلزم جمله‌ی α است)
(β entails α)

اگر و فقط اگر

α در همه‌ی دنیاهایی که در آن‌ها β درست است، درست باشد.

استلزام یک رابطه بین جملات (یعنی نحو) است که مبتنی بر معنا می‌باشد.

استلزام

از پایگاه دانایی

ENTAILMENT

استلزام: به معنی پیروی یک چیز از دیگری است.
(یعنی: اگر یک چیز باشد، دیگری هم به دنبال آن می‌آید.)

$$KB \models \alpha$$

پایگاه دانایی KB جمله‌ی α را ملزم می‌دارد
(پایگاه دانایی KB مستلزم جمله‌ی α است)
(KB entails α)

اگر و فقط اگر

α در همه‌ی دنیاهایی که در آن‌ها KB درست است، درست باشد.

استلزام

مثال

ENTAILMENT

استلزام: به معنی پیروی یک چیز از دیگری است.
(یعنی: اگر یک چیز باشد، دیگری هم به دنبال آن می‌آید.)

$$KB \models \alpha$$

در زبان حساب

$$x + y = 4 \quad \models \quad 4 = x + y$$

مدل‌ها

MODELS

مدل‌ها: دنیاهای ساخت‌یافته‌ی صوری هستند که
با توجه به آنها **درستی** جملات می‌تواند ارزیابی شود.
(منطق‌دان‌ها معمولاً بر حسب مدل‌ها فکر می‌کنند.)

می‌گوییم m یک مدل از جمله‌ی α است

اگر

α در m درست باشد.

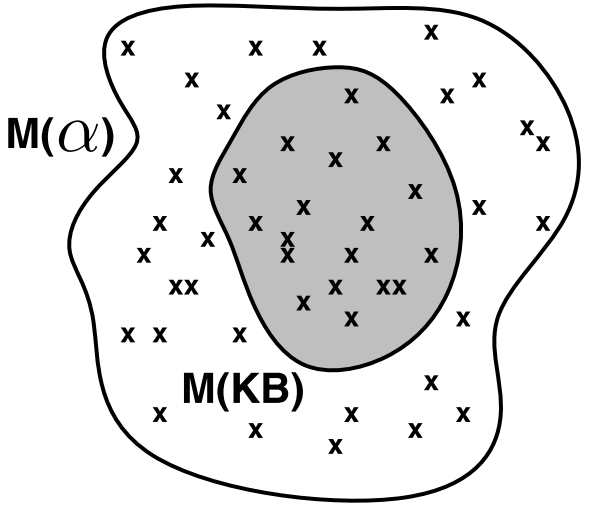
$$M(\alpha) = \text{مجموعه‌ی همه‌ی مدل‌های } \alpha$$

مدل‌ها و استلزام

$$KB \models \alpha$$

اگر و فقط اگر

$$M(KB) \subseteq M(\alpha)$$

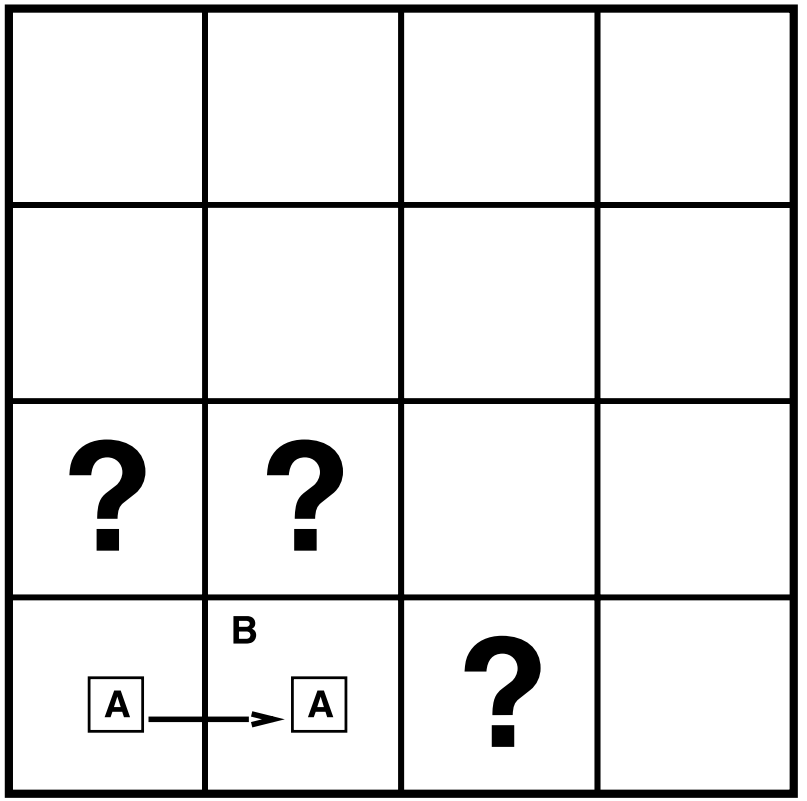


مدل‌ها و استلزام

مثال: استلزام در دنیای اژدها (۱ از ۶)

ENTAILMENT IN THE WUMPUS WORLD

وضعیت:
پس از تشخیص هیچ چیز در $[1,1]$،
حرکت به راست،
تشخیص نسیم **B** در $[2,1]$



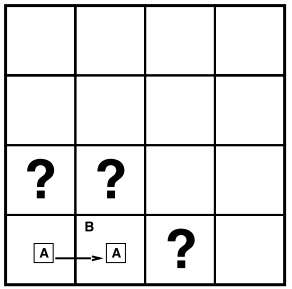
در نظر گرفتن مدل‌های ممکن برای **?**ها
با فرض وجود فقط چاله **P**

۳ متغیر بولی $\Leftarrow$ ۸ مدل ممکن

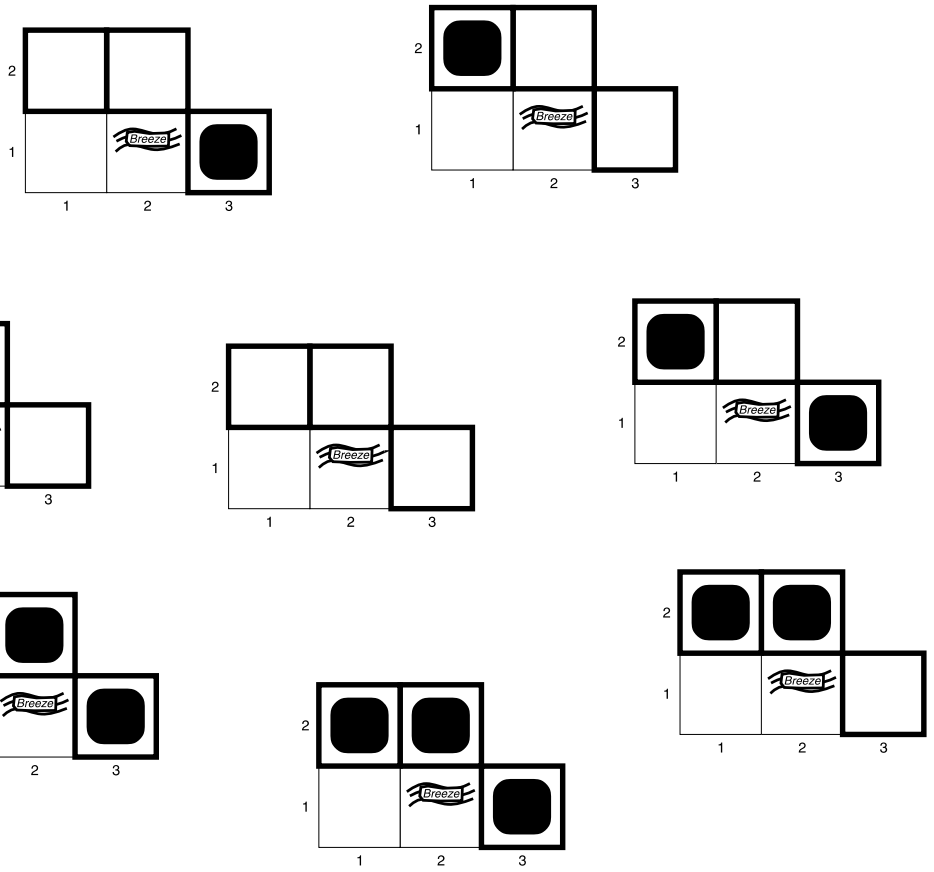
مدل‌ها و استلزام

مثال: استلزام در دنیای اژدها (۲ از ۶)

ENTAILMENT IN THE WUMPUS WORLD



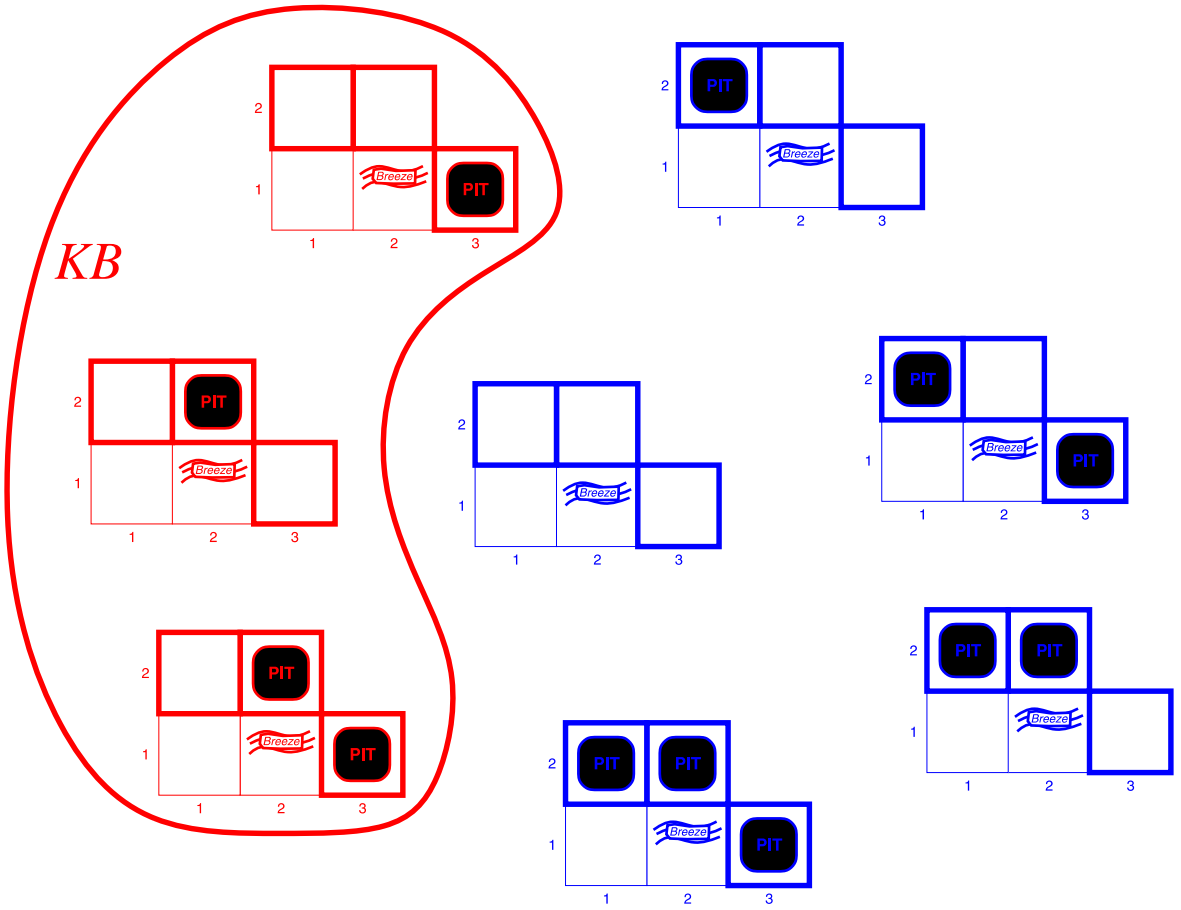
مدل‌های
دنیای اژدها
در وضعیت فوق:

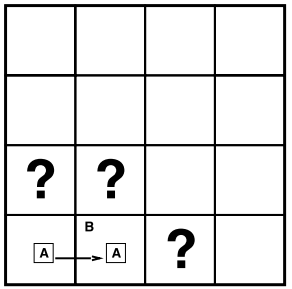


مدل‌ها و استلزام

مثال: استلزام در دنیای اژدها (۳ از ۶)

ENTAILMENT IN THE WUMPUS WORLD





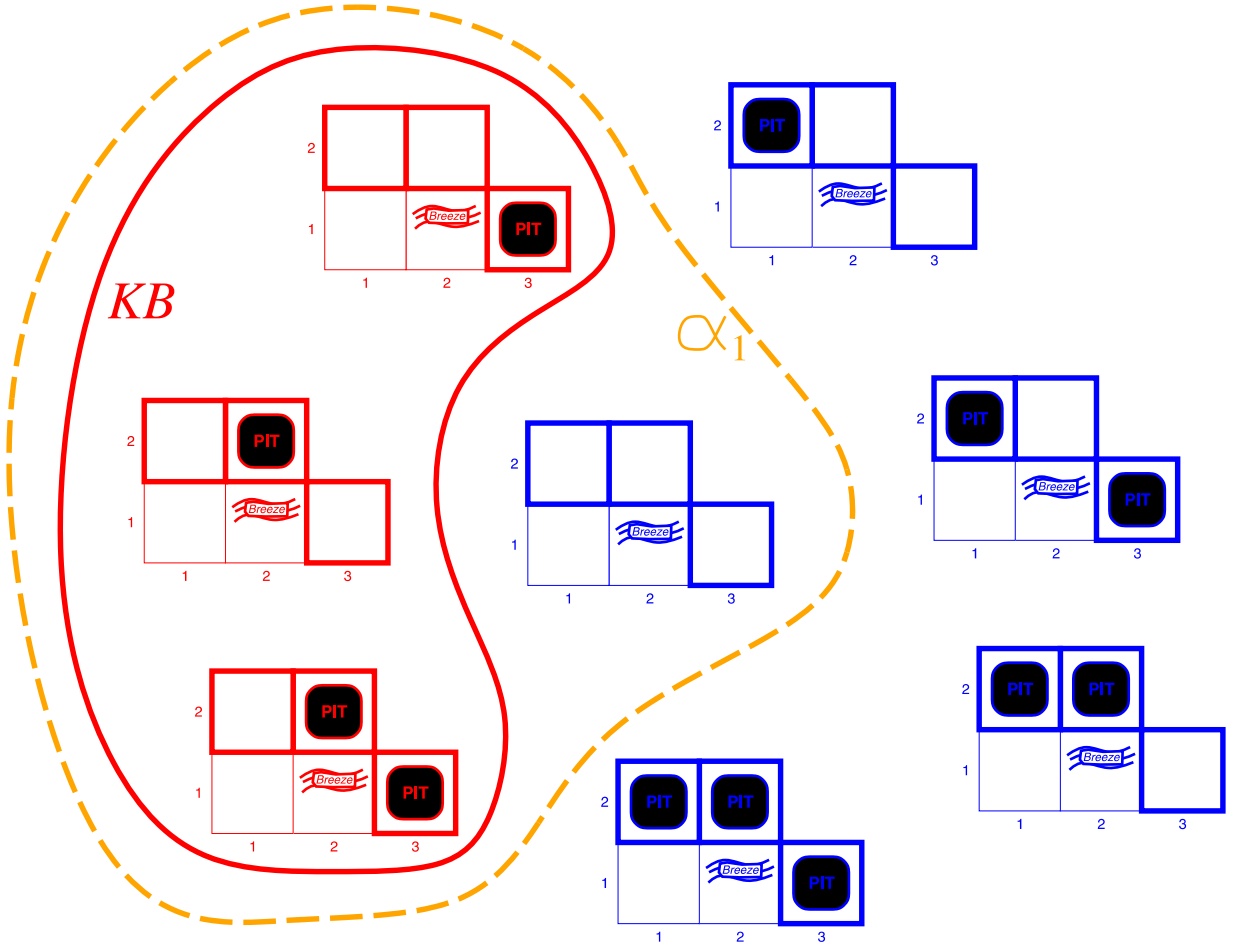
مدل‌های
دنیای اژدها
در وضعیت فوق:

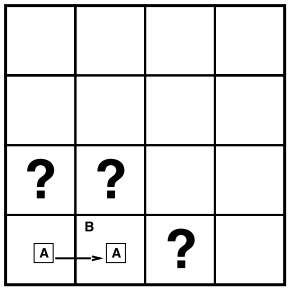
پایگاه دانایی KB = قواعد دنیای اژدها + مشاهدات

مدل‌ها و استلزام

مثال: استلزام در دنیای اژدها (۴ از ۶)

ENTAILMENT IN THE WUMPUS WORLD





مدل‌های
دنیای اژدها
در وضعیت فوق:

پایگاه دانایی KB = قواعد دنیای اژدها + مشاهدات

α_1 = «[1,2] امن است»

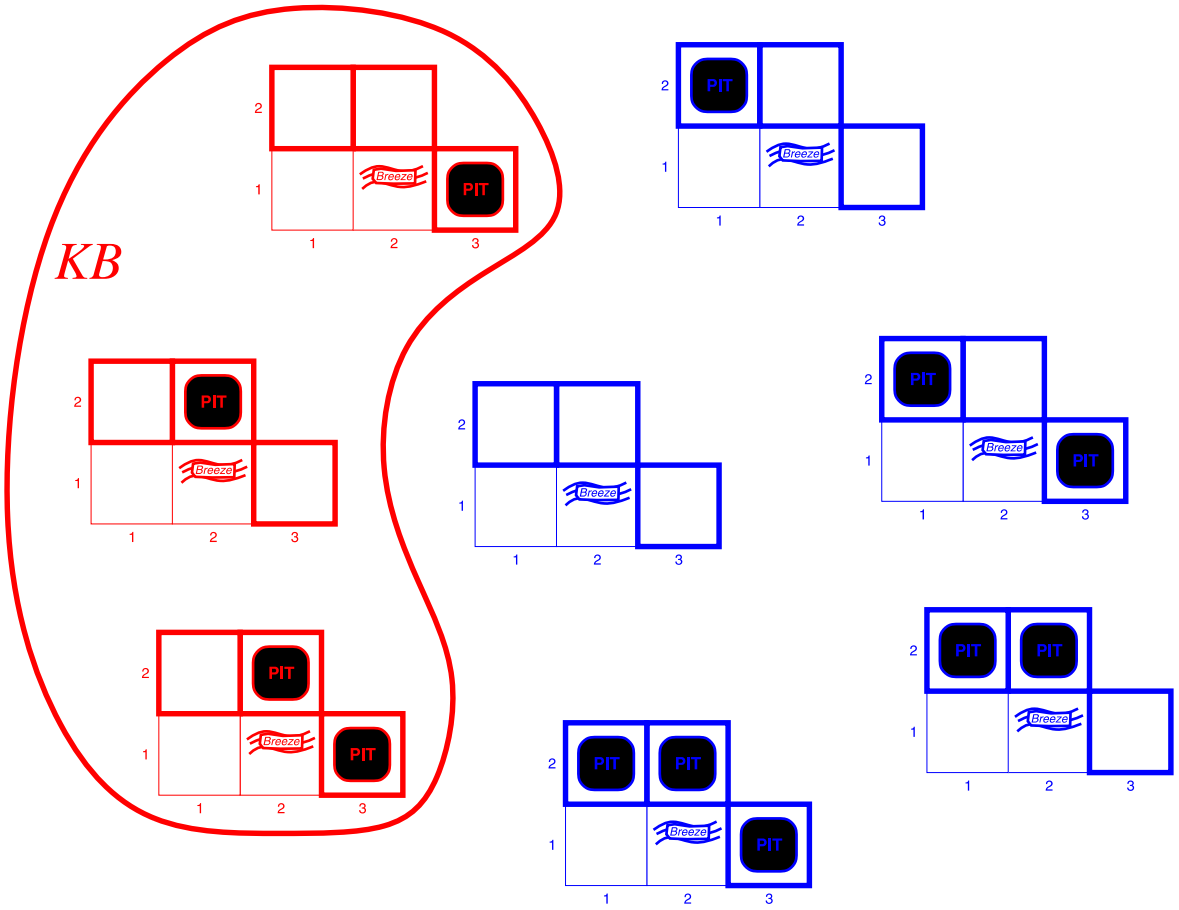
$KB \models \alpha_1$

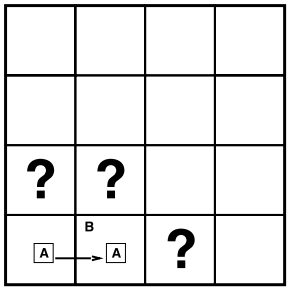
اثبات با بررسی مدل
Model Checking

مدل‌ها و استلزام

مثال: استلزام در دنیای اژدها (۵ از ۶)

ENTAILMENT IN THE WUMPUS WORLD





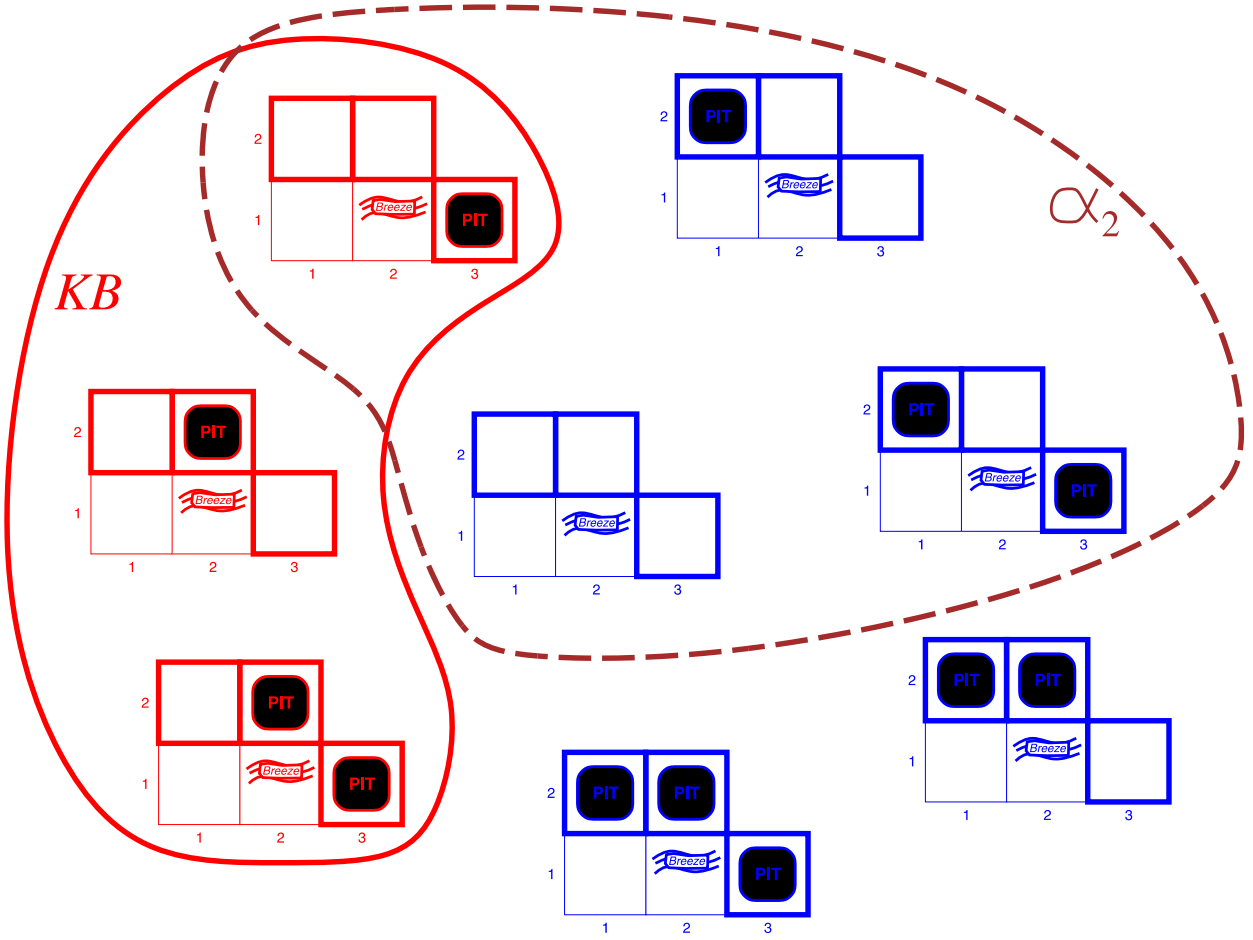
مدل‌های
دنیای اژدها
در وضعیت فوق:

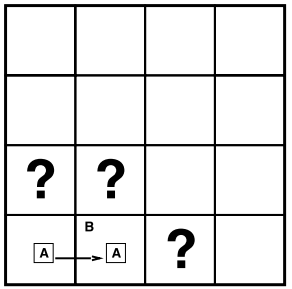
پایگاه دانایی KB = قواعد دنیای اژدها + مشاهدات

مدل‌ها و استلزام

مثال: استلزام در دنیای اژدها (۶ از ۶)

ENTAILMENT IN THE WUMPUS WORLD





مدل‌های
دنیای اژدها
در وضعیت فوق:

پایگاه دانایی KB = قواعد دنیای اژدها + مشاهدات

α_2 = «$[2,2]$ امن است»

$KB \not\models \alpha_2$

استنتاج

INFERENCE

استنتاج: به معنی اشتقاق یک جمله از دیگری توسط یک روال خاص است.
(یعنی: استخراج یک جمله از جمله‌ی دیگر بر اساس یک قاعده)

$$\beta \vdash_i \alpha$$

جمله‌ی β جمله‌ی α را مشتق می‌کند توسط روال i
(جمله‌ی α از جمله‌ی β مشتق می‌شود توسط روال i)
(β derives α by procedure i)

استنتاج

از پایگاه دانایی

INFERENCE

استنتاج: به معنی اشتقاق یک جمله از دیگری توسط یک روال خاص است.
(یعنی: استخراج یک جمله از جمله‌ی دیگر بر اساس یک قاعده)

$$KB \vdash_i \alpha$$

پایگاه دانایی KB جمله‌ی α را مشتق می‌کند توسط روال i
(جمله‌ی α از پایگاه دانایی KB مشتق می‌شود توسط روال i)
(KB derives α by procedure i)

نسبت بین استنتاج و استلزام

$$KB \vdash_i \alpha$$

پی‌آمدهای پایگاه دانش: کاهدان
haystack

سوزن
needle

استلزام *Entailment*	استنتاج *Inference*
انداختن یک سوزن در کاهدان *Needle in haystack*	یافتن سوزن در کاهدان
$KB \models \alpha$	$KB \vdash_i \alpha$

استنتاج

خصوصیات یک روال استنتاج

برای روال استنتاج i	
صحیح بودن *Soundness*	**تمامیت** *Completeness*
هر جمله‌ی مشتق شده درست باشد. i **صحیح** است اگر هرگاه $KB \vdash_i \alpha$ درست بود، آن‌گاه $KB \models \alpha$ نیز درست باشد.	همه‌ی جمله‌های درست مشتق شوند. i **کامل** است اگر هرگاه $KB \models \alpha$ درست بود، آن‌گاه $KB \vdash_i \alpha$ نیز درست باشد.

هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۴

منطق گزاره‌ای

یک منطق بسیار ساده

منطق گزاره‌ای

PROPOSITIONAL LOGIC

منطق گزاره‌ای: ساده‌ترین منطق
ترسیم‌کننده‌ی ایده‌های اصلی

اجزای منطق گزاره‌ای		
نحو *Syntax*	**معناشناسی** *Semantics*	**تئوری اثبات** *Proof Theory*
نمادهای گزاره‌ای رابطها گزاره‌های ترکیبی	قواعد درست/نادرست بودن گزاره‌ها	استفاده از قواعد استنتاج بررسی مدل

منطق گزاره‌ای

نحو

PROPOSITIONAL LOGIC: SYNTAX

منطق گزاره‌ای: ساده‌ترین منطق
ترسیم‌کننده‌ی ایده‌های اصلی

اجزای منطق گزاره‌ای

تئوری اثبات *Proof Theory*	معناشناسی *Semantics*	**نحو** *Syntax*

The proposition symbols P_1, P_2 etc are sentences	نمادهای گزاره‌ای
If S is a sentence, $\neg S$ is a sentence (negation)	نقیض
If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \wedge S_2$ is a sentence (conjunction)	عطف
If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \vee S_2$ is a sentence (disjunction)	فصل
If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \Rightarrow S_2$ is a sentence (implication)	ایجاب
If S_1 and S_2 are sentences, $S_1 \Leftrightarrow S_2$ is a sentence (biconditional)	دوشرطی

منطق گزاره‌ای

نحو: گرامر

PROPOSITIONAL LOGIC: SYNTAX: GRAMMAR

منطق گزاره‌ای: ساده‌ترین منطق
ترسیم‌کننده‌ی ایده‌های اصلی

اجزای منطق گزاره‌ای

نحو	معناشناسی	تئوری اثبات
Syntax	*Semantics*	*Proof Theory*

$$
\begin{aligned}
\mathit{Sentence} &\rightarrow \mathit{AtomicSentence} \mid \mathit{ComplexSentence} \\
\mathit{AtomicSentence} &\rightarrow \mathbf{True} \mid \mathbf{False} \mid \mathit{Symbol} \\
\mathit{Symbol} &\rightarrow \mathbf{P} \mid \mathbf{Q} \mid \mathbf{R} \mid \ldots \\
\mathit{ComplexSentence} &\rightarrow \neg\, \mathit{Sentence} \\
&\mid (\, \mathit{Sentence} \wedge \mathit{Sentence}\,) \\
&\mid (\, \mathit{Sentence} \vee \mathit{Sentence}\,) \\
&\mid (\, \mathit{Sentence} \Rightarrow \mathit{Sentence}\,) \\
&\mid (\, \mathit{Sentence} \Leftrightarrow \mathit{Sentence}\,)
\end{aligned}
$$

منطق گزاره‌ای

معناشناسی

PROPOSITIONAL LOGIC: SEMANTICS

منطق گزاره‌ای: ساده‌ترین منطق
ترسیم‌کننده‌ی ایده‌های اصلی

اجزای منطق گزاره‌ای

تئوری اثبات	**معناشناسی**	نحو
Proof Theory	*Semantics*	*Syntax*

به هر گزاره **true** یا **false** نسبت داده می‌شود: **معنای هر گزاره = درستی/نادرستی آن**

$\neg S$	is true iff	S	is false			
$S_1 \wedge S_2$	is true iff	S_1	is true **and**	S_2	is true	
$S_1 \vee S_2$	is true iff	S_1	is true **or**	S_2	is true	
$S_1 \Rightarrow S_2$	is true iff	S_1	is false **or**	S_2	is true	
i.e.,	is false iff	S_1	is true **and**	S_2	is false	
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	is true iff	$S_1 \Rightarrow S_2$	is true **and**	$S_2 \Rightarrow S_1$	is true	

منطق گزاره‌ای

معناشناسی: مثال

منطق گزاره‌ای: ساده‌ترین منطق
ترسیم‌کننده‌ی ایده‌های اصلی

اجزای منطق گزاره‌ای

تئوری اثبات	**معناشناسی**	نحو
Proof Theory	*Semantics*	*Syntax*

هر **مدل** **true** یا **false** را برای هر نماد گزاره‌ای مشخص می‌کند.

E.g. $P_{1,2}$ $P_{2,2}$ $P_{3,1}$
$true$ $true$ $false$

در «دنیای اژدها»:

(With these symbols, 8 possible models, can be enumerated automatically.)

Simple recursive process evaluates an arbitrary sentence, e.g.,
$\neg P_{1,2} \wedge (P_{2,2} \vee P_{3,1}) = true \wedge (false \vee true) = true \wedge true = true$

منطق گزاره‌ای

جدول درستی برای رابطها

TRUTH TABLES FOR CONNECTIVES

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$true$
$false$	$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$false$
$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$
$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$true$	$true$

منطق گزاره‌ای

مثال: جملاتی برای دنیای اژدها

WUMPUS WORLD SENTENCES

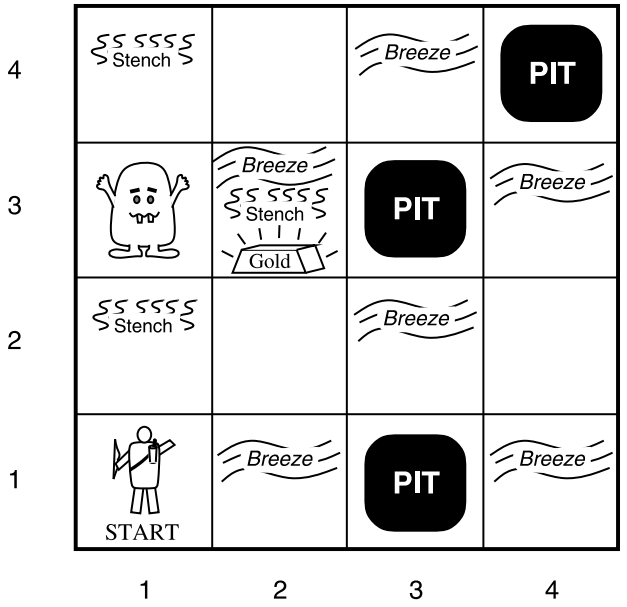
Let $P_{i,j}$ be true if there is a pit in $[i, j]$.
Let $B_{i,j}$ be true if there is a breeze in $[i, j]$.

$$\neg P_{1,1}$$
$$\neg B_{1,1}$$
$$B_{2,1}$$

"Pits cause breezes in adjacent squares"

$$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$
$$B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$$

"A square is breezy **if and only if** there is an adjacent pit"



استنتاج با «جدول درستی»

TRUTH TABLES FOR INFERENCE

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	KB	α_1
$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$
$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$true$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$true$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$false$	$false$

هر سطر یک ترکیب انتساب متفاوت به نمادهای گزاره‌ای را نشان می‌دهد.

سطرها را بررسی می‌کنیم:
در هر سطری که KB درست بود، بررسی می‌کنیم که α هم درست باشد.
در این صورت
$KB \models \alpha$

استنتاج با «شمارش»

شبه‌کد

INFERENCE BY ENUMERATION

شمارش عمق–اول همه‌ی مدل‌ها: روش استنتاج **صحیح** (sound) و **کامل** (complete)

function TT-ENTAILS?(KB, α) **returns** *true* or *false*

  $symbols \leftarrow$ a list of the proposition symbols in KB and α
  return TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, symbols, []$)

---

function TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, symbols, model$) **returns** *true* or *false*
  if EMPTY?($symbols$) **then**
    if PL-TRUE?($KB, model$) **then return** PL-TRUE?($\alpha, model$)
    else return *true*
  else do
    $P \leftarrow$ FIRST($symbols$); $rest \leftarrow$ REST($symbols$)
    return TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, rest$, EXTEND($P, true, model$)) **and**
      TT-CHECK-ALL($KB, \alpha, rest$, EXTEND($P, false, model$))

$O(2^n)$ for n symbols; problem is **co-NP-complete**

هم‌ارزی منطقی

جمله‌های هم‌ارز

LOGICAL EQUIVALENCE

دو جمله از نظر منطقی هم‌ارز هستند

اگر و فقط اگر

هر دو در مدل‌های مشابهی درست باشند.

$$\alpha \equiv \beta \text{ if and only if } \alpha \models \beta \text{ and } \beta \models \alpha$$

هم‌ارزی منطقی

قوانین هم‌ارزی منطقی

LOGICAL EQUIVALENCE

$$(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha) \quad \text{commutativity of } \wedge \quad \text{جابجاپذیری}$$
$$(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha) \quad \text{commutativity of } \vee \quad \text{جابجاپذیری}$$
$$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) \quad \text{associativity of } \wedge \quad \text{شرکت‌پذیری}$$
$$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) \quad \text{associativity of } \vee \quad \text{شرکت‌پذیری}$$
$$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha \quad \text{double-negation elimination} \quad \text{حذف نقیض مضاعف}$$
$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \quad \text{contraposition} \quad \text{عکس نقیض}$$
$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta) \quad \text{implication elimination} \quad \text{حذف ایجاب}$$
$$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) \quad \text{biconditional elimination} \quad \text{حذف دوشرطی}$$
$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) \quad \text{de Morgan} \quad \text{دمورگان}$$
$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \quad \text{de Morgan} \quad \text{دمورگان}$$
$$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) \quad \text{distributivity of } \wedge \text{ over } \vee \quad \text{توزیع‌پذیری}$$
$$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) \quad \text{distributivity of } \vee \text{ over } \wedge \quad \text{توزیع‌پذیری}$$

هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۵

منطق گزاره‌ای و اثبات قضیه

منطق گزاره‌ای

تئوری اثبات

PROPOSITIONAL LOGIC: PROOF THEORY

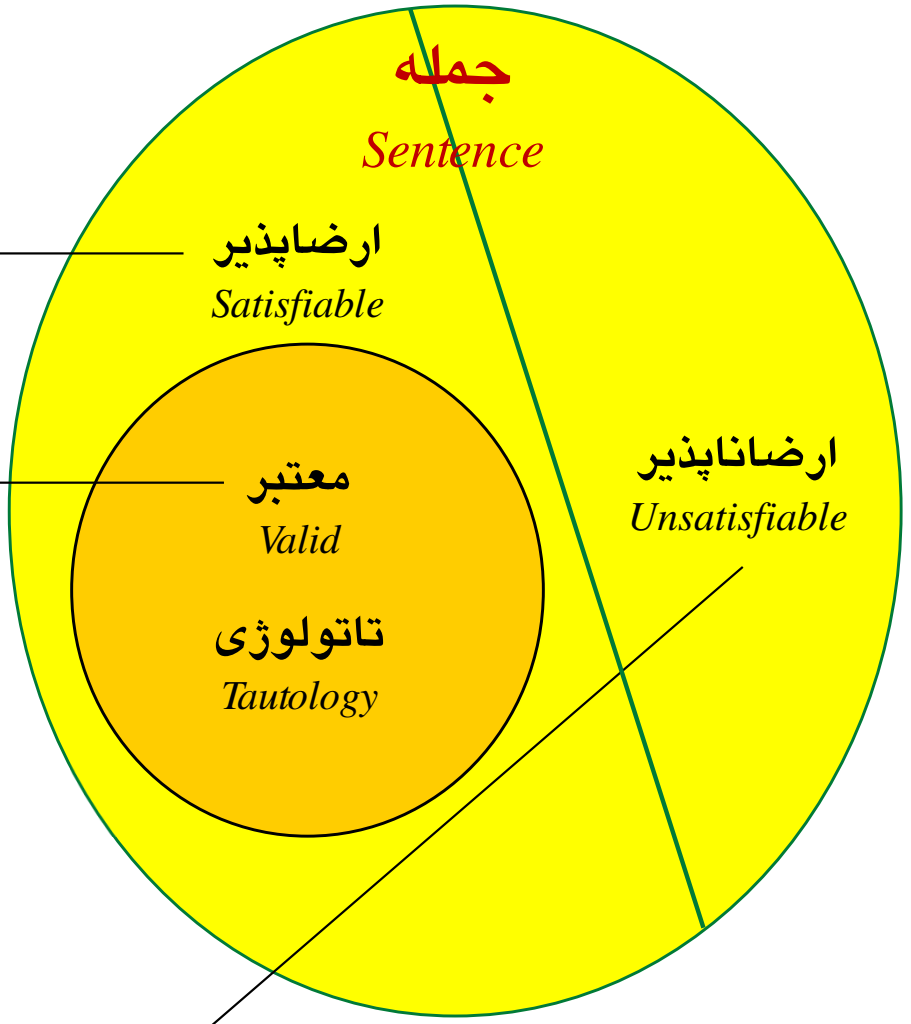
منطق گزاره‌ای: ساده‌ترین منطق

ترسیم‌کننده‌ی ایده‌های اصلی

اجزای منطق گزاره‌ای

تئوری اثبات *Proof Theory*	معناشناسی *Semantics*	نحو *Syntax*

اعتبار و ارضاپذیری



جمله‌ای که در **بعضی** مدل‌ها درست باشد؛ مثل:

$A \vee B$

C

جمله‌ای که در **همه‌ی** مدل‌ها (همیشه) درست باشد؛ مثل:

$A \vee \neg A$

$A \Rightarrow A$

$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

جمله‌ای که در **هیچ** مدلی درست نباشد؛ مثل: $A \wedge \neg A$

اتصال استنتاج با اعتبار

قضیه‌ی استنباط

DEDUCTION THEOREM

$KB \models \alpha$ if and only if $(KB \Rightarrow \alpha)$ is valid

اتصال استنتاج با ارضاناپذیری

برهان خلف

REDUCTIO AD ABSURDUM

$$KB \models \alpha \text{ if and only if } (KB \wedge \neg\alpha) \text{ is unsatisfiable}$$

برهان خلف

reductio ad absurdum

قواعد استنتاج

الگوهای استدلال

INFERENCE RULES (REASONING PATTERNS)

♢ Modus Ponens

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha}{\beta}$$

♢ And-Elimination

$$\frac{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n}{\alpha_i}$$

♢ And-Introduction

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n}$$

♢ Or-Introduction

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n}$$

♢ Double Negation-Elimination

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$$

♢ Unit Resolution

$$\frac{\alpha \vee \beta, \quad \neg\beta}{\alpha}$$

♢ Resolution

$$\frac{\alpha \vee \beta, \quad \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$$

or equivalently

$$\frac{\neg\alpha \Rightarrow \beta, \quad \beta \Rightarrow \gamma}{\neg\alpha \Rightarrow \gamma}$$

فرم‌های نرمال

NORMAL FORMS

♢ Conjunctive Normal Form (CNF-universal)
$conjunction$ of $\underbrace{disjunctions \text{ of } literals}_{clauses}$

E.g., $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

فرم نرمال عطفی
Conjunctive Normal Form (CNF)
عطف کلاوزها

♢ Disjunctive Normal Form (DNF-universal)
$disjunction$ of $\underbrace{conjunctions \text{ of } literals}_{terms}$

E.g., $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C)$

فرم نرمال فصلی
Disjunctive Normal Form (DNF)
فصل ترم‌ها

♢ Horn Form (restricted)
$conjunction$ of $Horn\ clauses$
Horn clause: a clause with ≤ 1 positive literal.

E.g., $(A \vee \wedge\neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

فرم هورن
Horn Form
عطف کلاوزهای هورن

Often written as set of implications: $B \Rightarrow A$ and $(C \wedge D) \Rightarrow B$

اثبات

اثبات α: دنباله‌ای از به‌کارگیری قواعد استنتاج منتهی به α
(یافتن اثبات دقیقاً مثل یافتن راه‌حل‌های یک مسئله‌ی جستجو است.)

روش‌های اثبات

به‌کارگیری قواعد استنتاج
Application of inference rules

تولید جملات جدید صحیح از قبلی‌ها

- اثبات = دنباله‌ای از به‌کارگیری قواعد استنتاج
(قواعد استنتاج = کنش‌ها در هر مرحله از الگوریتم جستجو)
- معمولاً نیازمند تبدیل جملات به یک فرم نرمال

بررسی مدل
Model Checking

شمارش جدول درستی

- همیشه نمایی بر حسب n
- عقب‌گرد بهبودیافته، مانند:
  - مثل: الگوریتم DPLL
- جستجوی هیوریستیک در فضای مدل (صحیح اما ناکامل)
  - مثل: مشابه تپه‌نوردی (حداقل تداخل‌ها)

خاصیت یکنوایی در منطق‌های یکنوا

و کاربرد آن در اثبات

MONOTONICITY

اگر منطقی **یکنوا** باشد؛
برای هر جمله‌ی α و β، داریم

اگر

$$KB \models \alpha$$

آن‌گاه

$$KB \wedge \beta \models \alpha$$

نتیجه‌ی یکنوایی:

- **اضافه شدن جملات جدید به پایگاه دانایی، استلزام جملات قبلی را نقض نمی‌کند.**
- قواعد استنتاج می‌توانند هرگاه که پیش‌فرض‌های مناسب در KB پیدا شد، استفاده شوند.
- نتایج استفاده از قاعده باید از KB پیروی کند، بدون توجه به مابقی آنچه در KB قرار دارد.

منطق‌های غیریکنوا، خاصیت یکنوایی را نقض می‌کنند.

اثبات

روش‌ها

اثبات α: دنباله‌ای از به‌کارگیری قواعد استنتاج منتهی به α
(یافتن اثبات دقیقاً مثل یافتن راه‌حل‌های یک مسئله‌ی جستجو است.)

روش‌های اثبات

به‌کارگیری قواعد استنتاج *Application of inference rules*	بررسی مدل *Model Checking*
تولید جملات جدید صحیح از قبلی‌ها	شمارش جدول درستی
HF + Modus Ponens: زنجیره‌سازی پیش‌رو (*Forward Chaining*)	الگوریتم DPLL (*DPLL Algorithm*)
HF + Modus Ponens: زنجیره‌سازی پس‌رو (*Backward Chaining*)	الگوریتم WalkSAT (*WalkSAT Algorithm*)
CNF: رزولوشن (*Resolution*)	

اثبات

روش‌های به‌کارگیری قواعد استنتاج

اثبات α: دنباله‌ای از به‌کارگیری قواعد استنتاج منتهی به α
(یافتن اثبات دقیقاً مثل یافتن راه‌حل‌های یک مسئله‌ی جستجو است.)

روش‌های اثبات

به‌کارگیری قواعد استنتاج *Application of inference rules*	بررسی مدل *Model Checking*
تولید جملات جدید صحیح از قبلی‌ها	شمارش جدول درستی
HF + Modus Ponens: زنجیره‌سازی پیش‌رو *Forward Chaining*	الگوریتم DPLL *DPLL Algorithm*
HF + Modus Ponens: زنجیره‌سازی پس‌رو *Backward Chaining*	الگوریتم WalkSAT *WalkSAT Algorithm*
CNF: رزولوشن *Resolution*	

استنتاج با «قیاس استثنائی»

خصوصیات روال استنتاج

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \qquad \alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

برای روال استنتاج «قیاس استثنائی» *"Modus Ponens"*	
صحیح بودن *Soundness*	**تمامیت** *Completeness*
هر جمله‌ی مشتق شده درست باشد. همیشه	**همه‌ی جمله‌های درست مشتق شوند.** فقط برای جملات به فرم هورن (Horn)

قابل استفاده در **زنجیره‌سازی پیشرو** و **زنجیره‌سازی پسرو**
زمان اجرای **خطی**

فرم هورن

HORN FORM

فرم هورن
Horn Form

عطف کلاوزهای هورن

Horn Form (restricted)

KB = **conjunction** of **Horn clauses**

Horn clause =

- ♢ proposition symbol; or
- ♢ (conjunction of symbols) $\Rightarrow$ symbol

E.g., $C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

بر اساس قاعده‌ی استنتاج «قیاس استثنائی»

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

شبه‌کد

FORWARD CHAINING

```
function PL-FC-ENTAILS?(KB, q) returns true or false
  local variables: count, a table, indexed by clause, initially the number of premises
                   inferred, a table, indexed by symbol, each entry initially false
                   agenda, a list of symbols, initially the symbols known to be true

  while agenda is not empty do
      p ← POP(agenda)
      unless inferred[p] do
          inferred[p] ← true
          for each Horn clause c in whose premise p appears do
              decrement count[c]
              if count[c] = 0 then do
                  if HEAD[c] = q then return true
                  PUSH(HEAD[c], agenda)
  return false
```

الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

مثال (۱ از ۹)

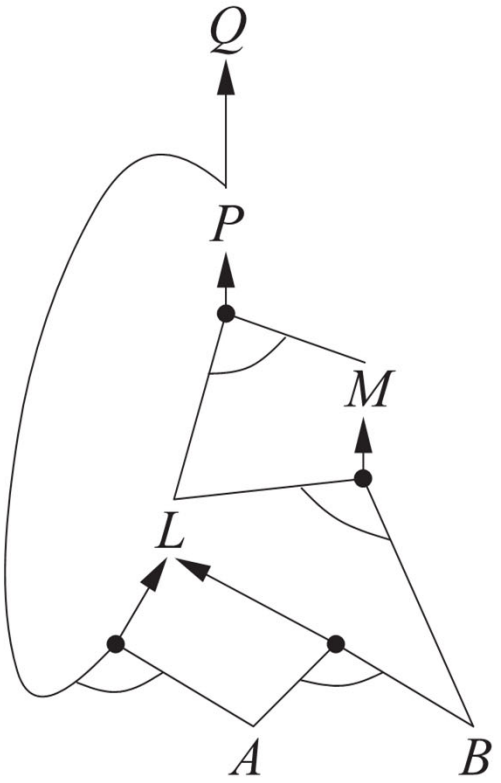
FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$

KB (Knowledge Base)



AND-OR Graph

الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

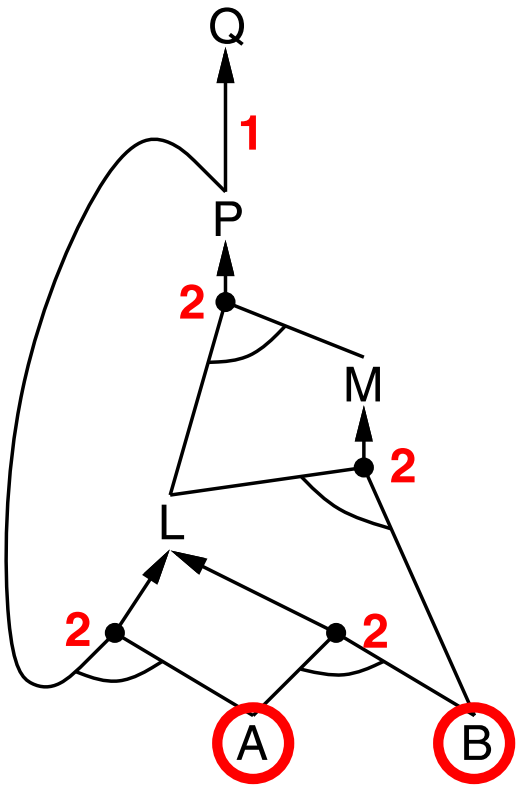
مثال (۲ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

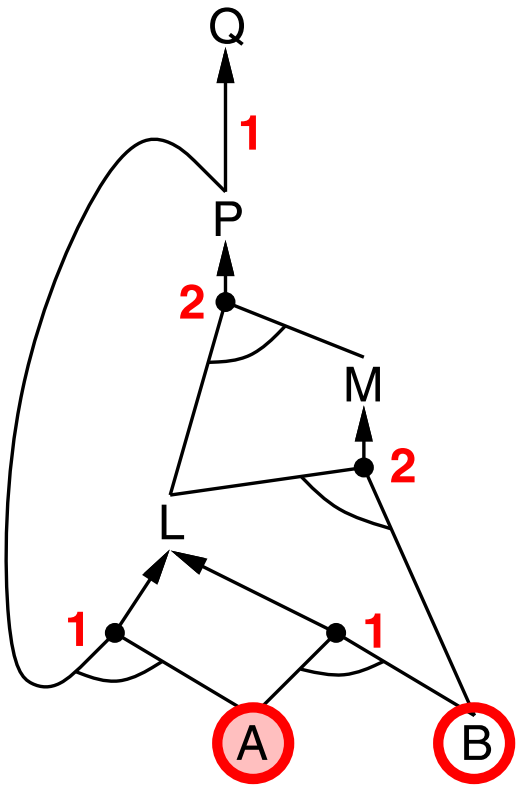
مثال (۳ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

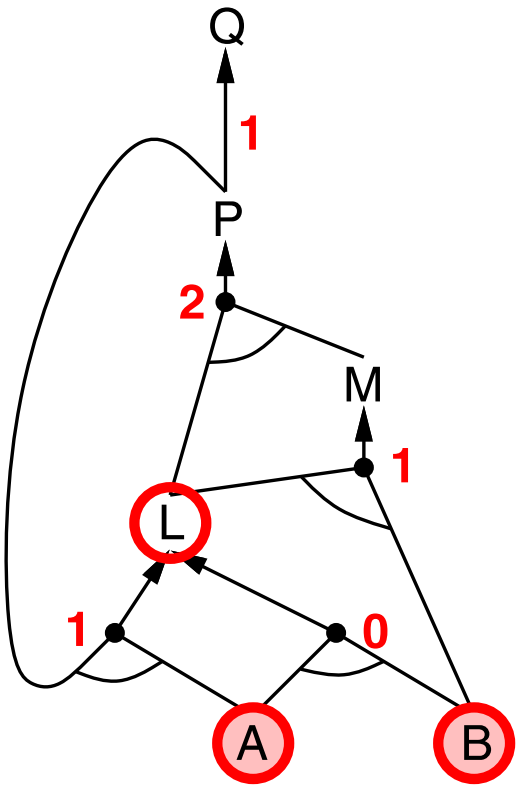
مثال (۴ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

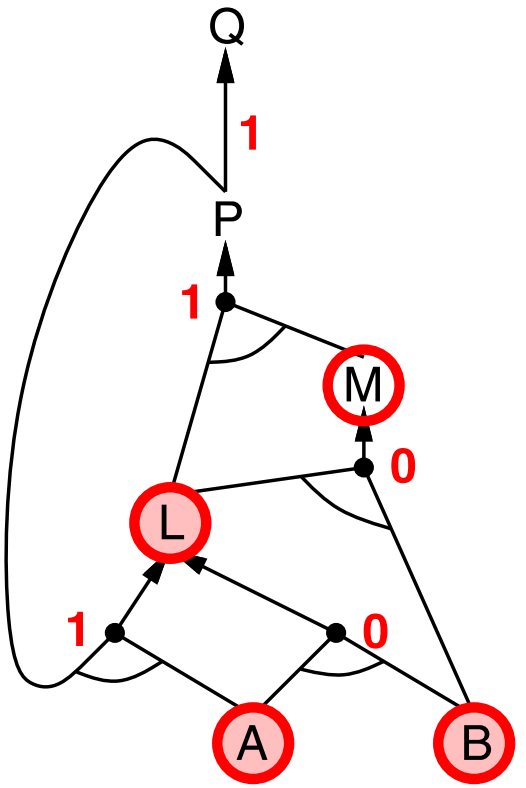
مثال (۵ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

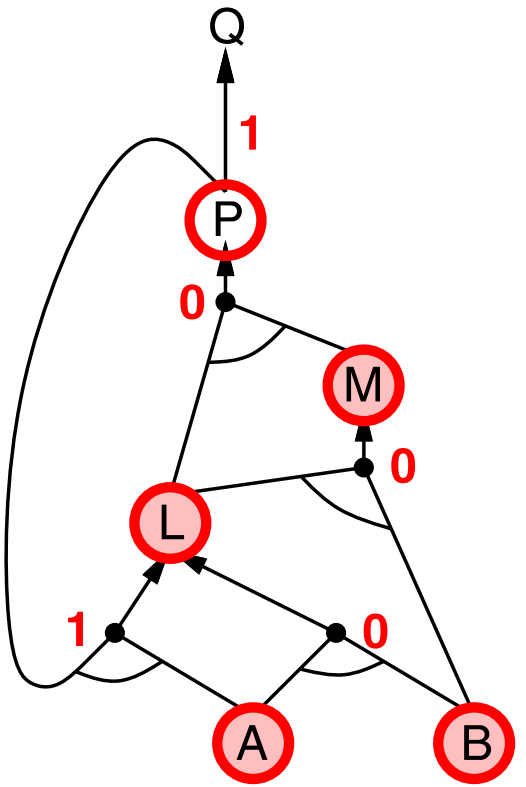
مثال (۶ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

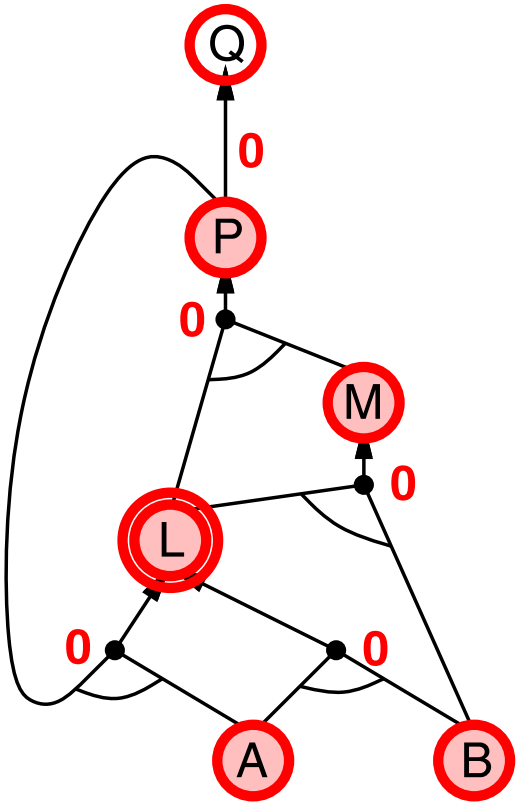
مثال (۷ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

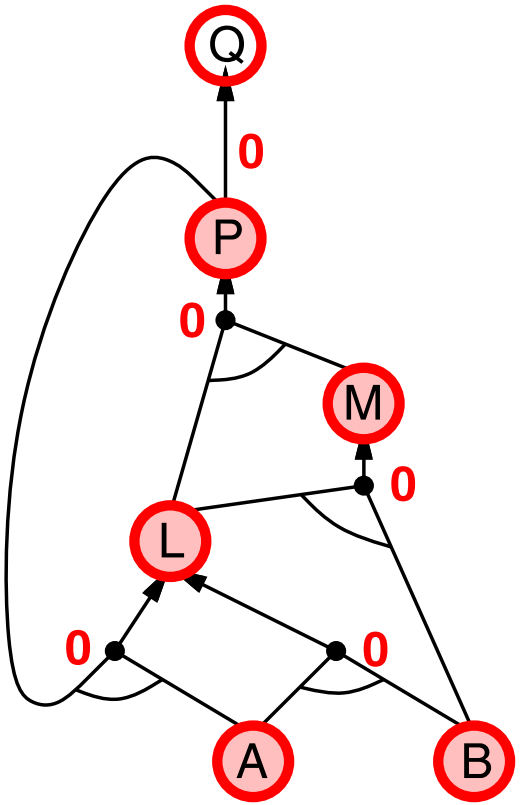
مثال (۸ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

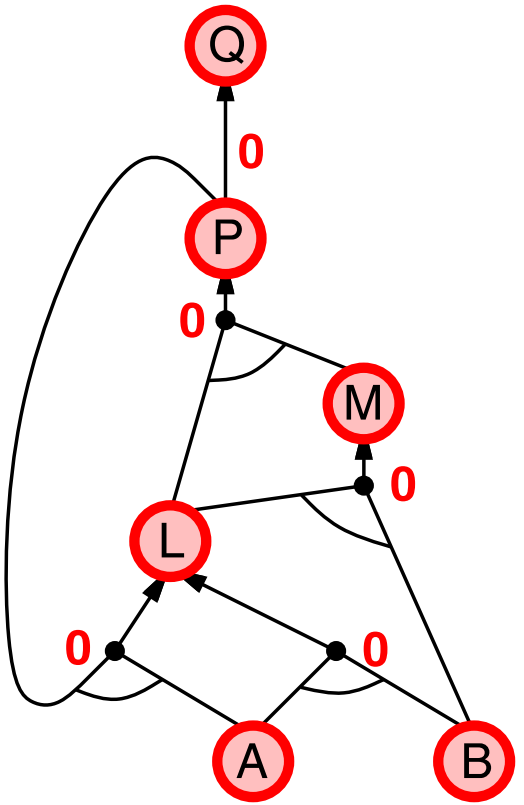
مثال (۹ از ۹)

FORWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پیش‌رو
Forward Chaining

ایده:
هر قاعده در KB که مقدم‌هایش ارضا شده است را فایر کنید
و نتیجه‌ی آن را به KB اضافه کنید تا اینکه هدف پرس وجو پیدا شود.

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پیش‌رو»

اثبات تمامیت

FC derives every atomic sentence that is entailed by KB

1. FC reaches a fixed point where no new atomic sentences are derived
2. Consider the final state as a model m, assigning true/false to symbols
3. Every clause in the original KB is true in m
   Proof: Suppose a clause $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k \Rightarrow b$ is false in m
   Then $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k$ is true in m and b is false in m
   Therefore the algorithm has not reached a fixed point!
4. Hence m is a model of KB
5. If $KB \models q$, q is true in **every** model of KB, including m

General idea: construct any model of KB by sound inference, check α

الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

بر اساس قاعده‌ی استنتاج «قیاس استثنائی»

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

ملزومات روش زنجیره‌سازی پس‌رو	
اجتناب از حلقه‌ها *Avoid loops*	**اجتناب از کار تکراری** *Avoid repeated work*
بررسی می‌کنیم که آیا یک زیرهدف جدید هم‌اکنون بر روی پشته‌ی هدف قرار دارد؟	بررسی می‌کنیم که اگر یک زیرهدف جدید وجود دارد ۱) آیا درستی آن تاکنون ثابت شده است؟ یا ۲) اثبات درستی آن تاکنون با شکست مواجه شده است؟

الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

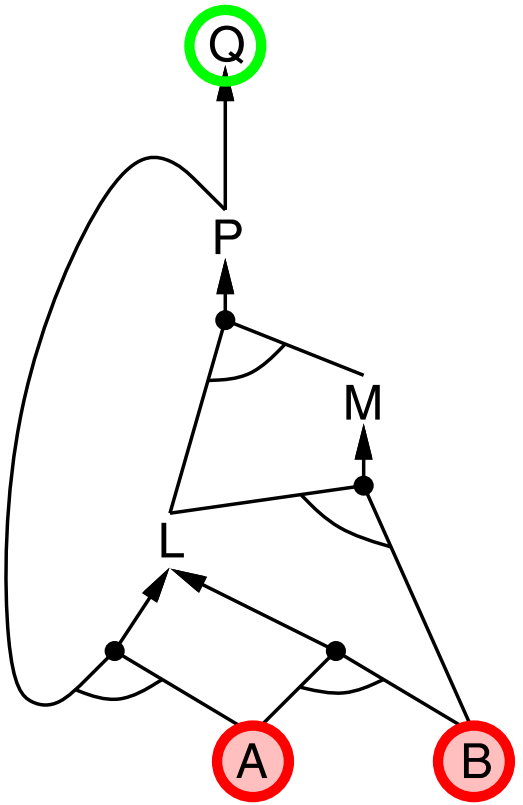
مثال (۱ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

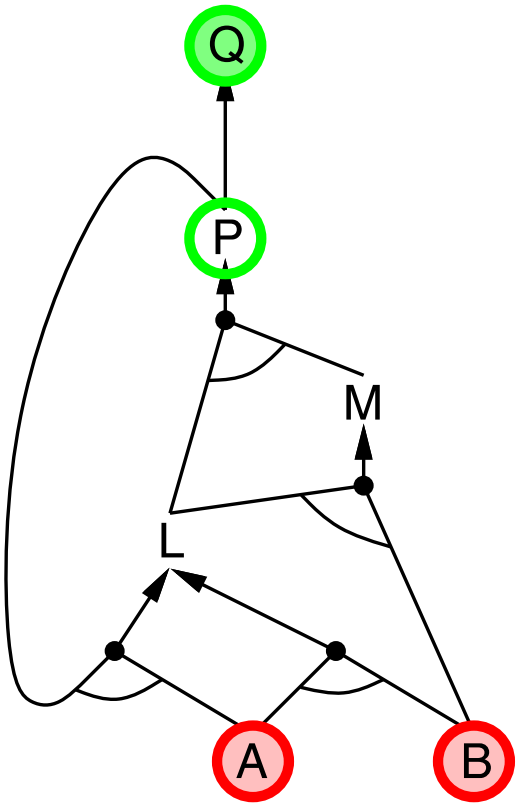
مثال (۲ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

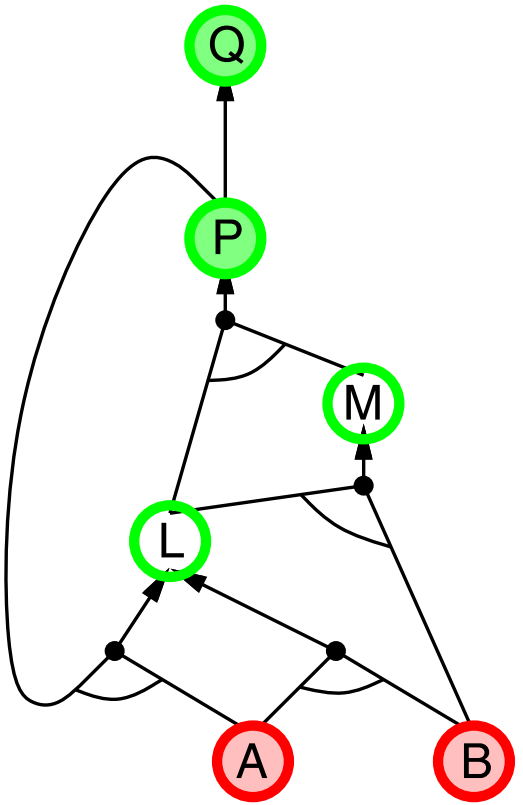
مثال (۳ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

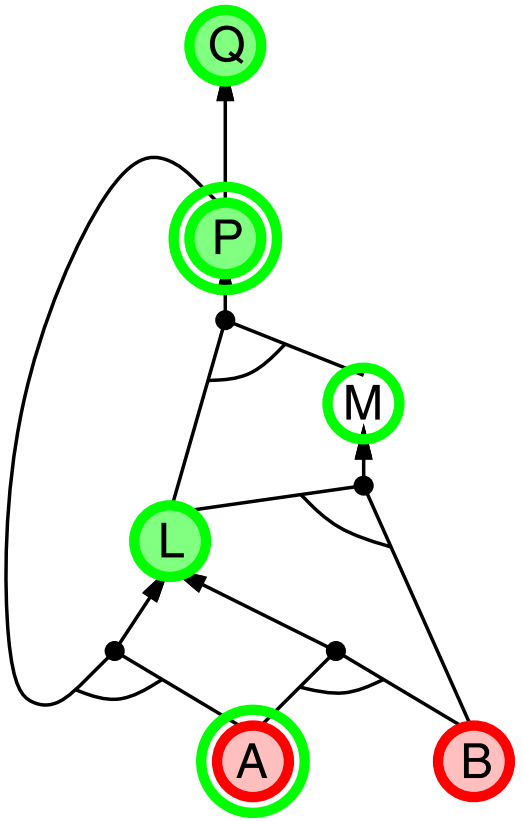
مثال (۴ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

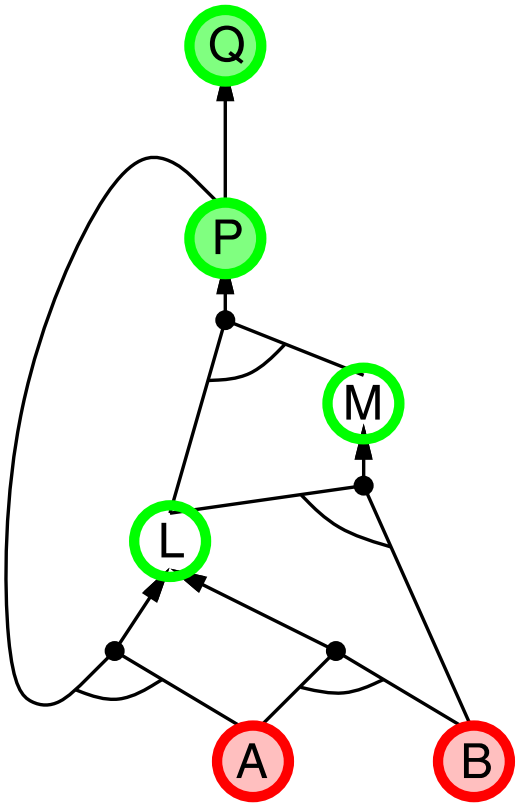
مثال (۵ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

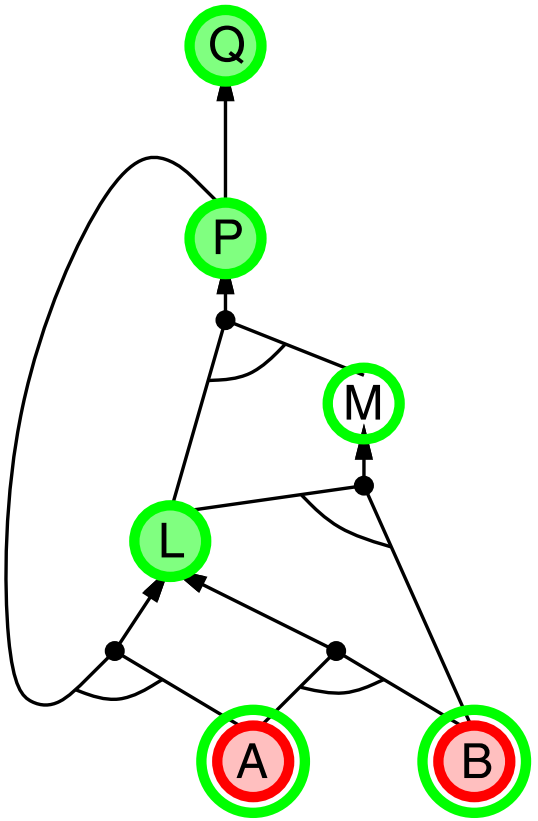
مثال (۶ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

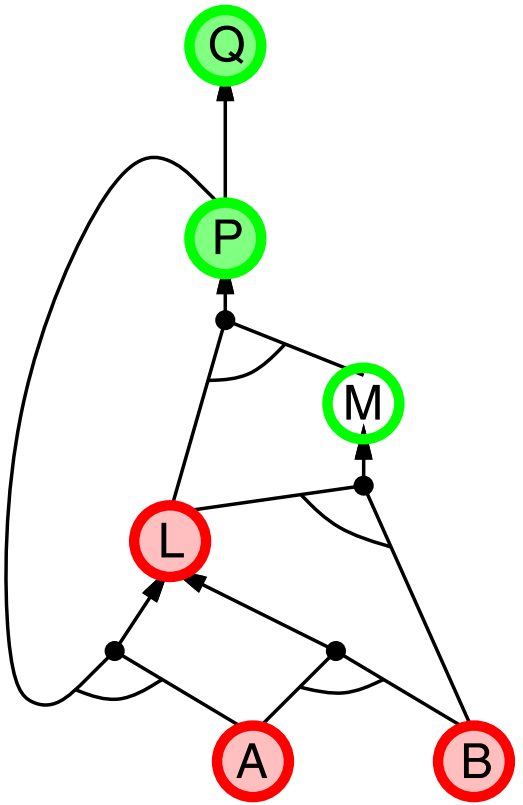
مثال (۷ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

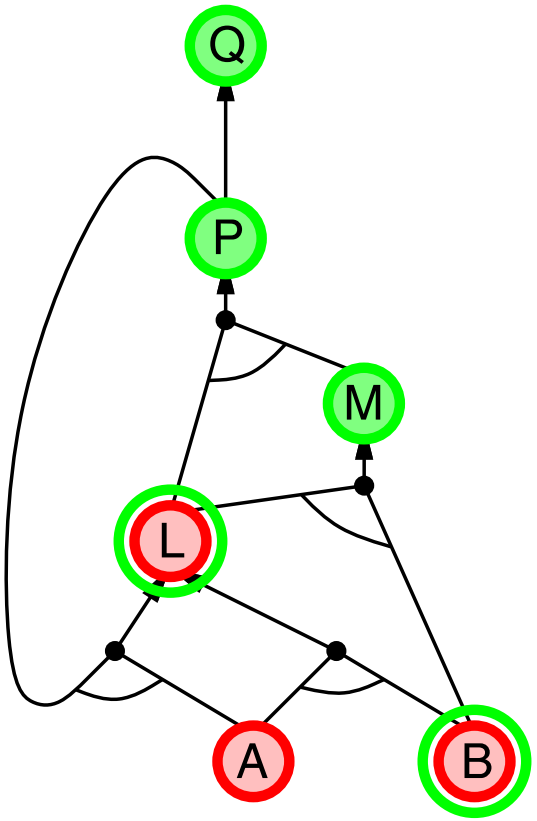
مثال (۸ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

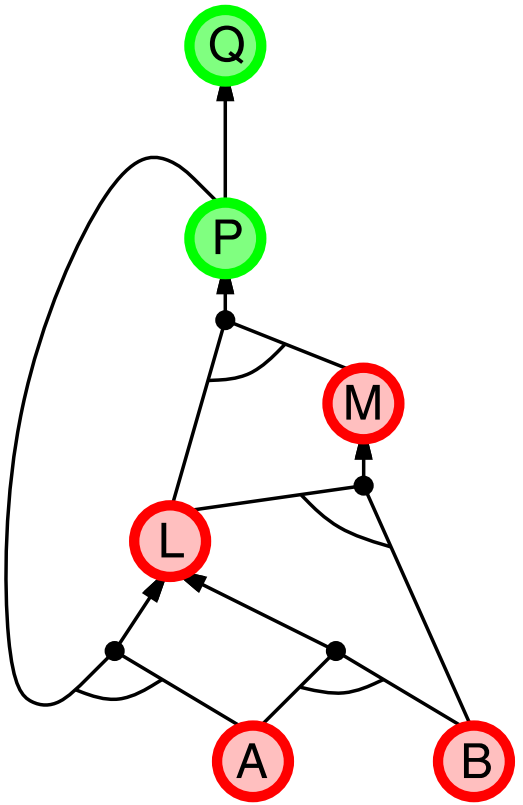
مثال (۹ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

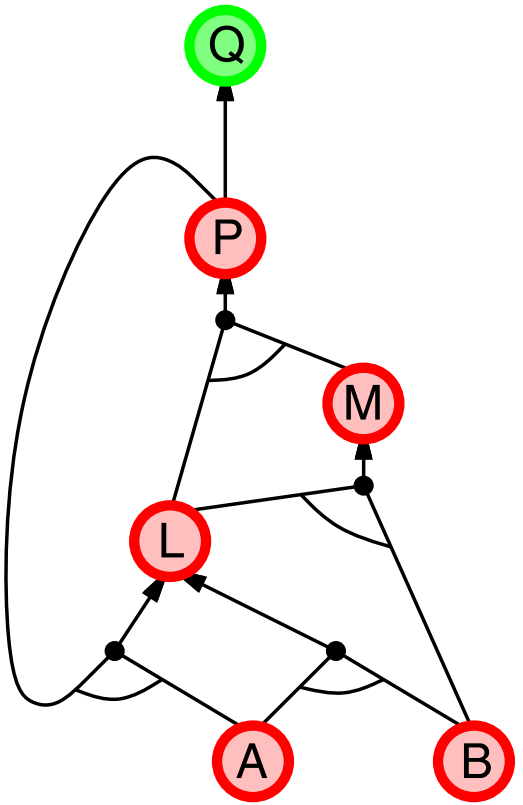
مثال (۱۰ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم اثبات: «زنجیره‌سازی پس‌رو»

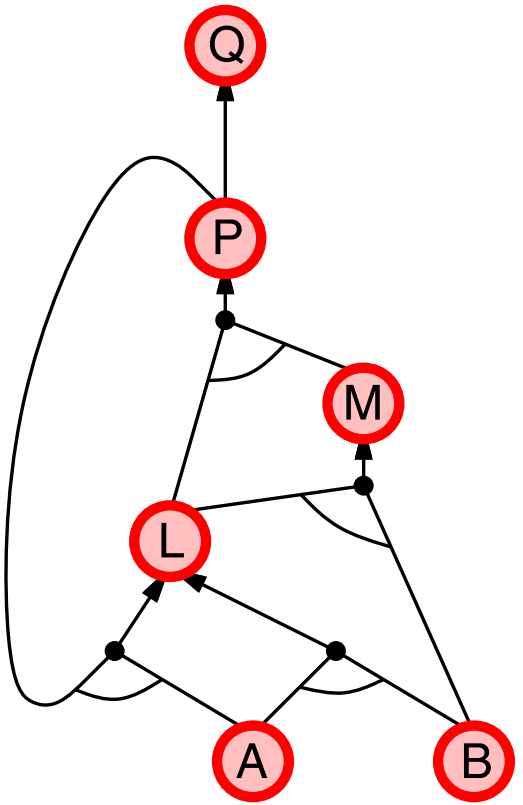
مثال (۱۱ از ۱۱)

BACKWARD CHAINING

زنجیره‌سازی پس‌رو
Backward Chaining

ایده: **از هدف پرس‌وجوی q به صورت پس‌رو شروع می‌کنیم:**
یا درستی q معلوم است
یا مقدم‌های برخی قواعد که q را نتیجه می‌دهند باید ثابت شود (با همین روش).

$$P \Rightarrow Q$$
$$L \wedge M \Rightarrow P$$
$$B \wedge L \Rightarrow M$$
$$A \wedge P \Rightarrow L$$
$$A \wedge B \Rightarrow L$$
$$A$$
$$B$$



الگوریتم‌های اثبات «زنجیره‌سازی پیش‌رو» و «رنجیره‌سازی پس‌رو»

مقایسه

مقایسه	
زنجیره‌سازی پیش‌رو *Forward Chaining*	**زنجیره‌سازی پس‌رو** *Backward Chaining*
داده محور *data-driven*	هدف محور *goal-driven*
پردازش خودکار، ناخودآگاه (*unconscious*)	مناسب برای حل مسئله
کاربرد: بازشناسی شیئ، تصمیم‌گیری‌های روتین	**کاربرد:** پاسخ به یک پرسش مشخص
پیچیدگی زمانی: **خطی** (بر حسب اندازه‌ی KB)	پیچیدگی زمانی: **بسیار کمتر از خطی** (بر حسب اندازه‌ی KB)

استنتاج با «رزولوشن»

خصوصیات روال استنتاج

$$\frac{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_k, \qquad m_1 \vee \cdots \vee m_n}{\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_{i-1} \vee \ell_{i+1} \vee \cdots \vee \ell_k \vee m_1 \vee \cdots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \cdots \vee m_n}$$

where ℓ_i and m_j are complementary literals.

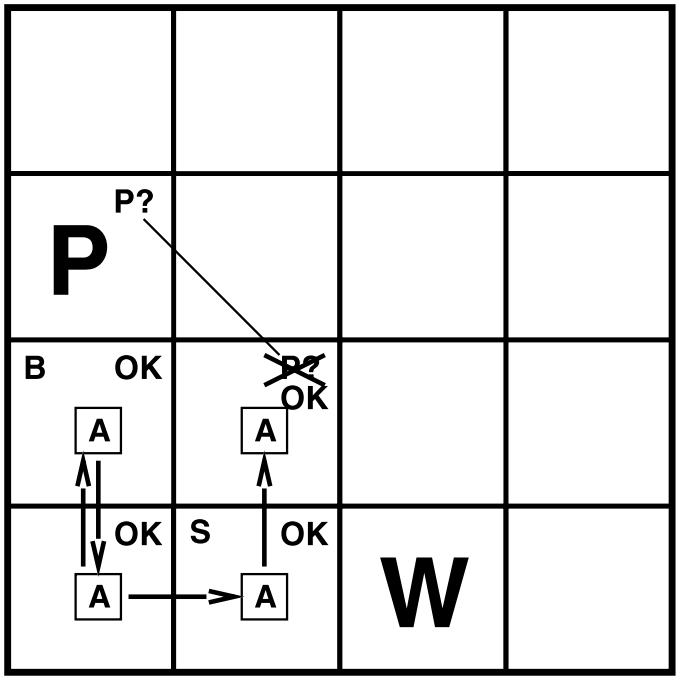
برای روال استنتاج «رزولوشن» *"Resolution"*	
صحیح بودن *Soundness*	**تمامیت** *Completeness*
هر جمله‌ی مشتق شده درست باشد. برای منطق گزاره‌ای: همیشه (CNF)	**همه‌ی جمله‌های درست مشتق شوند.** برای منطق گزاره‌ای: همیشه (CNF)

قابل استفاده در **الگوریتم اثبات «رزولوشن»**

استنتاج با «رزولوشن»

مثال

$$\frac{P_{1,3} \vee P_{2,2}, \qquad \neg P_{2,2}}{P_{1,3}}$$



فرم نرمال عطفی

CONJUNCTIVE NORMAL FORM (CNF)

فرم نرمال عطفی
Conjunctive Normal Form (CNF)
عطف کلاوزها

Conjunctive Normal Form (CNF—universal)
conjunction of **disjunctions** of **literals**
clauses
E.g., $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

فرم نرمال عطفی

تبدیل یک گزاره به CNF

CONJUNCTIVE NORMAL FORM (CNF)

$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$

1. Eliminate $\Leftrightarrow$, replacing $\alpha \Leftrightarrow \beta$ with $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$. ۱) حذف دوشرطی

$(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$

2. Eliminate $\Rightarrow$, replacing $\alpha \Rightarrow \beta$ with $\neg\alpha \vee \beta$. ۲) حذف شرطی

$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg(P_{1,2} \vee P_{2,1}) \vee B_{1,1})$

3. Move $\neg$ inwards using de Morgan's rules and double-negation: ۳) حرکت نقیض‌ها به داخل: با قواعد دمورگان

$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge ((\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}) \vee B_{1,1})$

4. Apply distributivity law ($\vee$ over $\wedge$) and flatten: ۴) اعمال قانون توزیع‌پذیری (**و** روی **یا**)

$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee B_{1,1})$

الگوریتم اثبات: «رزولوشن»

بر اساس قاعده‌ی استنتاج «رزولوشن»

RESOLUTION

رزولوشن
Resolution

ایده:
اثبات از طریق تناقض *(Proof by contradiction)*
برای اثبات $KB \models \alpha$ **نشان می‌دهیم** $KB \wedge \neg\alpha$ **ارضاناپذیر است.**

الگوریتم اثبات: «رزولوشن»

شبه‌کد

RESOLUTION

function PL-RESOLUTION(KB, α) **returns** *true* or *false*

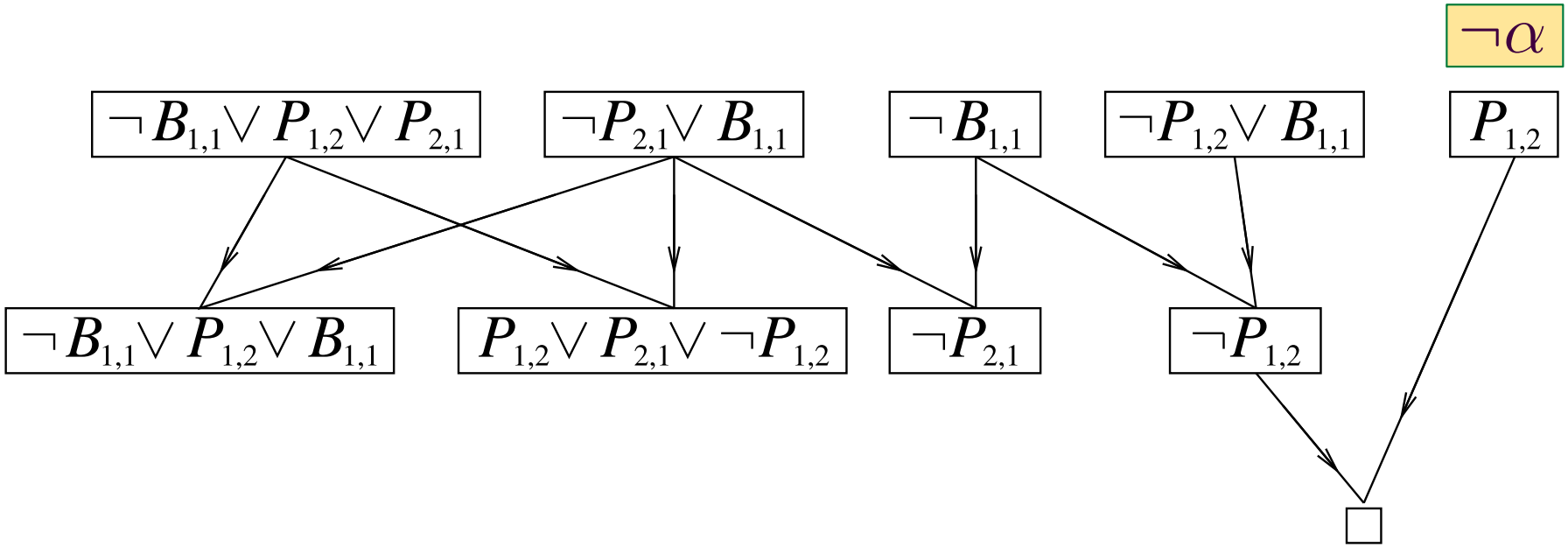
$clauses \leftarrow$ the set of clauses in the CNF representation of $KB \wedge \neg\alpha$
$new \leftarrow \{\}$
loop do
  for each C_i, C_j **in** *clauses* **do**
    $resolvents \leftarrow$ PL-RESOLVE(C_i, C_j)
    if *resolvents* contains the empty clause **then return** *true*
    $new \leftarrow new \cup resolvents$
  if $new \subseteq clauses$ **then return** *false*
  $clauses \leftarrow clauses \cup new$

الگوریتم اثبات: «رزولوشن»

مثال ۱

RESOLUTION

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1} \quad \alpha = \neg P_{1,2}$$

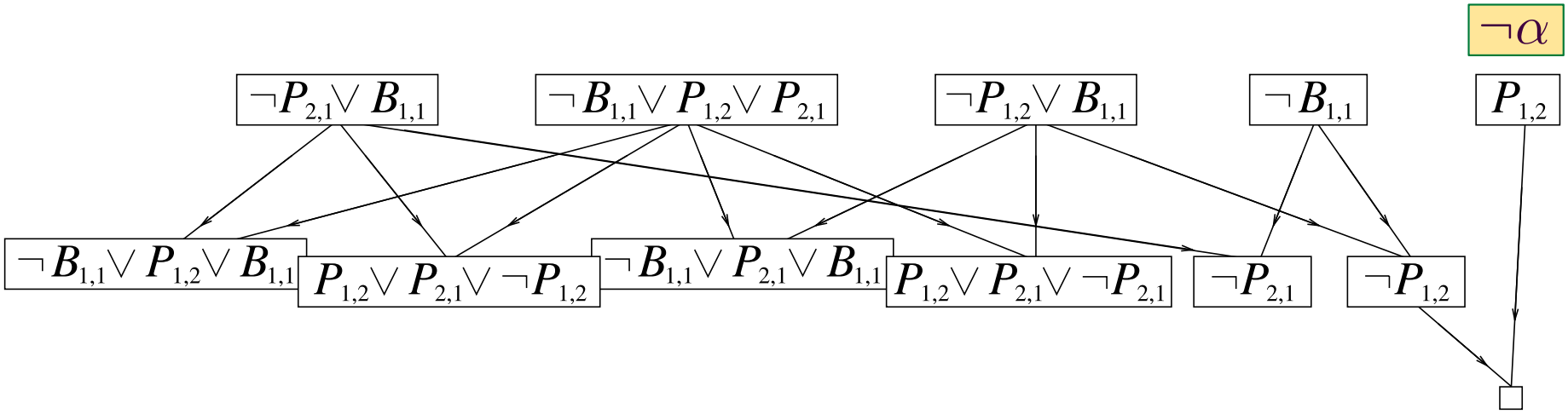


الگوریتم اثبات: «رزولوشن»

مثال ۲

RESOLUTION

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1} \; \alpha = \neg P_{1,2}$$



هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۶

منطق گزاره‌ای

بررسی مدل مؤثر گزاره‌ای

اثبات

روش‌های شمارش جدول درستی

اثبات α: دنباله‌ای از به‌کارگیری قواعد استنتاج منتهی به α
(یافتن اثبات دقیقاً مثل یافتن راه‌حل‌های یک مسئله‌ی جستجو است.)

روش‌های اثبات

به‌کارگیری قواعد استنتاج *Application of inference rules*	بررسی مدل *Model Checking*
تولید جملات جدید صحیح از قبلی‌ها	شمارش جدول درستی
HF + Modus Ponens: زنجیره‌سازی پیش‌رو *Forward Chaining*	الگوریتم DPLL *DPLL Algorithm*
HF + Modus Ponens: زنجیره‌سازی پس‌رو *Backward Chaining*	الگوریتم WalkSAT *WalkSAT Algorithm*
CNF: رزولوشن *Resolution*	

الگوریتم DPLL: عقب‌گرد++

DPLL: BACKTRACKING++

الگوریتم DPLL
DPLL Algorithm

اعمال الگوریتم جستجوی عقب‌گرد به مسائل ارضاپذیری (SAT)

(**متغیرها** = نمادهای گزاره‌ای **قیدها** = کلاوزها)

موارد اضافه شده به الگوریتم عقب‌گرد

(۱)
پایان زودهنگام
Early Termination

توقف کنید اگر همه‌ی کلاوزها **true** یا همه‌ی آنها **false** باشند.

$\{A = true\}$ satisfies $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$

(۲)
نمادهای خالص
Pure Symbols

نمادهای دارای علامت یکسان در همه‌ی کلاوزهای «هنوز ارضانشده»
به نماد مقداری نسبت دهید که لیترال مربوطه true شود.

A, B are pure in $(A \vee \neg B) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (C \vee A)$

(۳)
کلاوزهای واحد
Unit Clauses

کلاوزهای دارای دقیقاً یک لیترال «هنوز unfalsify نشده»
به نماد مقداری نسبت دهید که کلاوز مربوطه true شود.

if $\{A = true\}$ already $(\neg A \vee \neg B)$ is a unit clause

الگوریتم DPLL: عقب‌گرد++

شبه‌کد

DPLL: BACKTRACKING++

function DPLL(*clauses*, *symbols*, *model*) **returns** *true* or *false*

if every clause in *clauses* is true in *model* **then return** *true*
if some clause in *clauses* is false in *model* **then return** *true*
P, *value* ← FIND-PURE-SYMBOL(*symbols*, *clauses*, *model*)
if P is non-null **then return** DPLL(*clauses*, *symbols*–P, $[P = value|model]$)
P, *value* ← FIND-UNIT-CLAUSE(*clauses*, *model*)
if P is non-null **then return** DPLL(*clauses*, *symbols*–P, $[P = value|model]$)
P ← FIRST(*symbols*); *rest* ← REST(*symbols*)
return DPLL(*clauses*, *rest*, $[P = true|model]$) **or**
DPLL(*clauses*, *rest*, $[P = false|model]$)

الگوریتم DPLL: عقب‌گرد++

ارزیابی کارآیی

DPLL: BACKTRACKING++

پیاده‌سازی بسیار بهینه‌شده + نگهداری زیرانتساب‌های غیر قابل حل

⇓

- امکان حل مسئله با ده‌ها میلیون کلاوز
- قابل استفاده‌ی عملی برای وارسی سخت‌افزاری بزرگ
- قابل استفاده‌ی عملی برای وارسی نرم‌افزاری متوسط

الگوریتم WalkSAT

به‌کارگیری الگوریتم جستجوی محلی برای مسئله‌ی ارضاپذیری

WALKSAT ALGORITHM

الگوریتم WAlkSAT
WAlkSAT Algorithm

اعمال الگوریتم جستجوی محلی به مسائل ارضاپذیری (SAT)
تابع ارزیابی = تعداد کلاوزهای ارضانشده
با استفاده از الگوریتم MIN-CONFLICTS برای CSPها

الگوریتم WAlkSAT در هر تکرار دو کار انجام می‌دهد:

(۱)
انتخاب یک کلاوز ارضانشده
picks an unsatisfied clause

(۲)
انتخاب یک نماد در کلاوز برای برگردان
picks a symbol in the clause to flip

انتخاب تصادفی بین دو راه برای انتخاب نماد برای برگردان

گام حداقل تداخل‌ها	Min-conflicts step
تعداد کلاوزهای ارضانشده در حالت جدید را می‌نیمم می‌کند.	
گام گام‌برداری تصادفی	**Random walk step**
یک نماد را به صورت تصادفی انتخاب می‌کند.	

الگوریتم WalkSAT

شبه‌کد

WALKSAT ALGORITHM

function WALKSAT($clauses, p, max\_flips$) **returns** a satisfying model or *failure*
  inputs: $clauses$, a set of clauses in propositional logic
    p, the probability of choosing to do a "random walk" move, typically around 0.5
    max_flips, number of flips allowed before giving up

  $model \leftarrow$ a random assignment of *true*/*false* to the symbols in $clauses$
  for $i = 1$ **to** max_flips **do**
    if $model$ satisfies $clauses$ **then return** $model$
    $clause \leftarrow$ a randomly selected clause from $clauses$ that is false in $model$
    with probability p flip the value in $model$ of a randomly selected symbol from $clause$
    else flip whichever symbol in $clause$ maximizes the number of satisfied clauses
  return *failure*

الگوریتم WalkSAT

ارزیابی کارآیی: مسئله‌های ارضاپذیری سخت

WALKSAT ALGORITHM: HARD SATISFIABILITY PROBLEM

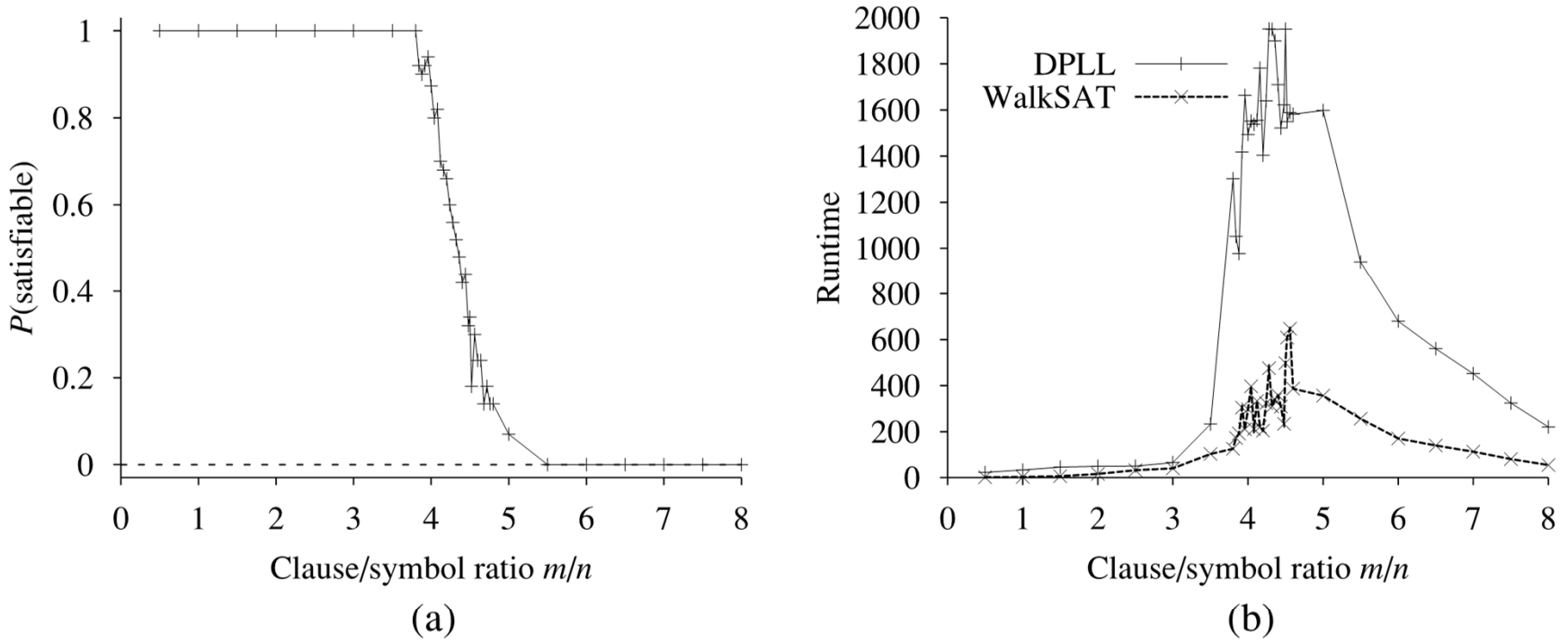


Figure 7.19 (a) Graph showing the probability that a random 3-CNF sentence with $n = 50$ symbols is satisfiable, as a function of the clause/symbol ratio m/n. (b) Graph of the median run time (measured in number of recursive calls to DPLL, a good proxy) on random 3-CNF sentences. The most difficult problems have a clause/symbol ratio of about 4.3.

هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۷

عامل‌های مبتنی بر منطق گزاره‌ای

گزاره‌ها و زمان

ارزش یک نماد گزاره‌ای می‌تواند متغیر با زمان باشد

⇓

باید برای هر گام زمانی، یک نماد گزاره‌ای در نظر گرفت
(احتمالاً بی‌نهایت گام زمانی ...)

گزاره‌ها و زمان

مثال: دنیای اژدها

Suppose the wumpus-world agent wants to keep track of its location

A sentence such as $L_{1,1} \wedge FacingRight \wedge Forward \Rightarrow L_{2,1}$
doesn't work: after one inference step, $L_{1,1}$ and $L_{2,1}$ are in KB!!

Changeable aspects of world need separate symbols for each time step
e.g., $L^1_{1,1}$ means "Agent is at $[1,1]$ at time step 1", and

$$L^1_{1,1} \wedge FacingRight^1 \wedge Forward^1 \Rightarrow L^2_{2,1}$$

Reflex rules: for every t, we have, e.g., $Glitter^t \Rightarrow Grab^t$

دنبال کردن تغییرات در دنیا

TRACKING CHANGES IN THE WORLD

تخمین حالت
State Estimation

وظیفه‌ی عمومی دنبال کردن حالت محیط
با داشتن یک جریان از ادراک‌ها

در سیستم‌های مبتنی بر منطق:

نگهداری یک بازنمایی از مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن دنیا،
با داشتن اصول موضوع (axioms) و ادراک‌ها (percepts)

ترفند پایه

اصول موضوع حالت–مابعد
Successor-State Axioms

تعریف درستی گزاره در زمان $t+1$ از روی گزاره‌های زمان t

دنبال کردن تغییرات در دنیا

مثال : دنیای اژدها

TRACKING CHANGES IN THE WORLD

اصول موضوع حالت–مابعد
Successor-State Axioms

تعریف درستی گزاره در زمان $t+1$ از روی گزاره‌های زمان t

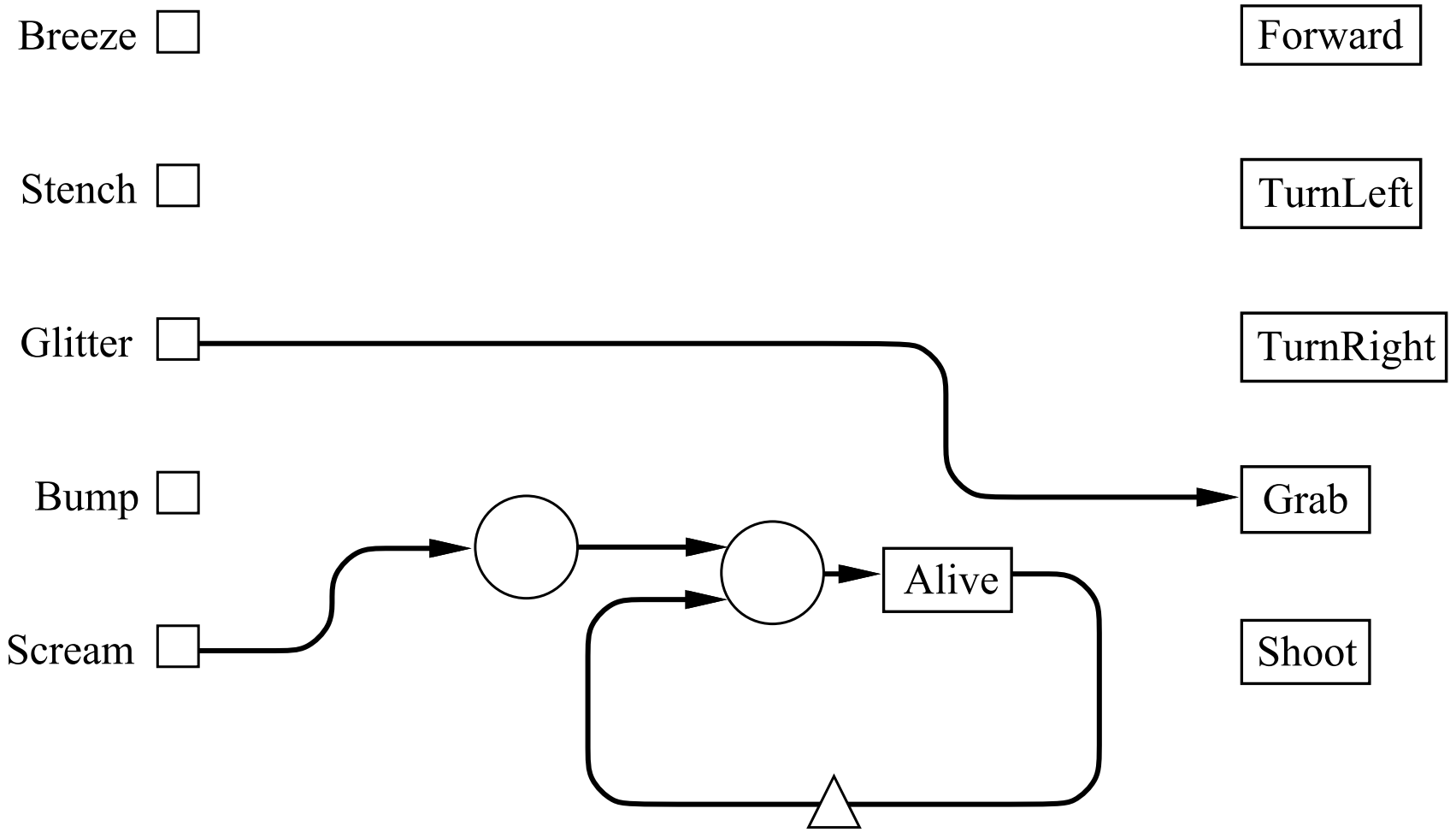
E.g., $Alive^t \Leftrightarrow \neg Scream^t \wedge Alive^{t-1}$

$$L^t_{1,1} \Leftrightarrow (L^{t-1}_{1,1} \wedge (\neg Forward^{t-1} \vee Bump^t)) \\ \vee (L^{t-1}_{1,2} \wedge (FacingDown^{t-1} \wedge Forward^{t-1})) \\ \vee (L^{t-1}_{1,2} \wedge (FacingLeft^{t-1} \wedge Forward^{t-1}))$$

عامل‌های مبتنی بر مدارهای بولی

مثال (۱ از ۲)

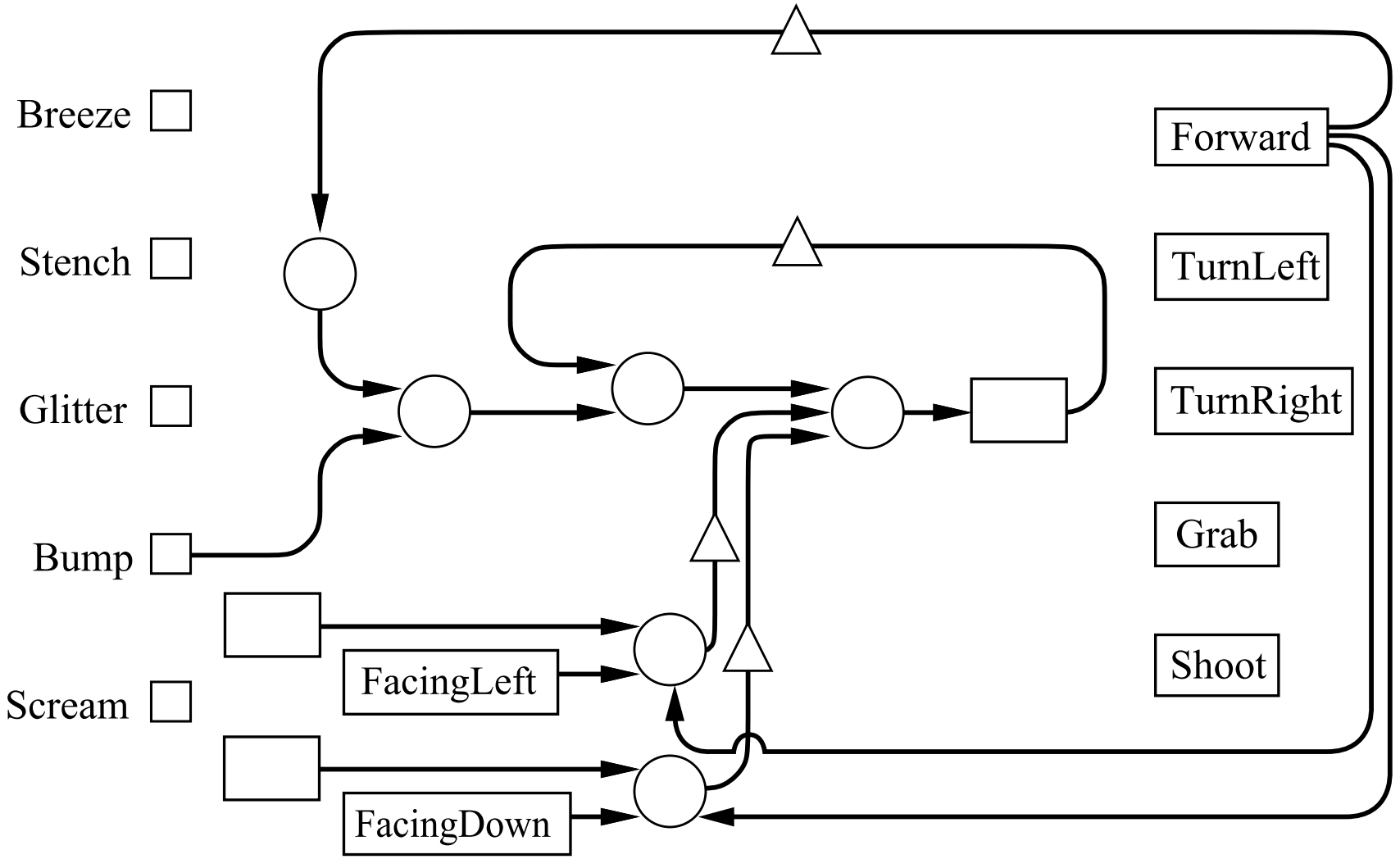
BOOLEAN CIRCUIT AGENTS



عامل‌های مبتنی بر مدارهای بولی

مثال (۲ از ۲)

BOOLEAN CIRCUIT AGENTS



عامل‌های مبتنی بر مدارهای بولی

چند نکته

BOOLEAN CIRCUIT AGENTS

عامل‌های مبتنی بر مدار، راه ساده‌ای برای **کار با زمان** فراهم می‌کنند، اما معمولاً نسبت به عامل‌های مبتنی بر استنتاج کمتر کامل هستند.

- مقادیر نامعلوم باید در نظر گرفته شوند
  با استفاده از **گزاره‌ی دانایی (knowledge proposition)**
  $K(B)$ and $K(\neg B)$ for B
- مدار باید **بدون چرخه (acyclic)** باشد.
- محیط مسئله باید **محلی (local)** باشد.

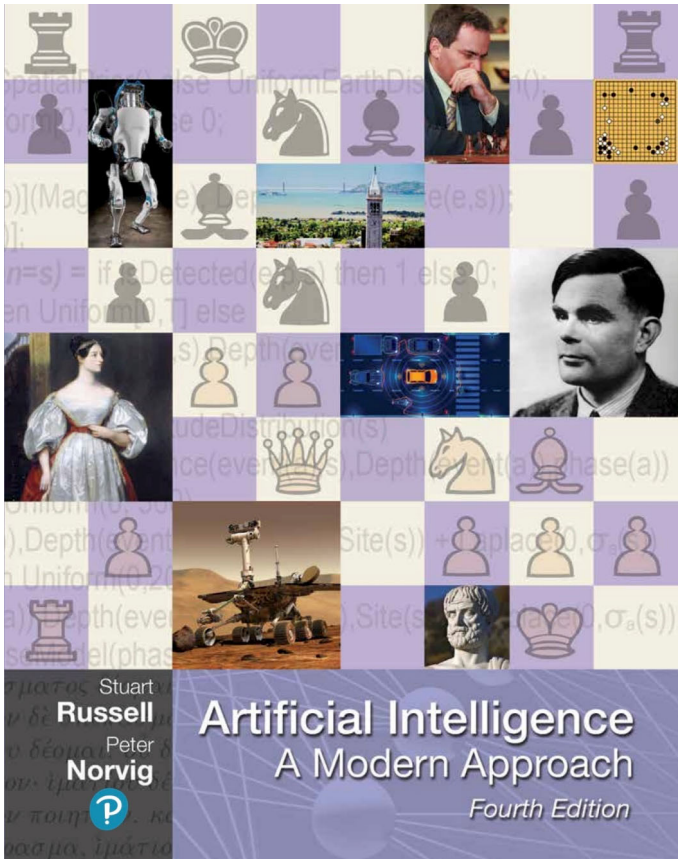
هوش مصنوعی

عامل‌های منطقی

۸

منابع

منبع اصلی



Stuart Russell and Peter Norvig,
Artificial Intelligence: A Modern Approach,
4th Edition, Prentice Hall, 2020.

Chapter 7