



## تمرین شماره ۸

## فصل هشتم و نهم

## منطق مرتبه اول و استنتاج در آن

## FIRST-ORDER LOGIC (FOL) AND INFERENCE IN FOL

۱) جمله‌های زیر که در منطق مرتبه‌ی اول نوشته شده است، را به زبان طبیعی ترجمه کنید.

(الف)  $\forall x(Bird(x) \Rightarrow Flies(x))$

(ب)  $\forall x\exists y(Person(x) \Rightarrow Mother(y, x))$

(ج)  $\exists x\forall y(Person(x) \wedge Mother(x, y))$

در جمله‌های فوق،  $Bird(x)$  یعنی  $x$  پرنده است؛  $Flies(x)$  یعنی  $x$  پرواز می‌کند؛  $Person(x)$  یعنی  $x$  یک شخص است؛  $Mother(x, y)$  یعنی  $x$  مادر  $y$  است.

۲) جملات انگلیسی زیر را به عباراتی در منطق مرتبه‌ی اول تبدیل کنید. از نام‌های بامعنا برای محمول‌ها استفاده کنید.

(الف) All cats are mammals.

(ب) No cat is a reptile.

(ج) All computer scientists like some operating system.

۳) سه جمله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

(A) There is a computer scientist who likes every operating system.

(B) Linux is an operating system.

(C) Someone likes Linux.

می‌خواهیم رابطه‌ی منطقی میان این سه جمله را پیدا کنیم.

(الف) فرمولی را در منطق مرتبه‌ی اول بنویسید که هر یک از واقعیت‌های داده‌شده را بیان کند و آنها را  $A$ ،  $B$  و  $C$  بنامید.

(ب) مجموعه‌ای از clause‌ها را بنویسید که با  $A$ ،  $B$  و  $\neg C$  مرتبط باشند.

(ج) با استفاده از resolution از این مجموعه یک clause تهی (معادل False) استخراج کنید.

(د) توضیح دهید که resolution چه رابطه‌ی استنتاجی بین این سه جمله استخراج می‌کند؟

۴) عمومی‌ترین یکسان‌ساز (most general unifier) را برای هریک از زوج عبارتهای زیر بیابید.

(الف)  $Rel(z, C, P(x, F(x)), x)$  ,  $Rel(P(y, y), y, z, D)$

(ب)  $P(A, B, B)$  ,  $P(x, y, z)$

(ج)  $Older(Father(y), y)$  ,  $Older(Father(x), John)$

(د)  $Q(y, G(A, B))$  ,  $Q(G(x, x), y)$

(ه)  $Knows(Father(y), y)$  ,  $Knows(x, x)$

۵) نقیض عبارت زیر را بیابید.

$$\forall x\forall y\forall z[P(x) \wedge Q(x, y) \Rightarrow R(x, y, z)]$$

۶ چگونه با استفاده از resolution می‌توان «ارضاناپذیری» و «معتبر بودن» یک گزاره را ثابت کرد؟

۷ با استفاده از resolution مشخص کنید که آیا استنتاج زیر، در منطق مرتبه اول معتبر است یا خیر؟

$$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)), \forall x(Q(x) \Rightarrow R(x)) \vdash \forall x(P(x) \Rightarrow R(x))$$

۸ گزاره‌های زیر را به فرم CNF تبدیل کنید.

(الف)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow R(x)$

(ب)  $\exists x \forall y \forall z (Person(x) \wedge ((Likes(x, y) \wedge y \neq z) \Rightarrow \neg Likes(x, z)))$

۹ کدامیک از گزینه‌های زیر، نتیجه‌ی منطقی جملات مقابل است؟

$$\exists x Cat(x) \wedge Owns(Hamid, x)$$

$$\forall x(\exists y(Cat(y) \wedge Owns(x, y)) \Rightarrow AnimalLover(x))$$

$$\forall x \forall y (AnimalLover(x) \wedge Animal(y) \Rightarrow \neg Kills(x, y))$$

$$Kills(Hamid, Pupa) \vee Kills(Behzad, Pupa)$$

$$Fish(Pupa)$$

$$\forall x(Fish(x) \Rightarrow Animal(x))$$

$$\neg Kills(Hamid, Behzad)$$

(الف) بهزاد قاتل ماهی است.

(ب) حمید دوستدار گربه است.

(ج) بهزاد قاتل پوپا است یا حمید قاتل بهزاد است.

(د) حمید قاتل پوپا است یا گربه قاتل پوپا است.

۱۰ گزاره‌ی  $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow R(x)$  را به فرم CNF تبدیل کنید.

۱۱ با در نظر گرفتن جملات زیر

- Horses, cows, and pigs are mammals.
- An offspring of a horse is a horse.
- Bluebeard is horse.
- Bluebeard is Charlie's parent.
- Offspring and parent are inverse relations.
- Every mammal has a parent.

(الف) آنها را در پایگاه دانشی به شکل Horn Clauses بازنمایی کنید

(ب) از پرس‌وجوی  $\exists h Horse(h)$  در اثبات با روش زنجیره‌سازی پسرو (backward chaining) استفاده کنید.

۱۲ از جمله‌ی «اسب یک حیوان است» استنباط می‌شود که «سر یک اسب، سر یک حیوان است». توضیح دهید که این استنتاج توسط انجام مراحل زیر، معتبر است:

(الف) مقدم و تالی را به زبان منطق مرتبه اول تبدیل کنید. از سه محمول

$$Animal(x), Horse(x), HeadOf(h, x)$$

استفاده کنید.

(ب) تالی را نقیض کنید و مقدم و تالی نقیض شده را به فرم نرمال عطفی تبدیل کنید.

(ج) از resolution برای نشان دادن اینکه تالی از مقدم پیروی می‌کند، استفاده کنید.