

شبکه‌های عصبی مصنوعی (۲)

(۱) خیر، زیرا مؤلفه‌های بردارها باید دو قطبی (-1, +1) باشد.

$$Y_1 = [1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1]^T \quad M=2 \quad (۲)$$

$$Y_2 = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1]^T$$

$$W = \sum_{m=1}^M Y_m Y_m^T - MI \quad \text{الف)}$$

$$= Y_1 Y_1^T + Y_2 Y_2^T - 2I$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2 \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

ب) این دو بردار، حالت‌های پایدار شبکه هستند، زیرا اگر آنها را به عنوان ورودی به شبکه بدهیم به همان‌ها همگرا می‌شود.

$$Y = \text{sign}(WX - \Theta) \quad \Theta = 0$$

$$Y_1: \text{sign}(WY_1) = Y_1 \quad \checkmark$$

$$Y_2: \text{sign}(WY_2) = Y_2 \quad \checkmark$$

①

$$Y_1 = [1 \ -1 \ 1]^T$$

$$M = 2 \quad (3)$$

$$Y_2 = [-1 \ 1 \ -1]^T$$

(الف)

$$W = \sum_{m=1}^M Y_m Y_m^T - MI$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \ -1 \ 1] + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} [-1 \ 1 \ -1] - 2I$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

(ب) Y_1 و Y_2 حالت های پایدار شبکه هستند: $(\Theta = 0)$

$$Y_1 = \text{sign}(WY_1)$$

$$Y_2 = \text{sign}(WY_2)$$

(ج) عبور دار دیگر نا پایدار هستند، زیرا به خودشان همگرا نمی شوند. حالت جذب آنها عبارت است از:

$$X_3 = [1 \ 1 \ 1]^T: \quad Y_3 = \text{sign}(WX_3) = [0 \ -1 \ 0]^T$$

$$\downarrow$$

$$[1 \ 0 \ 1]^T$$

$$\downarrow$$

$$[1 \ -1 \ 1]^T = Y_1 \checkmark$$

$$X_4 = [1 \ -1 \ -1]^T: \quad Y_4 = \text{sign}(WX_4) = [0 \ 0 \ 1]^T$$

$$\downarrow$$

$$[1 \ -1 \ 0]^T$$

$$\downarrow$$

$$[1 \ -1 \ 1]^T = Y_1 \checkmark$$

$$X_5 = [-1 \ -1 \ 1]^T: \quad Y_5 = \text{sign}(WX_5) = [1 \ 0 \ 0]^T$$

$$\downarrow$$

$$[0 \ -1 \ 1]^T$$

$$\downarrow$$

$$[1 \ -1 \ 1]^T = Y_1 \checkmark$$

$$X_6 = [-1 \ 1 \ -1]^T: \quad Y_6 = \text{sign}(WX_6) = [0 \ 0 \ -1]^T$$

$$\downarrow$$

$$[-1 \ 1 \ 0]^T$$

$$\downarrow$$

$$[-1 \ 1 \ -1]^T = Y_2 \checkmark$$

③

$$X_7 = [-1 \ 1 \ -1]^T : Y_7 = \text{sign}(W X_7) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^T = Y_2 \checkmark$$

$$X_8 = [-1 \ -1 \ -1]^T : Y_8 = \text{sign}(W X_8) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^T = Y_2 \checkmark$$

$$X_1 \leftrightarrow Y_1$$

$$X_2 \leftrightarrow Y_2$$

$$X_3 \leftrightarrow Y_3$$

BAM (۴)

$$M=3$$

ابتدا باید آنها دو قطبی شوند. هر سی صفرها را به 1 تبدیل می‌کنیم :

$$W = \sum_{m=1}^M X_m Y_m^T = X_1 Y_1^T + X_2 Y_2^T + X_3 Y_3^T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -3 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -3 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}^T$$

$$X_1 : \text{sign}(W^T X_1) = [-1 \ 1] = Y_1 \checkmark$$

$$X_2 : \text{sign}(W^T X_2) = [1 \ -1] = Y_2 \checkmark$$

$$X_3 : \text{sign}(W^T X_3) = [1 \ 1] = Y_3 \checkmark$$

$$Y_1 : \text{sign}(W Y_1) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T = X_1'$$

$$Y_2 : \text{sign}(W Y_2) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0]^T = X_2'$$

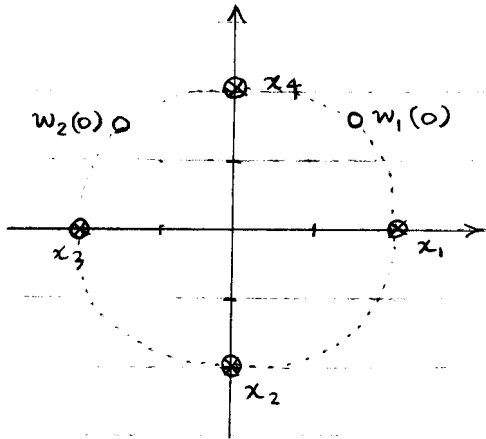
$$Y_3 : \text{sign}(W Y_3) = [-1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1]^T = X_3'$$

درست است که $X_1' \neq X_1$ ، $X_2' \neq X_2$ ، [0 یعنی مقدار قبلی است] اما اگر این بردارها به شبکه BAM

شان داده شوند همان خروجی های Y_1 ، Y_2 و Y_3 تناظر بردست می‌آید ، پس X و X' با هم هم‌ارز هستند.

* تعداد نون های لایه ی کوچکتر ، 2 است ، پس این BAM حداکثر می‌تواند 2 بیت دهی را یاد بگیرد !

ص ۴

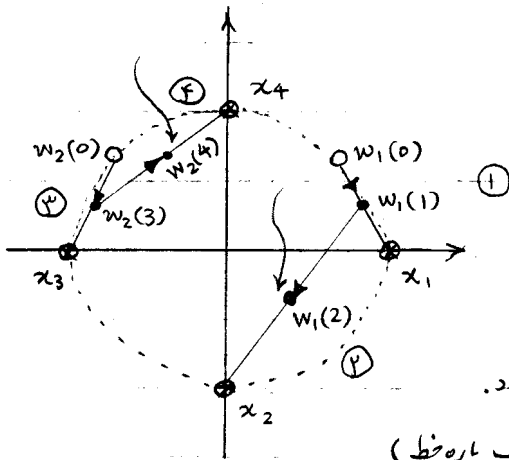


۵) بردارهای اولیه را روی صفحه رسم می‌کنیم :

○ و وزن‌های اولیه :

$$\alpha = 0.5$$

ابتدا بردار x_1 به شبکه نشان داده می‌شود. نزدیک‌ترین بردار وزن بر آن w_1 است. پس نزون 1 رقابت را می‌برد و باید وزن آن به ورودی x_1 نزدیک شود. بین x_1 و w_1 یک پاره خط رسم می‌کنیم و چون $\alpha = 0.5$ به اندازه‌ی نصف جوی آن جلو می‌رویم. محل w_1 تغییر می‌کند اما در این تکرار w_2 عوض نمی‌شود.



پس مقدار بردار x_2 به شبکه نشان داده می‌شود.

نزدیک‌ترین بردار آن w_1 (مقدار جدید آن) است.

پس نزون 1 می‌برد و وزن w_1 باید به ورودی x_2 نزدیک شود.

(حرکت w_1 روی پاره خط میان w_1 فعلی و x_2 به اندازه‌ی نصف پاره خط)

با نشان دادن x_3 به شبکه، این بار وزن نزدیک تر، w_2 است و نزون 2 می‌برد پس w_2 به x_3 نزدیک می‌شود.

با نشان دادن x_4 به شبکه، این بار وزن نزدیک تر، w_2 است و نزون 2 می‌برد، پس w_2 به x_4 نزدیک می‌شود.

مقدارهای وزن هلیکس روی نمودار شاخ داده شده است.