



تکلیف شماره ۷

مجموعه‌ها و سیستم‌های فازی (۱)

مجموعه‌های فازی و روابط فازی

FUZZY SETS AND SYSTEMS (1)

۱) تفاوت بین تصادفی بودن و فازی بودن را بیان کنید.

۲) اگر A و B دو مجموعه فازی بر روی مجموعه جهانی X باشند، ثابت کنید که

$$|A| + |B| = |A \cup B| + |A \cap B|$$

۳) کاردینالیتی (عدد اصلی) مجموعه فازی با تابع عضویت $C(x) = \frac{x}{x+1}$ را محاسبه کنید، اگر

(الف) مجموعه مرجع $X = \{0, 1, 2, \dots, 20\}$ گسسته باشد.

(ب) مجموعه مرجع $X = [0, 20]$ پیوسته باشد.

۴) با استفاده از رابطه‌ی زیرمجموعه بودن فازی، مجموعه‌های فازی تعریف شده با توابع عضویت زیر را مرتب کنید:

$$A(x) = \frac{1}{1+10^x}, \quad \left(\frac{1}{1+10^x}\right)^{1/2}, \quad \left(\frac{1}{1+10^x}\right)^2$$

۵) مجموعه‌های فازی A, B, C تعریف شده بر روی بازه‌ی $X = [0, 10]$ از اعداد حقیقی با توابع درجه عضویت

$$A(x) = \frac{x}{x+2}, \quad B(x) = 2^{-x}, \quad C(x) = \frac{1}{1+10^x(x-2)^2}$$

را در نظر بگیرید. فرمول ریاضی و نمودار تابع درجه عضویت هر یک از مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

(الف) $\bar{C}, \bar{B}, \bar{A}$

(ب) $B \cup C, A \cup B$

(ج) $B \cap C, A \cap B$

(د) $\overline{A \cup B}, A \cap \bar{C}$

۶) برای هر یک از مجموعه‌های مسئله‌ی فوق، تکیه‌گاه، ارتفاع و نقطه‌ی عبور را بیابید و مشخص کنید که هر یک از آنها normal هستند یا subnormal.

۷) برای مجموعه فازی با تابع عضویت $A(x) = \frac{x}{x+2}$ روی $X = [0, 10]$ ، α -cut و strong α -cut را برای α کلی محاسبه کنید.

۸) فرض کنید $X = \{1, 2, \dots, 10\}$. برای هریک از ویژگی‌های زیر یک مجموعه فازی تعریف کنید: «تقریباً ۵»، «خیلی بزرگ‌تر از ۵»، «کوچک»، «دور از ۴»، «بزرگ ولی نه بزرگ‌تر از ۷»، «خیلی کوچک».

۹) برای مجموعه فازی زیر، کلیه‌ی α -cut ها و strong α -cut را فهرست کنید.

$$A = 0.5/x_1 + 0.4/x_2 + 0.7/x_3 + 0.8/x_4 + 1/x_5$$

۱۰ با در نظر گرفتن مجموعه‌ی مرجع $X = \{1, 2, \dots, 10\}$ و توابع عضویت مساله‌ی ۵ و تابع $f(x) = x^2$ برای هر $x \in X$ ، با بکارگیری اصل گسترش، $f(A)$ ، $f(B)$ و $f(C)$ را محاسبه کنید. سپس با در نظر گرفتن مجموعه‌ی فازی D که بر روی $Y = \{0, 1, 4, 9, 16, \dots, 100\}$ تعریف شده است، $f^{-1}(D)$ را محاسبه کنید:

$$D = 0.5/4 + 0.6/16 + 0.7/25 + 1/100$$

۱۱ رابطه‌ی دودویی فازی R روی مجموعه‌های $X = \{1, 2, \dots, 100\}$ و $Y = \{0, 1, \dots, 100\}$ تعریف شده است و رابطه‌ی « x بسیار کوچکتر از y است» را بازنمایی می‌کند. این رابطه برای هر $x \in X$ و $y \in Y$ با تابع عضویت آن تعریف شده است:

$$R(x, y) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{y} & , x \leq y \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

(الف) دامنه‌ی R چیست؟

(ب) برد R چیست؟

(ج) ارتفاع R چند است؟

(د) R^{-1} را محاسبه کنید.

۱۲ اگر $X = Y = \mathbb{R}$ باشد، یک رابطه‌ی فازی R روی $X \times Y$ تعریف کنید که برای هر $x \in X$ و $y \in Y$ بیانگر درجه‌ی نزدیک بودن x و y به یکدیگر باشد.

۱۳ فرض کنید $X = \{0, 1, 2\}$ ، $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ و $Z = \{4, 5, 6\}$. دو رابطه‌ی فازی $R(X, Y)$ و $S(Y, Z)$ به وسیله‌ی ماتریس‌های زیر تعریف شده‌اند:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.7 & 1 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0.8 & 0.6 & 0.4 \\ 1 & 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}$$

رابطه‌ی ترکیب $R \circ S$ را بسازید.

۱۴ دو رابطه‌ی R و S روی $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ که ماتریس‌های آنها داده شده است را از نظر داشتن خواص بازتابی، تقارنی، تراگذری، پادبازتابی و پادتقارنی بررسی کنید:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0.7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.3 & 0 \\ 1 & 1 & 0.7 & 0.3 \\ 1 & 1 & 1 & 0.7 \\ 0.1 & 0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$