



تکلیف شماره‌ی ۶

یادگیری ماشینی

شبکه‌های عصبی مصنوعی (۲)

ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS (2)

- ۱) آیا بردار $[1, 0, -1, 0, 1]^T$ در یک شبکه‌ی هاپفیلد گسسته با ۵ نرون قابل ذخیره‌سازی است؟ اگر هست، ماتریس وزن برای این شبکه چه باید باشد تا فقط همین بردار در آن ذخیره شود؟ اگر نیست، چرا؟
- ۲) یک شبکه‌ی هاپفیلد با دو حافظه‌ی مبنایی $[1, -1, 1, -1, 1]^T$ و $[1, 1, 1, -1, -1]^T$ ذخیره شده در آن را در نظر بگیرید.

(الف) ماتریس وزن این شبکه را محاسبه کنید.

(ب) نشان دهید که این بردارها، حالت‌های پایدار شبکه هستند.

۳) دو حالت زیر را به‌عنوان حافظه‌های مبنایی یک شبکه‌ی هاپفیلد در نظر بگیرید:

$$[1, -1, 1]^T, \quad [-1, 1, -1]^T$$

(الف) ماتریس وزن را برای این شبکه‌ی هاپفیلد محاسبه کنید.

(ب) نشان دهید که این دو بردارها، حالت‌های پایدار شبکه هستند.

(ج) نشان دهید که شش بردار دیگر، حالت‌های ناپایدار شبکه هستند و حالت جاذب آنها را به‌دست آورید.

۴) یک حافظه‌ی پیوندی دوطرفه (BAM) طراحی کنید که نگاشت زیر را پیاده‌سازی کند:

Input (X)	Output (Y)
0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0	0 1
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0	1 0
0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0	1 1

ماتریس وزن‌های مربوطه را بیابید و نشان دهید که هر الگوی ورودی، الگوی خروجی متناظرش را برمی‌گرداند. همچنین نشان دهید اگر الگوی خروجی به شبکه نشان داده شود، الگوی ورودی متناظر برگردانده می‌شود.

۵) بردارهای ورودی

$$\mathbf{x}_1 = [1, 0]^T, \quad \mathbf{x}_2 = [0, -1]^T, \quad \mathbf{x}_3 = [-1, 0]^T, \quad \mathbf{x}_4 = [0, 1]^T$$

را در نظر بگیرید. با استفاده از روش گرافیکی، یک شبکه‌ی رقابتی را آموزش بدهید که این بردارها را با استفاده از قاعده‌ی کوهونن با نرخ یادگیری $\alpha = 0.5$ در دو دسته خوشه‌بندی کند. فرض کنید مقدار اولیه‌ی وزن‌ها،

$$\mathbf{w}_1(0) = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^T, \quad \mathbf{w}_2(0) = \left[\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^T$$

باشد. مقدار نهایی وزن‌ها را پس از نمایش همه‌ی این چهار ورودی به شبکه تنها یک مرتبه و به همین ترتیب نشان دهید.